

Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki



Michał Nejbauer
Nr albumu: 203 100

Femtosekundowy wzmacniacz szafirowy
z dużą częstotliwością impulsów

Praca magisterska na kierunku Fizyka
w zakresie Optyki

Praca wykonana pod kierunkiem
prof. dr hab. Czesława Radzewicza
Instytut Fizyki Doświadczalnej

Warszawa, luty 2007

Oświadczenie kierującego pracą

Oświadczam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i stwierdzam, że spełnia ona warunki do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data

Podpis kierującego pracą

Oświadczenie autora pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data

Podpis autora pracy

Streszczenie

Praca przedstawia wybrane zagadnienia związane ze wzmacnianiem femtosekundowych impulsów światła laserowego w technice CPA z częstotliwością powtarzania powyżej 1 kHz. Opisano fizyczny proces wzmacniania światła, kształtowania się modów we wnęce rezonansowej oraz dynamikę wzmacnianych impulsów. Wykonano modelowanie kształtu modu rezonatora optycznego, którego wyniki posłużyły do budowy femtosekundowego wzmacniacza szafirowego. Podjęto studia nad efektami termicznymi w ośrodku czynnym wzmacniacza (kryształ $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$), uwzględniając zjawiska takie jak: efekt elastooptyczny, deformacja powierzchni. Przeprowadzono złożone modelowanie soczewki termicznej, następnie porównano uzyskane wyniki z modelami uproszczonymi oraz z danymi doświadczalnymi. Opisano konstrukcję i wykonano staranną charakterystykę zbudowanego wzmacniacza femtosekundowego.

Słowa kluczowe

femtosekundowy wzmacniacz, CPA, wzmacniacz regeneratywny, soczewka termiczna, układ kriogeniczny, mody wnęki, modelowanie FEM, kryształ $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$

Dziedzina pracy (kody wg programu Sokrates-Erasmus)

13.2 Fizyka

Tytuł pracy w języku angielskim

High repetition rate femtosecond titanium sapphire amplifier

Podziękowania

Chciałbym serdecznie podziękować mojemu promotorowi prof. dr hab. Czesławowi Radzewiczowi za bardzo ciekawy temat pracy magisterskiej, ponadroczną opiekę nad nią, wszelkie uwagi i spostrzeżenia, które czynił podczas fazy przygotowawczej, a potem podczas budowy układu doświadczalnego. Najwyższą wartością dla mnie pozostanie wiedza i cenne doświadczenie, którymi zawsze przy każdej okazji był gotów się ze mną dzielić. Właśnie za to, za poświęcony czas i chęć przekazywania tej wiedzy chciałbym w szczególności podziękować.

Podziękowania należą się również dr Yuriy'owi Stepanenko z Centrum Laserowego IChF PAN za trzy miesiące wspólnie spędzone przy budowie układu doświadczalnego – za jego pogodę ducha, zaangażowanie i wszelką pomoc, której nigdy nie wahał się mi odmówić. Podziękowania kieruję także do wszystkich osób z Centrum Laserowego za życzliwą atmosferę i gościnność, która udzielała się każdego dnia mojego pobytu tam.

Na końcu, choć z niemniejszym akcentem, chciałbym podziękować mojej Mamie za wsparcie, jakiego potrzebowałam podczas mojej nauki na kilku kierunkach studiów oraz w trakcie pisania pracy.

Spis treści

Rozdział 1 Wstęp	1
Rozdział 2 Wprowadzenie do femtosekundowych wzmacniaczy laserowych	4
2.1 Idea wzmacniania światła	5
2.2 Przegląd dotychczasowych osiągnięć	11
2.3 Wzmacniacz typu CPA	14
2.3.1 Problemy ze wzmacnianiem krótkich impulsów światła	14
2.3.2 Budowa i zasada działania układu CPA	16
2.4 Jednostki wzmacniające	19
2.5 Ośrodek czynny $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$	25
Rozdział 3 Mody optycznej wnęki rezonansowej	31
3.1 Przyosiowe równanie falowe	32
3.2 Macierze ABCD	39
3.3 Modelowanie wnęk rezonansowych	44
3.3.1 Elementarne podejście do modelowania	45
3.3.2 Prawo ABCD	49
3.3.3 Analiza wnęki rezonansowej	52
3.3.4 Stabilność wnęki rezonansowej	55
3.3.5 Kształt modu w rezonatorze	58
3.4 Selekcja modów	61
Rozdział 4 Efekty termiczne w ośrodku czynnym $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$	66
4.1. Systematyka efektów termicznych	67
4.2. Modelowanie soczewki termicznej	75
4.2.1 Metoda elementu skończonego	75
4.2.2 Definicja modelu	77
4.2.3 Wyniki modelowania	83
4.2.4 Kompilacja rozwiązania przy użyciu macierzy ABCD	85
4.2.5 Wyniki końcowe i podsumowanie	89
4.3 Zalety kriogenicznego chłodzenia ośrodka czynnego	94

Rozdział 5	Dynamika impulsów wzmacnianych	95
5.1	Sformułowanie zagadnienia	96
5.2	Ścisłe rozwiązanie Frantza-Nodvika	97
5.3	Praktyczne zastosowania	98
Rozdział 6	Konstrukcja wzmacniacza i jego parametry	101
6.1	Układ doświadczalny	102
6.1.1	Schemat układu doświadczalnego	102
6.1.2	Źródło impulsów	104
6.1.3	Układ pompujący	104
6.1.4	Układ stretcher-kompresor	107
6.1.5	Kriostat	108
6.1.6	Schemat synchronizacji	109
6.2	Uwagi na temat budowy układu i jego optymalizacji	110
6.3	Parametry końcowej konfiguracji	115
6.3.1	Pomiar wzmocnienia	115
6.3.2	Pomiar strat	117
6.3.3	Charakterystyka impulsów	118
6.3.4	Charakterystyka wiązki	120
6.3.5	Widmo impulsu	120
6.4	Efekty niepożądane	121
6.4.1	Dwójłomność naprężeniowa indukowana termicznie w KDP ..	122
6.4.2	Zanieczyszczenia powierzchni kryształu	123
6.4.3	Soczewka termiczna	124
6.4.4	Wyższe mody Gaussa-Hermita	125
Rozdział 7	Podsumowanie	127
Dodatki		
A	Wyprowadzenie macierzy ABCD dla brewsterowskiej granicy pomiędzy dwoma dielektrykami	130
B	Wyprowadzenie prawa ABCD	137
C	Wyprowadzenie wzoru na efekt elastooptyczny dla układu heksagonalnego $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$	143
D	Programy napisane na potrzeby pracy	150
Bibliografia		153

Wstęp

Wśród wielu wynalazków ubiegłego wieku, które wywarły ogromny wpływ na rozwój ludzkości, *lasery* zajmują bardzo ważne miejsce. Urządzenie, będące połączeniem optyki klasycznej i teorii kwantowej, całkowicie zrewolucjonizowało technikę końca XX wieku. Pojęcie *laser* znane jest każdemu współczesnemu laikowi z życia codziennego (poprzez wszechobecne odtwarzacze płyt kompaktowych albo czytniki kodów kreskowych), natomiast prawdziwe znaczenie laserów ujawnia się dopiero w takich dziedzinach jak medycyna, przemysł, technologie wojskowe, czy badania naukowe. Interesujące jest to, że nauka, która powołała do życia *laser*, sama bardzo często go wykorzystuje. Laser stymuluje dalszy rozwój nauki, dzięki czemu możemy dalej poszerzać naszą wiedzę na temat natury.

Jednym z kierunków rozwoju technologii laserowych – obecnym od momentu uruchomienia pierwszego lasera, tj. 1960 roku – było osiągnięcie jak największych natężeń emitowanego światła. Wiele układów fizycznych wymaga stosowania dużych natężeń światła w celu uzyskania określonej reakcji układu. Przykładowo, w medycynie potrzebne jest to w mikrochirurgii (do cięcia, odparowania, koagulacji tkanki), w przemyśle do precyzyjnej i szybkiej obróbki materiałów. Największe konstrukcje laserowe – wykorzystywane w badaniach podstawowych – są w stanie osiągnąć moc chwilową przekraczającą 1 PetaWatt. Pozwala to badać szereg zjawisk, niedostępnym dotąd w żaden inny sposób. Przykładem niech będzie budowany w Stanach Zjednoczonych od blisko 10 lat kompleks 192 wysokoenergetycznych laserów o nazwie *National Ignition Facility*, którego głównym celem są badania nad kontrolowaną fuzją termojądrową. Koszt tego przedsięwzięcia dawno przekroczył 1 miliard dolarów.

Wysoka moc wiązki lasera nie może być dostarczana w sposób ciągły. Jest to zrozumiałe choćby z uwagi na fakt, że całkowita moc produkowana we wszystkich elektrowniach na całym świecie nie przekracza 20 TW. Światło laserowe dostarczane w postaci impulsów daje możliwość uzyskania bardzo wysokich mocy szczytowych w krótkim przedziale czasu. Przez ostatnie 15 lat dokonał się znaczący postęp w dziedzinie budowy układów laserowych, produkujących ultrakrótkie impulsy światła laserowego. Słowa *ultrakrótkie* albo *ultraszybka nauka* zaczęto stosować wraz upowszechnieniem się konstrukcji laserowych, dostarczających impulsy światła o czasie trwania rzędu femtosekund, tj. 10^{-15} s. Jest to niewiarygodnie mała skala czasowa, która daje możliwość obserwacji elementarnych procesów kinetycznych bądź dynamicznych w materii na poziomie submolekularnym. Obecna technika wytwarzania femtosekundowych impulsów światła nie pozwala jednak uzyskać dostatecznie dużych energii w pojedynczym impulsie – konieczne staje się wzmacnianie takich impulsów.

Szybko okazało się, że niemożliwe jest bezpośrednie wzmacnianie tak krótkich impulsów światła z uwagi na zbyt wysokie moce szczytowe, które grożą między innymi zniszczeniem elementów optycznych. Wynaleziona w połowie lat 80-tych technika **CPA** pozwala ominąć te trudności. CPA umożliwiło budowę średnich rozmiarów układów doświadczalnych, które produkują impulsy światła o mocach szczytowych jedynie kilka rzędów wielkości mniejszych niż największe i bardzo kosztowne układy laserowe – wciąż pozostając w obszarze nauki dotąd mało poznanej. I co najważniejsze, układy oparte na CPA mieszczą się na pojedynczym stole doświadczalnym i w budżecie większości uniwersyteckich laboratoriów.

Obecnie w branży technologii laserowych można się doszukać pewnego trendu, dążącego do budowy źródeł wysokoenergetycznych ultrakrótkich impulsów światła laserowego z dużą częstością powtarzania, mieszczącą się w przedziale 1-10 kHz. Duża częstość repetycji w wielu eksperymentach fizycznych pozwala osiągnąć wysoki stosunek sygnału do szumu, i dzięki temu zaobserwować bardzo subtelne efekty (np. przejścia wzbronione w cząsteczkach). Powtarzalność impulsów światła o wysokiej mocy szczytowej przydaje się także w praktycznych zastosowaniach, tj. wszędzie tam, gdzie liczy się szybkość i precyzja.

Przedmiotem niniejszej pracy magisterskiej jest budowa oraz staranna charakteryzacja układu wzmacniającego femtosekundowe impulsy światła laserowego w technice CPA ze skali energetycznej nJ do mJ z częstością repetycji, zawierającą się w przedziale 1-5 kHz. Ośrodkiem wzmacniającym – podobnie jak w większości układów tego typu – jest kryształ korundu domieszkowany tytanem $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. Zasada działania układu oraz przegląd konstrukcji tego typu opisano w rozdziale drugim.

Budowę układu poprzedziły przygotowania teoretyczne, polegające na modelowaniu modów wnęki rezonansowej (rozdział trzeci) oraz soczewkowania termicznego w ośrodku czynnym $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ (rozdział czwarty). Efekty termiczne stanowią obecnie największy problem w układach kilohercowych. Wydaje się, że najbardziej wydajna metoda ich redukcji polega na chłodzeniu ośrodka czynnego do bardzo niskich temperatur. W konstrukcji doświadczalnej wykorzystano kriogeniczne chłodzenie kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ do temperatury 77K.

W rozdziale piątym podano opis procesu wzmacnianych impulsów światła, natomiast w rozdziale szóstym przedstawiono końcowy układ doświadczalny wraz z jego pełną charakterystyką.

Wzmacniacz zbudowano w Środowiskowym Centrum Laserowym przy Instytucie Chemii Fizycznej Polskiej Akademii Nauk w okresie trzech miesięcy (lipiec – wrzesień 2006). Stanowi on część femtosekundowego spektrometru fluorescencyjnego, którego konstrukcja finansowana jest przez Ministerstwo Nauki i Informatyzacji z Funduszu Nauki i Technologii Polskiej (FRN-256/2004).

Rozdział 2

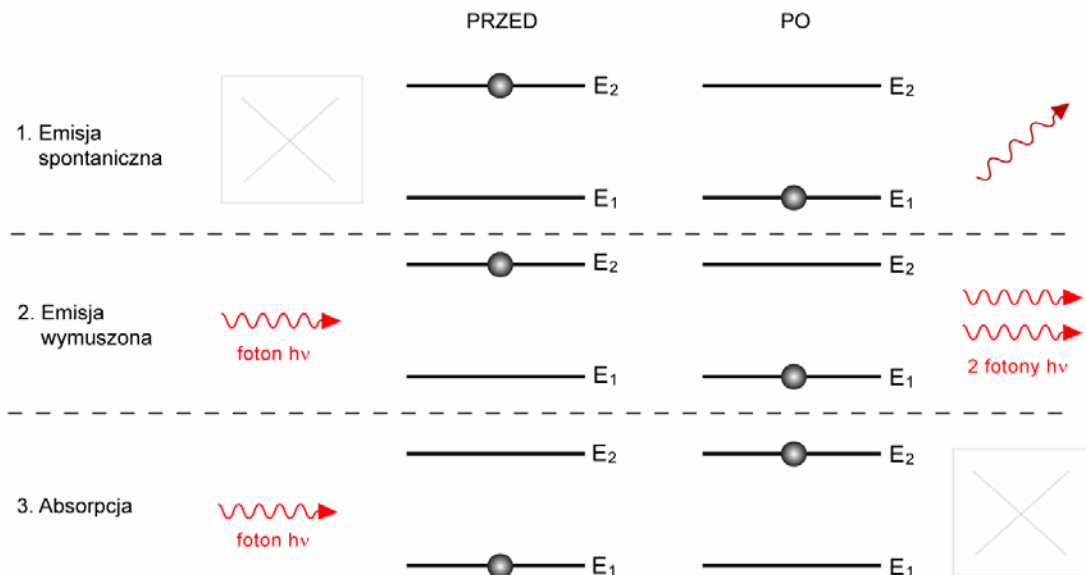
Wprowadzenie do femtosekundowych wzmacniaczy laserowych

W tym rozdziale przedstawiono ogólne zagadnienia związane ze wzmacnianiem ultrakrótkich impulsów światła laserowego, począwszy od opisu fizycznych mechanizmów wzmacniania fal elektromagnetycznych, kończąc na sposobach instrumentalnej realizacji układów wzmacniających. W pierwszej części rozdziału opisano najbardziej elementarne zjawiska fizyczne, prowadzące do wzmocnienia światła. W drugiej części starano się spojrzeć na szerszy kontekst osiągnięć w dziedzinie budowy ultraszybkich źródeł promieniowania o dużej częstotliwości repetycji (wraz ze ścieżką historyczną do tego prowadzącą). Jest to wciąż gorący temat, zajmujący wiele grup badawczych na całym świecie. Część trzecia i czwarta poświęcona jest różnym rozwiązaniom budowy układów wzmacniających krótkie impulsy. Trochę miejsca pozostawiono także na charakterystykę ośrodka czynnego – kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ – stanowiącego centralną część wzmacniacza szafirowego zbudowanego na potrzeby tej pracy.

2.1 Idea wzmacniania światła

LASER to akronim angielskiego wyrażenia **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation, oznaczający wzmocnienie światła poprzez wymuszoną emisję promieniowania. Najogólniej rzecz ujmując, laser jest urządzeniem, które pozwala zamienić energię zmagazynowaną w materii na energię promieniowania elektromagnetycznego w drodze zjawiska emisji wymuszonej.

Wiadomo, że materia może oddziaływać z promieniowaniem na trzy sposoby. Dwa z nich zachodzą w obecności zewnętrznego pola promieniowania i od niego zależą, trzeci jest wynikiem oddziaływania materii z próżnią. Na rysunku 2.1 przedstawiono schematycznie te trzy procesy w obrazie ośrodka materialnego, na który składają się dwa poziomy energetyczne o energiach E_1 i E_2 . Górny poziom E_2 ma wyższą energię od poziomu dolnego E_1 i zgodnie z rozkładem Boltzmanna dla stanu równowagowego układu w skończonej temperaturze prawdopodobieństwo obsadzenia górnego poziomu jest mniejsze, aniżeli dolnego. Jeżeli układ znalazł się w stanie wzbudzonym E_2 , to będzie on dążył do samorzutnego przejścia do stanu o mniejszej energii E_1 . Procesowi temu, który nosi nazwę *emisji*



Rys. 2.1. Elementarne procesy oddziaływania materii z polem elektromagnetycznym

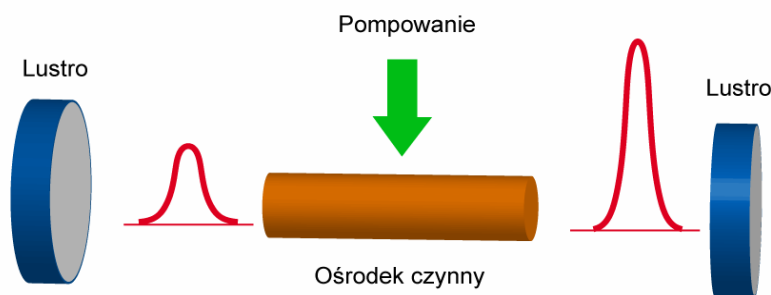
spontanicznej, będzie towarzyszyło wyświecenie fotonu o energii równej różnicy energii stanów, pomiędzy którymi doszło do przejścia. Kierunek i faza fotonu będą zupełnie przypadkowe. Szczegóły takiego procesu są w rzeczywistości dobrze opisane na gruncie kwantowej teorii pola elektromagnetycznego, jednakże w opisie półklasycznym, wystarczającym do zrozumienia podstawowych procesów oddziaływania materii z promieniowaniem, spontaniczne przejście z poziomu wyższego do niższego, przy braku zewnętrznych pól, może być określone poprzez podanie prawdopodobieństwa przejścia pomiędzy tymi stanami. Do jego opisu (za Albertem Einsteinem) wprowadza się fenomenologiczny współczynnik A , który mówi ile identycznych, niezależnie ewoluujących układów dokona spontanicznego przejścia z poziomu wzbudzonego do poziomu niższego w jednostce czasu.

Drugi proces dotyczy – podobnie jak pierwszy – nierównowagowego układu, znajdującego się we wzbudzonym stanie energetycznym E_2 . Jednak tu, zanim dojdzie do procesu emisji spontanicznej, układ wejdzie w oddziaływanie z zewnętrznym polem promieniowa. Posługując się uproszczonym obrazem fotonów z rysunku 2.1, proces ten można opisać następująco: foton o energii $h\nu$ (reprezentujący zewnętrzne pole promieniowania), dopasowany do przejścia pomiędzy stanami E_1 i E_2 , i zbliżony na dostateczną odległość od układu, może wymusić przejście do stanu o niższej energii. W wyniku oddziaływania pierwotny foton nie zostanie stracony, natomiast pojawi się drugi identyczny z tym pierwszym. Taki proces nosi nazwę ***emisji wymuszonej***. Rachunki kwantowomechaniczne pokazują, że pole emisji wymuszonej jest zupełnie nierozróżnialne od pola go wymuszającego [1]a. Oznacza to, że promieniowanie wymuszone ma dokładnie te same właściwości kierunkowe, tę samą polaryzację, fazę i własności spektralne, co promieniowanie wymuszające.

Ostatni z trzech procesów oddziaływania materii z promieniowaniem dotyczy sytuacji, w której foton promieniowania zewnętrznego, dopasowany do przejścia pomiędzy dwoma stanami, zostaje pochłonięty przez układ, znajdujący się pierwotnie w niżej położonym stanie. Owocuje to wzbudzeniem układu do stanu wyższego, a pochłonięty foton jest usuwany z pola promieniowania. Taki proces nazywa się ***absorpcją***.

W opisie półklasycznym można określić prawdopodobieństwa tych przejść, jeśli rozważy się zbiór wielu 2-poziomowych układów, każdy znajdujący się w jednym z dwóch stanów energetycznych. Prawdopodobieństwo emisji wymuszonej jest proporcjonalne do gęstości energii pola zewnętrznego oraz początkowej liczby układów występujących w górnym stanie. Podobnie absorpcja zależy od zewnętrznego pola oraz początkowej liczby układów w dolnym stanie. Współczynniki proporcjonalności w obu definicjach są takie same (przy zaniedbaniu degeneracji stanów energetycznych).

Oddziaływanie materii z promieniowaniem to jednocześnie występowanie wszystkich opisanych wyżej procesów. Jak wspomniano na początku, działanie lasera opiera się na wykorzystaniu zjawiska emisji wymuszonej. Można sobie wyobrazić ośrodek, który zawiera bardzo dużą liczbę N niezależnych *układów* – każdy obdarzony tym samym schematem poziomów energetycznych. Dla ustalenia uwagi, niech będzie to schemat dwupoziomowy. W wyniku oddziaływania ze światłem, każdy z nich podlega procesom absorpcji, emisji spontanicznej oraz emisji wymuszonej. Niech liczba układów w dolnym stanie energetycznym na jednostkę objętości wynosi N_1 , natomiast w górnym, wzbudzonym N_2 . W równowadze termodynamicznej mamy $N_1 > N_2$. Niech teraz zewnątrz pole promieniowania przygotuje ośrodek w ten sposób, że większość układów ośrodka znajdzie się w stanie wzbudzonym, czyli $N_2 > N_1$. W ten sposób dokonana została **inwersja obsadzeń**. Proces, który do tego doprowadził określa się mianem **pompowania**, a opisany ośrodek to tzw. **ośrodek czynny** (rys. 2.2). Dzięki inwersji obsadzeń możliwa jest **dominacja procesu emisji wymuszonej** nad



Rys. 2.2. Idea wzmacniacza optycznego.

absorpcją w obecności zewnętrznego pola o częstości dopasowanej do przejścia energetycznego dwóch poziomów układu. Oznacza to, że światło, które przechodzi przez ośrodek czynny, znajdujący się w stanie inwersji obsadzeń, ulega wzmocnieniu. Aby zwiększyć efekt jeszcze bardziej można zmusić światło do poruszania się pomiędzy zwierciadłami, tak by dochodziło do wielokrotnego przejścia przez ośrodek czynny (rys. 2.2). Oczywiście, każdy pojedynczy proces emisji wymuszonej będzie powodował depopulację górnego poziomu, i tym samym przyczyniał się do zmniejszenia inwersji obsadzeń. Proces wzmacniania światła będzie trwał dopóty, dopóki słuszna będzie nierówność $\Delta N = N_2 - N_1 > 0$. Emisja spontaniczna odgrywa negatywną rolę we wzmocnieniu światła, jako że depopuluje ona górny poziom ośrodka. Z uwagi na losowy charakter emisji w rzeczywistych laserach emisja spontaniczna stanowi źródło szumu. Prawdopodobieństwo emisji spontanicznej okazuje się być o wiele rzędów wielkości mniejsze niż prawdopodobieństwo emisji wymuszonej (bądź absorpcji) [2]. Porównując ze sobą czas zajścia emisji spontanicznej w ośrodku laserowym oraz czas potrzebny na pokonanie przez światło drogi pomiędzy dwoma lustrami, można dojść do wniosku, że wyżej opisany proces wzmacniania się światła po wielokrotnych przejściach przez ośrodek czynny będzie słuszny. Przedstawiony na rysunku 2.2 układ dwóch luster, pomiędzy którymi światło biega w tę i z powrotem, to przykład prostej **wnęki rezonansowej**, albo inaczej rezonatora optycznego (szerzej o nich w rozdziale 3). Techniki wydobywania wzmocnionego światła z wnętrza rezonansowej, jak również inicjacji procesu wzmocnienia opisane są dalszych częściach rozdziału.

Warto już w tym miejscu zwrócić uwagę na ilościowy aspekt wzmocnienia światła, przynajmniej w przybliżonym sensie. Można wyobrazić sobie płaską falą światła, poruszającą się wzdłuż ośrodka jednorodnie wypełnionego układami, znajdującymi w górnym stanie. Fala, składająca się z fotonów, których energia dopasowana jest do przejścia pomiędzy dwoma poziomami ośrodka, będzie oddziaływała z nim na skutek emisji wymuszonej. Niech natężenie fali w danym miejscu wynosi $I(z)$. W miarę propagacji natężenie fali będzie rosło w następujący sposób:

Ośrodek dwupoziomowy nie nadaje się także do budowy lasera pracującego w trybie ciągłym. Szerokie zastosowanie mają ośrodki czteropoziomowe, z układem poziomów przedstawionym na rysunku 2.3. Większości rzeczywistych ośrodków czteropoziomowych odpowiada następujący schemat kinetyczny: proces pompowania odbywania się poprzez absorpcję promieniowania o odpowiedniej długości fali ze stanu 0 do stanu 3. Dalej następuje szybka relaksacja ze stanu 3 do stanu 2, co zachodzi najczęściej w procesie bezpromienistym. Stan 2 jest stanem długo żyjącym. Przejście związane z procesem emisji wymuszonej zachodzi pomiędzy stanami 2 i 1 (nazwane na rysunku 2.3 *przejściem laserowym*). W wyniku tego procesu układ przechodzi do stanu 1 z wyświeceniem fotonu, będącego kopią fotonu wymuszającego. Układ ze stanu 1 bardzo szybko relaksuje do stanu 0 i jest gotowy do kolejnego wzbudzenia promieniowaniem pompującym. Inwersja obsadzeń w tym ośrodku liczona jest jako różnica liczby populacji stanów 2 i 1 ($\Delta N = N_2 - N_1$). Jeśli stan 1 jest krótkożyjący, to do inwersji obsadzeń bierze się pod uwagę wyłącznie liczbę układów znajdujących się w stanie 2, $\Delta N \approx N_2$. Oznacza to bardzo małą absorpcję światła na przejściu laserowym, oraz – co ważniejsze – zapewnia wzmocnienie światła już przy bardzo małym natężeniu promieniowania pompującego.

Kinetyka obsadzeń w ośrodku czteropoziomowym, uwzględniająca rozkłady przestrzenne obsadzeń N_i i -tego poziomu ośrodka, rozkłady przestrzenne i czasowe promieniowania pompującego i promieniowania wymuszającego I_ν , dana jest przez następujący układ równań:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N_3}{\partial t} = P(t, x, y, z) - \frac{N_3}{\tau_{30}} - \frac{N_3}{\tau_{31}} - \frac{N_3}{\tau_{32}} \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_2}{\tau_{20}} - \frac{\sigma(\nu) I_\nu(t, x, y, z)}{h\nu} [N_2 - N_1] \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{N_3}{\tau_{31}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{10}} + \frac{\sigma(\nu) I_\nu(t, x, y, z)}{h\nu} [N_2 - N_1] \\ \frac{\partial N_0}{\partial t} = -P(t, x, y, z) + \frac{N_3}{\tau_{30}} + \frac{N_2}{\tau_{20}} + \frac{N_1}{\tau_{10}} \end{array} \right. \quad (2.1.3)$$

przy czym $N_i \equiv N_i(t, x, y, z)$, wielkości $\tau_{ij} = 1/A_{ij}$ to odwrotność szybkości przejścia $i \leftrightarrow j$. Wielkość P symbolizuje proces pompowania – mówi, ile układów przejdzie ze stanu 0 do 3 w jednostce czasu, natomiast $h\nu$ oznacza energię fotonu promieniowania wymuszającego o częstotliwości ν . Analityczne rozwiązanie układu równań (2.1.3) nie jest możliwe, gdy pod uwagę weźmie się pompowanie ośrodka w postaci impulsów światła, i gdy wzmacniane światło będzie się rozchodziło we wnęce również w postaci impulsów.

W rzeczywistości model ośrodka 4-poziomowego jest także przybliżeniem. W ośrodkach takich jak $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ położenie poziomów z rysunku 2.3 nie jest ściśle ustalone, jeśli światło wzmacniane ma stosunkowo szerokie widmo. Możliwe jest przykładowo przejście wprost do stanu 0 pod wpływem emisji wymuszonej (tzw. przejście zero-fononowe – rozdział 2.5). Dlatego o czasach życia poszczególnych poziomów τ_{ij} należy mówić w pewnym uśrednionym sensie po wszystkich N układach różniących się położeniem stanów energetycznych.

2.2 Przegląd dotychczasowych osiągnięć

Musiało upłynąć 38 lat od opisanie przez Alberta Einstein zjawiska emisji wymuszonej, aby pierwszy wzmacniacz fal elektromagnetycznych mógł ujrzeć światło dzienne. Był to maser amoniakalny – urządzenie wzmacniające fale w dziedzinie mikrofalowej, zbudowany przez Charlesa Townes’a i jego studentów na Uniwersytecie Columbia w Nowym Yorku w **1954** roku [3]. Koncepcja użycia otwartego rezonatora jako wzmacniacza światła pochodzi już z roku **1958** [4]. Pierwszy laser na ciele stałym i zarazem pierwszy wzmacniacz, który objął widzialną dziedzinę fal elektromagnetycznych, to osiągnięcie Theodore’a Maimana z **1960** roku [5]. Znaczenie tych dokonań zostało potwierdzone przyznaniem nagrody Nobla C. Townes’owi oraz dwóm rosyjskim badaczom (N. Basowowi i A. Prokhorowowi) w **1964** roku za ich wkład w dziedzinie kwantowej elektroniki.

Lata 60-te to złoty okres dla laserów bowiem właśnie wtedy zapoczątkowany zostaje rozwój prawie wszystkich technik laserowych stosowanych po dziś dzień (teraz w bardziej udoskonalonej formie) w

laboratoriach i przemyśle na całym świecie [6]. W szczególności, w roku 1965 została eksperymentalnie zademonstrowana technika synchronizacji modów [7], pozwalająca uzyskać bardzo krótkie impulsy światła laserowego (wtedy o szerokości rzędu nanosekund). Mimo, że niedługo potem osiągnano także czasy trwania impulsów rzędu femtosekund, to dopiero zastosowanie kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ jako ośrodka czynnego na początku lat 80-tych przez Moultona [8], i zwrócenie uwagi na jego szerokie pasmo wzmocnienia, dało możliwość powstania szeroko dziś stosowanych *szafirowych oscylatorów femtosekundowych* – prostych w implementacji źródeł krótkich, powtarzalnych impulsów światła laserowego. Stało się to za sprawą pracy D. E. Spence’a et al. opublikowanej w 1991 roku [9], w której zademonstrowano użycie techniki synchronizacji modów w laserze szafirowym, wykorzystując nieliniowe zjawisko soczewkowania w ośrodku czynnym (zjawisko Kerra). Kolejne lata przyniosły ulepszenia tej techniki, przede wszystkim kontrolę kolejnych rzędów dyspersji rezonatora, co umożliwiło osiągnięcie granicy impulsów o czasie trwania kilku femtosekund [10], [11], [12].

Niezależnie trwały prace, zmierzające do osiągnięcia jak najwyższych energii w pojedynczym impulsie. Punktem zwrotnym w tej dziedzinie było zastosowanie przez Gérarda Mourou w połowie lat 80-tych *techniki CPA* [13], o której mowa będzie szerzej w następnym podrozdziale. Pozwoliła ona wzmacniać krótkie impulsy światła, których źródłem najczęściej jest oscylator femtosekundowy, do bardzo wysokich energii. Moce szczytowe osiągnęły już rząd petawatta ($1 \text{ PW} = 10^{15} \text{ W}$) [14]. Technika ta rodzi nadzieje na otwarcie zupełnie nowych pól badań, wymagających źródeł o dużych gęstościach energii [15], [16].

Równolegle rosło zapotrzebowanie na lasery wytwarzające wysoko-energetyczne impulsy ale jednocześnie przy dużej częstotliwości repetycji (powyżej 1 kHz). W eksperymentach fluorescencyjnych pobudzanych światłem laserowym może to zapewnić wysoki stosunek sygnału do szumu. W zastosowaniach praktycznych nadaje się do precyzyjnej i szybkiej obróbki materiałów (krótkie impulsy, duże natężenia). W ostatnich latach wiele grup badawczych donosi o układach wzmacniających femtosekundowe impulsy w reżimie 10 Hz – 250 kHz, przy czym układy $< 40 \text{ kHz}$ wykorzystują jako źródło pompowania laser w pracy impulsowej [17], natomiast powyżej tej wartości laser w pracy ciągłej [18]. Niemal wszystkie stosują technikę CPA i kryształ $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ jako ośrodek czynny.

Dużą uwagę przykuły układy pracujące w reżimie **1 kHz – 10 kHz**, które można podzielić na dwie grupy: wykorzystujące jedną [19], [20], [21], [22], [23] bądź wiele [24], [25], [26] *jednostek wzmacniających* (rozdział 2.4). Energie w impulsie osiągnięte w tym reżimie sięgają rzędu milijouli. Bardziej miarową jednostką, jeśli o mówić o postępie w tej dziedzinie, jest iloczyn częstości repetycji i energii w impulsie, czyli moc średnia wiązki wzmocnionej. W Japonii z końcem **1999** roku osiągnięto moc 22.2 W (przy 5 kHz) w złożonym układzie, opierającym się na wielu jednostkach wzmacniających [26], natomiast grupa Isao Matsushima [23] doniosła w lutym **2006** roku o średniej mocy wiązki wzmocnionej sięgającej 26W (przy 10 kHz, moc pompująca: 180W), ale wykorzystując do tego tylko pojedynczą jednostkę w postaci pierścieniowego wzmacniacza regeneratywnego – rozdział 2.4. Autorzy zastrzegają, że wedle ich wiedzy były to rekordowe wyniki w tamtym czasie.

Powolny postęp w osiągnięciu co raz wyższych mocy średnich ma swoje uzasadnienie. Większa moc wiązki wyjściowej wymaga jeszcze większej mocy wiązki pompującej. Istotne stają się tu towarzyszące efekty termiczne, które potrafią znacząco osłabić lub nawet zatrzymać cały proces wzmocnienia (rozdział 4). Z końcem lat 90-tych powszechne stało się *kriogeniczne chłodzenie* ośrodka laserowego we wzmacniaczu [24], [27], [22], [23].

Układ zbudowany na potrzeby niniejszej pracy w przestrzajalnym reżimie 1-5 kHz, przy czym jego pełną charakteryzację wykonano dla częstości repetycji równej 2 kHz. Opiera się on na pojedynczej jednostce wzmacniającej w postaci liniowego wzmacniacza regeneratywnego, w którym zastosowano kriogeniczne chłodzenie ośrodka czynnego $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. Dla energii impulsu lasera pompującego równej 9 mJ (18 W) osiągnięto energię impulsu wzmocnionego równą 0.95 mJ (1.9 W). Układ jest skalowalny do 5 kHz. Szczegóły budowy, charakterystyka pracy i inne parametry układu podane będą w rozdziale 6.

2.3 Wzmacniacz typu CPA

2.3.1 Problemy ze wzmacnianiem krótkich impulsów światła

Typowy oscylator femtosekundowy produkuje 60-fs impulsy światła z częstością repetycji 80 MHz. Moc wiązki wyjściowej z oscylatora rzadko przekracza 1 W. Dla tych wartości natężenie szczytowe w impulsie zogniskowanym do średnicy 500 μm wynosi 56 MW/cm². Podczas prób bezpośredniego wzmacniania takich impulsów światła, zwykle o czynnik $> 10^6$, napotyka się na dwa zasadnicze problemy:

- przekroczenie progu wytrzymałości elementów optycznych,
- obecność zjawisk nieliniowych – duża wartość całki B.

Definicja **całki B** jest następująca [47]d:

$$B \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L n_2(I) \cdot I(z) dz \quad (2.3.1)$$

gdzie n_2 oznacza *współczynnik nieliniowości* danego materiału, tj. współczynnik proporcjonalności wyrażający zmianę współczynnika załamania materiału pod wpływem natężenia światła I : $\Delta n = n_2 I$. Wzór (2.3.1) pozwala ilościowo wyrazić sumaryczną wielkość nabudowanej fazy nieliniowej w wyniku przejścia światła przez ośrodek o danym współczynniku n_2 i długości L . Pochodzenie tej fazy ma swoje źródło w nieliniowym zjawisku zmiany współczynnika załamania, będących następstwem dużych natężeń światła w ośrodku. Ponieważ rozkład poprzeczny natężenia wiązki światła laserowego jest najczęściej gładki, z maksimum po środku (rozdział 3.1) – to właśnie środkowa część dozna największego wpływu na zmianę fazy. Dla niej (dla największych obszarów natężeń wiązki) winna być liczona całka (2.3.1). Na niepożądane zjawiska, związane ze zbyt dużą wartością całki B, składają się:

- a) **samoogniskowanie** (z ang. *self-focusing*) – w ośrodku o współczynniku $n_2 > 0$ obszary wiązki o większym natężeniu doznają większego opóźnienia, aniżeli obszary o mniejszym natężeniu. Jeżeli wiązka ma gładki rozkład z maksymalnym natężeniem w części centralnej, to jej fronty falowe zaczną formować się tak, że spowodują skupianie się wiązki,

- podobnie jak robi to zwykła soczewka skupiająca. Prowadzi to do jeszcze wyższych natężeń i, w efekcie, zniszczenia elementów optycznych.
- b) **filamentacja** (z ang. *filamentation*) – jeśli przekrój poprzeczny wiązki ma dwa lub więcej maksimów, może dojść do zjawiska samoogniskowania jedynie obszarach skoncentrowanych wokół nich, powodując tym samym fragmentaryzację wiązki [29].
 - c) **samomodulacja fazy** (z ang. *self-phase modulation*) – wiązka doznaje opóźnień fazowych także w domenie czasowej: narastające zbocze impulsu widzi krótszą drogę optyczną, aniżeli jego maksimum w trakcie propagacji w ośrodku nieliniowym. Prowadzi to do zmian w widmie impulsu, co w ostateczności może skutkować skróceniem bądź poszerzeniem takiego impulsu w czasie propagacji przez ośrodek. Szczegółowe wyjaśnienie tego zjawiska można znaleźć w [30].

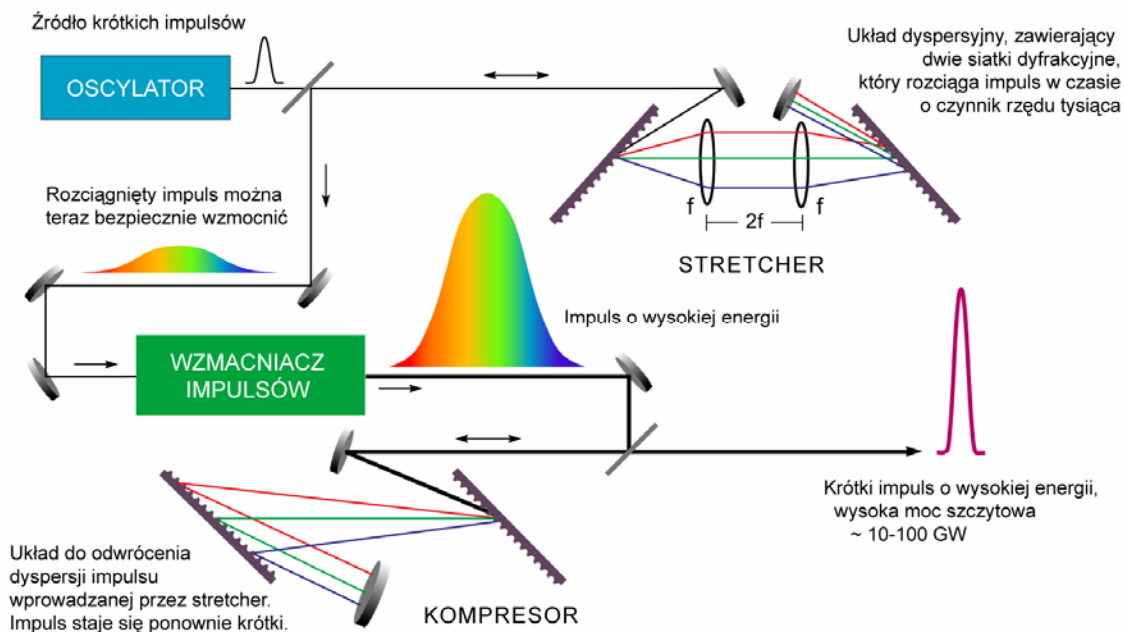
Aby uniknąć powyższych efektów, całka B powinna mieć jak najmniejszą wartość. Zwykle uznaje się **1 za wartość graniczną**, poniżej której można zaniedbać wpływ zjawisk nieliniowych. Niektórzy twierdzą [28], że w przypadku regeneratywnego wzmacniacza (podczas wielu przejść przez ośrodek) sumaryczna wartość całki B może przekroczyć nawet wartość 5 bez powodowania najgroźniejszego efektu – samoogniskowania.

Osobnym problemem jest wytrzymałość elementów optycznych, takich jak lustra, powierzchnia kryształu, etc. Mimo, że pracuje się z wiązką znacznie poniżej progu zniszczenia danych elementów optycznych (dla każdego istnieje osobna specyfikacja), to nie można wykluczyć chwilowej koncentracji energii na małym obszarze poprzez nagły skok natężenia światła (fluktuacja powietrza, pyłki, kurz, mody inne niż TEM_{00}) – lub też zwykłego zmęczenia materiału. Takie sytuacje często mają miejsce w rzeczywistej pracy nad układem doświadczalnym i należy liczyć się ze stratami tego rodzaju.

2.3.2 Budowa i zasada działania układu CPA

Idea działania CPA (ang. Chirped Pulse Amplification) polega na rozciągnięciu impulsu w domenę czasowej o czynnik rzędu 10^3 - 10^5 , następnie jego wzmocnienie (nawet o 10^{11}), i ponownie skrócenie o ten sam czynnik 10^3 - 10^5 . Rozciągnięcie impulsu przed etapem wzmocnienia ma na celu uniknięcie wysokich mocy szczytowych, tak charakterystycznych dla krótkiego impulsu światła. Układ rozciągający impuls nazywany jest *stretcherem* (z ang. *to stretch* – rozciągać), natomiast układ skracający impuls to *kompresor*. Najczęściej spotykany układ stretcher-kompresor jest oparty na siatkach dyfrakcyjnych, i w kontekście działania całego układu CPA został pokazany na rysunku 2.4.

Wiadomo, że im krótszy impuls, tym więcej składowych spektralnych musi w sobie zawierać. W analogii do zasady nieoznaczoności Heisenberga w mechanice kwantowej, podobnie tu obowiązuje reguła: im bardziej zlokalizowany impuls światła w przestrzeni (w sensie pokonywanej przez impuls długości w czasie), tym szersze widmo składowych spektralnych musi się w nim zawierać. W teorii fourierowskiej dowodzi się następującej nierówności [31], która została



Rys. 2.4. Schemat działania typowego CPA

zaadaptowana tu do bardziej użytecznej postaci:

$$\Delta t \Delta \nu \geq K \quad (2.3.2)$$

gdzie Δt oznacza czas trwania impulsu, natomiast $\Delta \nu$ szerokość widma impulsu – oba mierzone w połowie swojej maksymalnej wartości (FWHM). Stała K zależy od tego, jaką obwiednię czasową impulsu bierze się pod uwagę; dla funkcji Gaussa wynosi ona 0.441, a dla funkcji sech^2 0.315 [1]b. Jeżeli w (2.3.2) zachodzi równość, to taki impuls nazywa się **fourierowsko ograniczony**, natomiast gdy iloczyn czasu trwania impulsu i szerokości widma będzie przekraczał wartość K , to mówi się, że taki impuls posiada **świergot** (z ang. *chirp*). Przykładowo, impuls fourierowsko ograniczony o czasie trwania 60 fs i gaussowskim kształcie będzie miał widmo szerokie na 16 nm @ 800 nm. Impuls o takim samym widmie, ale dłuższym czasie trwania jest przykładem impulsu ze świergotem. Stosunkowo szerokie widmo impulsów femtosekundowych pozwala na zastosowanie pewnej „sztuczki”, polegającej na dość istotnym wydłużeniu drogi optycznej poszczególnym składowym spektralnym. Faza każdej składowej spektralnej impulsu w miarę propagacji będzie inaczej narastała. Ogólnie, nieznaną funkcję $\varphi(\omega)$, opisującą zmianę faz poszczególnych składowych spektralnych podczas propagacji impulsu na dowolną odległość L , można rozpisać w szereg Taylora wokół centralnej częstotliwości impulsu ω_0 , a poszczególnym składnikom rozwinięcia przypisać fizyczne znaczenie w następujący sposób:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Składnik stały} & \text{Opóźnienie grupowe (prędkość grupowa)} & \text{GDD} \\ & & \text{Dyspersja opóźnienia grupowego} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \varphi(\omega) = & \varphi_0(\omega_0) + (\omega - \omega_0)\varphi'(\omega_0) + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\varphi''(\omega_0) + \\ & + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\varphi'''(\omega_0) + \frac{1}{24}(\omega - \omega_0)^4\varphi''''(\omega_0) + \dots \end{array} \\ \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \text{FOD} & \text{FOD} \\ \text{Czwarty rząd dyspersji} & \text{Czwarty rząd dyspersji} \end{array} \end{array} \quad (2.3.3)$$

Faza każdej składowej spektralnej naturalnie nabudowuje się tak, że zależy to liniowo od częstotliwości tej składowej w trakcie propagacji w ośrodku ($\varphi = L \frac{\omega}{c}$, gdzie c to prędkość światła w ośrodku). Jeżeli człon wyższy niż liniowy w (2.3.3) nie bierze udziału w zmianie fazy podczas propagacji, to impuls porusza się w nim bez zmiany kształtu. Pochodna $d\varphi/d\omega$ jest wtedy stała i każda składowa porusza się z tą samą prędkością. Dodanie członu GDD (ang. *Group Delay Dispersion*) powoduje, że składowe spektralne będą poruszały się z różnymi prędkościami zależnymi liniowo od częstotliwości $d\varphi/d\omega \sim \omega$. Jeśli $\varphi'' > 0$ to mówi się o **dodatniej dyspersji** opóźnienia grupowego danego ośrodka (czerwone składowe „wyprzedzają” niebieskie), natomiast o **ujemnej dyspersji**, gdy zachodzi $\varphi'' < 0$ (niebieskie „wyprzedzają” czerwone). Wprowadzenie GDD może nastąpić na dwa sposoby:

- 1) poprzez dyspersję materiałową, tj. propagowanie impulsu w ośrodku dyspersyjnym, np. bloku szkła, światłowodzie
- 2) poprzez geometryczne wydłużenie drogi optycznej dla poszczególnych składowych, np. użycie siatek dyfrakcyjnych, układu pryzmatów.

Można pokazać, że układ stretchera oparty na dwóch siatkach dyfrakcyjnych ustawionych do siebie antyrównolegle z teleskopem 1:1 pomiędzy nimi (rysunek 2.4) wprowadza dodatnią dyspersję opóźnienia fazowego [32]. Natomiast kompresor – przedstawiony schematycznie na rysunku 2.4 – ujemną dyspersję [33]. W stretcherze geometryczna droga składowych spektralnych impulsu fourierowsko ograniczonego wydłuża się wraz z częstotliwością, powodując rozsuniecie w czasie składowych spektralnych, co z kolei owocuje rozciągnięciem całego impulsu. Odwrotnie postępuje kompresor: daje szansę wyższym częstotliwościom, które pozostały w tyle, „dogonić” częstotliwości z czoła impulsu. Istotne jest, aby dyspersje wprowadzane przez parę stretcher-kompresor znosiły się wzajemnie. W rzeczywistości zarówno stretcher, jak i kompresor wprowadzają wyższe rzędy dyspersji: TOD (Third Order Dispersion), FOD (Fourth Order Dispersion), etc. poprzez efekty przestrzenne (np. aberracje sferyczne). Ponadto, impuls w wyniku wielokrotnych przejść przez ośrodek czynny dozna dodatkowej dyspersji materiałowej.

Jednym z problemów układów typu CPA jest kontrola kolejnych rzędów dyspersji, wprowadzanych przez układ wzmacniający, tak aby można było skompresować impuls do jego pierwotnej postaci, zwykle bliskiej granicy impulsu fourierowsko ograniczonego. Idealny układ CPA powinien spełniać:

$$\varphi_{str}(\omega) + \varphi_{komp}(\omega) + \varphi_{med}(\omega) + \varphi_{mir}(\omega) = 0 \quad (2.3.4)$$

gdzie kolejne składniki odpowiadają fazom wprowadzanym przez stretcher, kompresor, ośrodek czynny i lustro. Omówienie technik kompensacyjnych wykracza poza zakres materiału tej pracy. Innym podejściem jest zaniedbanie wyższych rzędów dyspersji, jeśli kosztem będzie nieznaczne wydłużenie czasu trwania impulsów na wyjściu wzmacniacza. Czas trwania impulsów otrzymanych z układu doświadczalnego był na akceptowalnym poziomie (<100 fs) bez stosowania dodatkowych technik kompensacyjnych.

Szczegóły konstrukcji oraz własności pary stretcher-kompresor, wykorzystanej w układzie zawarte są w rozdziale 6.1.

2.4 Jednostki wzmacniające

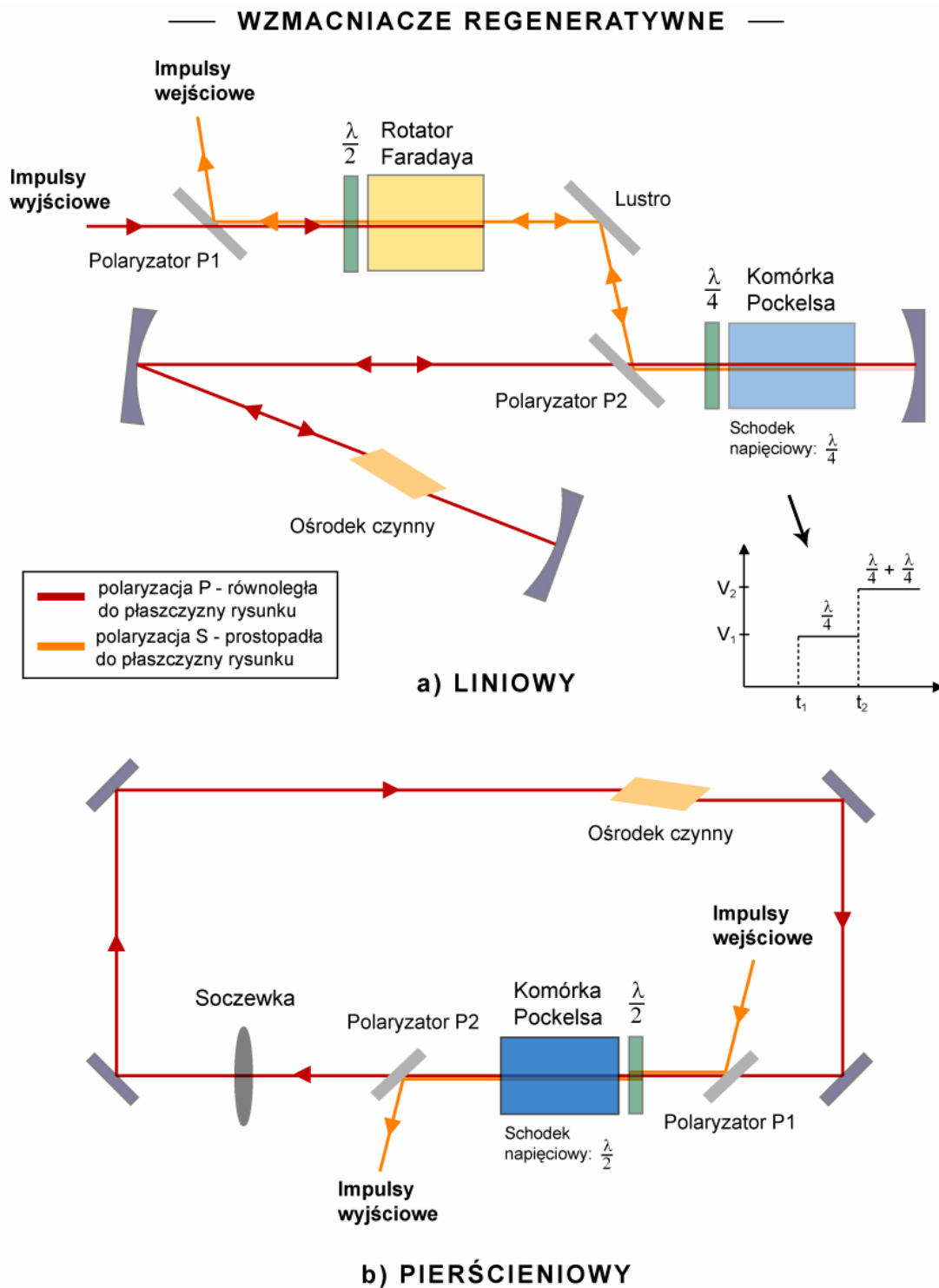
Jednostką wzmacniającą nazywa się każdy układ wzmacniający impulsy światła, którego celem jest wydobycie energii zgromadzonej w ośrodku czynnym w wyniku procesu pompowania i przekazanie jej wzmacnianemu impulsowi. Jednostki wzmacniające można podzielić na dwa zasadnicze typy:

- 1) **wzmacniacze regeneratywne** (liniowe i pierścieniowe)
- 2) **wzmacniacze wieloprzejęściowe**

Wzmacniacze regeneratywne są wykorzystywane do wzmacniania impulsów światła nie dłuższych niż kilka nanosekund. Zasada ich działania opiera się na uwięzieniu impulsu światła we wnęce optycznej tak długo, aż w wyniku wielokrotnych obiegów dojdzie do wyczerpania inwersji obsadzeń w ośrodku czynnym (wcześniej napompowanym). Po tym, wzmocniony impuls zostaje wypuszczony z wnęki. Aby zrealizować powyższy scenariusz, wykorzystuje się stan polaryzacji światła. Zmianę polaryzacji światła można osiągnąć, przepuszczając je przez odpowiedni ośrodek dwójłomny (płytki falowe), natomiast selekcji stanu polaryzacji dokonać przez polaryzator. **Komórka**

Pockelsa, która wykorzystuje elektrooptyczny *efekt Pockelsa* w kryształach [1]c, służy za optyczny przełącznik stanu polaryzacji światła w czasie zależnie od podanego napięcia. Wyróżnia się dwa podtypy wzmacniaczy regeneratywnych: liniowe i pierścieniowe (rys. 2.5). Różnią się one charakterem wnęki, w której zamknięty zostaje impuls. Wzmacniacze liniowe wykorzystują standardowy układ wnęki optycznej, w której światło biegnie zawsze po tej samej linii, w tę i z powrotem. We wzmacniaczach pierścieniowych impuls światła obiega wnękę tylko w jednym wybranym kierunku. Kształtowanie się modu (rozdział 3) w obu przypadkach jest identyczne. Od początku lat 80-tych układ liniowy był szeroko wykorzystywany aż po dziś dzień, dopiero niedawno G. Mourou et al. wrócili uwagę na ciekawe aspekty pierścieniowych wzmacniaczy regeneratywnych [34] w zastosowaniach do CPA i jego przewagę nad układami liniowymi. Potwierdziła to grupa I. Matsushima et al. w cytowanej już pracy [23].

Schemat działania wzmacniacza regeneratywnego z wnęką liniową (rys. 2.5a) jest następujący: krótki impuls światła o liniowej polaryzacji poziomej (P) przechodzi przez polaryzator dielektryczny P1, następnie trafia na układ składający się z *rotatora Faradaya* i płytki półfalowej. Impuls doznaje najpierw obrotu płaszczyzny polaryzacji o 45° przy przejściu przez płytkę półfalową o odpowiednio zorientowanej osi, potem rotator Faradaya skręca ją o kolejne 45° , przez co kończy on w stanie polaryzacji pionowej (S). Następnie impuls odbija się od polaryzatora P2 i przechodzi dwa razy (po odbiciu się od lustra wnęki) przez parę: płytka ćwiećfalowa – komórka Pockelsa. Początkowo na komórcie Pockelsa nie ma żadnego napięcia, a zatem nie wpływa ona w żaden sposób na polaryzację światła, natomiast podwójne przejście przez ćwierćfalówkę równoważne jest pojedynczemu przejściu przez płytkę półfalową - impuls zmienia stan polaryzacji na poziomy i przechodzi przez polaryzator P2. Od tego momentu jest czas, aby, w wyniku podania odpowiedniego napięcia, komórka Pockelsa zyskała własności płytki ćwierćfalowej. Musi tego dokonać w czasie krótszym niż obieg światła we wnękę, czyli rzędu kilku nanosekund (ogranicza to od dołu rozmiary wnęki). Impuls wracający przejdzie dwukrotnie przez parę: płytka ćwiećfalowa – komórka Pockelsa z napięciem ćwierćfalowym i zachowa swój stan polaryzacji P. W ten sposób impuls został uwięziony we wnękę. Można teraz obserwować kolejne etapy wzmacniania (np. przez szybką fotodiode) i w dogodnym momencie



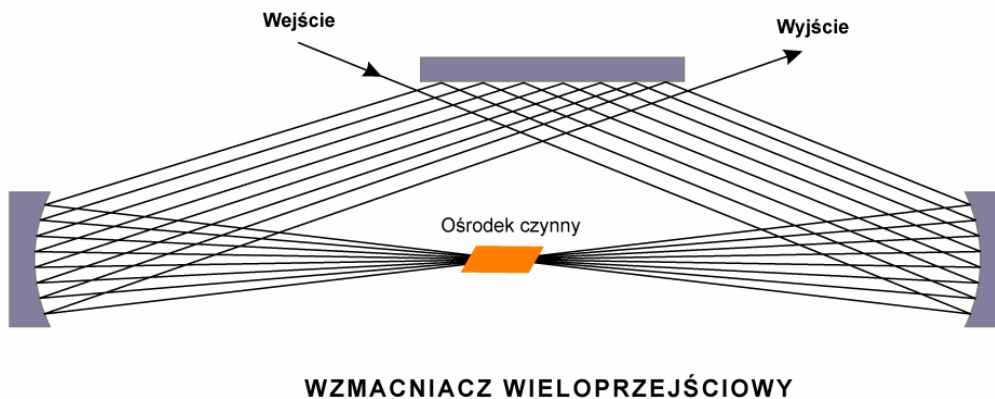
Rys. 2.5. Przykładowe realizacje wzmacniaczy regeneratywnych liniowych (a) i pierścieniowych (b). Opis ich działania znajduje się tekście.

wypuścić impuls z wnęki. Dokonuje się tego przez podanie kolejnego stopnia napięcia na komórce Pockelsa, przez co zyskuje on własności półfalowe. Dwukrotne przejście przez parę: płytka ćwiećfalowa – komórka Pockelsa z napięciem półfalowym będzie efektywnie działało jak półfalówka. Impuls przejdzie w stan polaryzacji S i odbije się od polaryzatora P2. Następnie płaszczyzna polaryzacji ulegnie obrotowi o 45° na półfalówce i kolejnym 45° , ale w przeciwną stronę (!) przy przejściu przez rotator Faradaya. Oznacza to, że impuls zachowa polaryzację S i odbije się od polaryzatora P1.

Jeżeli źródłem impulsów jest oscylator femtosekundowy z częstotliwością repetycji 76 MHz, to kolejne impulsy wejściowe będą przychodziły w odstępach czasu około 13 ns. Jest to wystarczający czas, aby wybrać tylko jeden impuls z ciągu i uwięzić go we wnęcie pod warunkiem jednak, że czas potrzebny do dokonanie pełnego obiegu we wnęcie* jest mniejszy od czasu pomiędzy kolejnymi impulsami wejściowymi. Gdy ten warunek jest spełniony, to pozostałe impulsy w stanie zamkniętej wnęki (napięcie ćwierćfalowe na komórce Pockelsa) będą wchodziły do niej bez zmiany polaryzacji. Impuls we wnęcie o polaryzacji P będzie w niej uwięziony i wzmacniany w wyniku wielokrotnych przejść przez ośrodek czynny, natomiast pozostałe impulsy (z ciągu impulsów wejściowych o polaryzacji S) będą zwracały już na polaryzatorze P2 - nie dotrą do ośrodka czynnego i nie będą korzystać z inwersji obsadzeń.

Zasada działania wzmacniacza regeneratywnego pierścieniowego jest bardzo podobna i prostsza w zrozumieniu (rys. 2.5b). Różnica leży w komórce Pockelsa, której pojedynczy schodek napięciowy skutkuje od razu własnością płytki półfalowej. Gdy nie ma napięcia na komórce Pockelsa impulsy wejściowe o polaryzacji S wykonują jeden obieg we wnęcie. Kolejne stopnie napięć na komórce Pockelsa zatrzymują wybrany impuls we wnęcie, pozwalając mu się wzmacniać, a potem go wypuszczają.

* Tak jest we wzmacniaczu regeneratywnym pierścieniowym. We wzmacniaczu regeneratywnym liniowym czas ten zależy od miejsca położenia komórki Pockelsa we wnęcie.



Rys. 2.6. Schemat typowej aranżacji wzmacniacza wieloprzejsiowego – światło przechodzi 8 razy przez ośrodek czynny.

Zupełnie odmienną konstrukcję posiada wzmacniacz wieloprzejsiowy (rys. 2.6). Tam liczba przejść przez ośrodek czynny od początku jest ustalona – nie podlega dynamicznym zmianom, jak w przypadku wzmacniacza regeneratywnego. Światło wędruje zawsze inną drogą, odbijając się od odpowiednio ustawionych luster. Wzmacniacz wieloprzejsiowy ma niewielkie straty pomiędzy kolejnymi odbiciami, dzięki ograniczeniu do minimum liczby niezbędnych elementów optycznych.

Wybór pomiędzy wzmacniaczem regeneratywnym a wieloprzejsiowym nie zawsze jest oczywisty. Oba układy wzajemnie się dopełniają; jeden ma to, czego nie ma drugi i vice versa. Ponieważ do budowy końcowego układu wykorzystano **wzmacniacz regeneratywny liniowy**, poniżej przedstawiono zalety i wady tej konstrukcji w opozycji do wzmacniacza wieloprzejsiowego [35], [36]:

Zalety:

- o wzmacniacz regeneratywny wykorzystuje ideę wnęki rezonansowej, dzięki czemu można łatwo kontrolować rozkład przestrzenny modu i przy dodatkowych warunkach uzyskać pożądany mod TEM_{00} (rozdział 3), niezależnie od początkowej jakości wiązki wejściowej,
- o lepsza stabilność kierunkowa ograniczona do stabilności elementów wnęki; we wzmacniaczu wieloprześciowym stabilność na wyjściu jest taka sama jak źródła,
- o stabilność energetyczną impulsów łatwo poprawić, dodając kolejny przebieg, który nasyci wzmocnienie,
- o łatwa kontrola i teoretycznie niczym nieograniczona liczba przejść przez ośrodek czynny,
- o wzmacniacze regeneratywne są łatwiejsze w praktycznej realizacji i justowaniu.

Wady:

- o duże straty spowodowane obecnością dodatkowych elementów aktywnych wymagają większej liczby przejść przez ośrodek czynny, co skutkuje wprowadzeniem większej dyspersji materiałowej – ogranicza to możliwość kompresji impulsu do stanu przed rozciągnięciem bez dodatkowych technik kompensacyjnych,
- o wzmacniacze wieloprześciowe mają niższe tło towarzyszące wzmocnionemu impulsowi w porównaniu z regeneratywnymi, gdzie możliwa jest obecność wzmocnionej emisji spontanicznej oraz niezależne wzmacnianie się innych impulsów w tle,
- o wybieranie impulsów z ciągu następuje przy niskich energiach przed wzmocnieniem; ryzyko zniszczenia elementów jest mniejsze,
- o wykorzystanie tego samego toru na wejście i wyjście we wzmacniaczach regeneratywnych liniowych często powoduje przenikanie impulsów z powrotem do oscylatora, co zaburza jego pracę.

Należy dodać, że wzmacniacze pierścieniowe eliminują problem słabej izolacji od oscylatora (punkt ostatni), mają też lepszy kontrast sygnału do tła. Wzmocniona emisja spontaniczna jest słabsza jako, że światło w wersji pierścieniowej musi

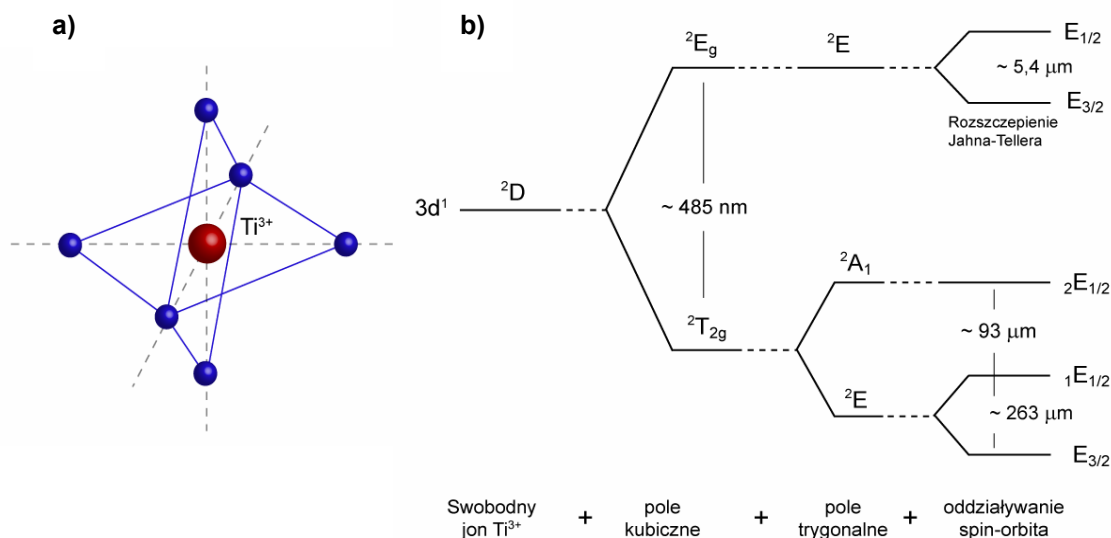
dokonać pełnego obiegu, aby osiągnąć ponownie ośrodek wzmacniający. W układzie liniowym „błąkające się” fotony z emisji spontanicznej mają większe prawdopodobieństwo trafienia na ośrodek czynny. Ponadto, odpowiednia aranżacja wnęki pierścieniowej pozwala na podwójne przejście impulsu przez ośrodek czynny w jednym obiegu [34].

Pomimo powyższych zalet nie wykorzystano tej konstrukcji w końcowym układzie doświadczalnym z uwagi na wysoki koszt komórek Pockelsa z napięciami półfalowymi.

2.5 Ośrodek czynny Ti:Al₂O₃

Korund (szafir) domieszkowany jonami tytanu jest obecnie jednym z najczęściej wykorzystywanych ośrodków czynnych w układach laserowych opartych na ciele stałym. Cechuje go wysoki próg zniszczenia, dobra przewodność termiczna, ale przede wszystkim szerokie pasmo wzmocnienia.

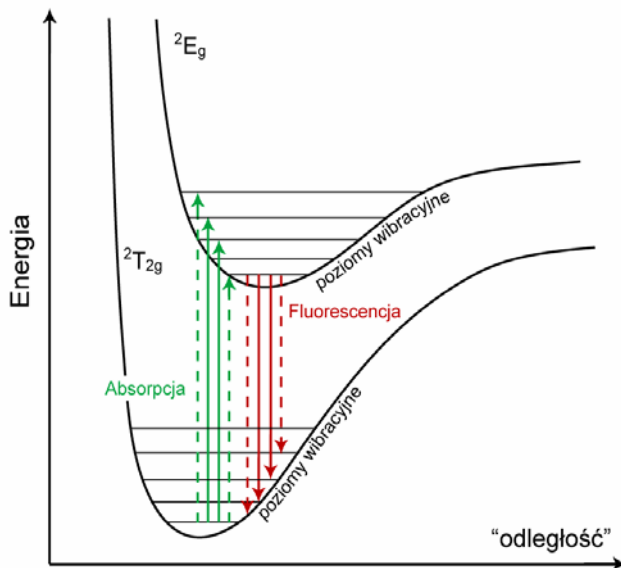
Ośrodkiem laserującym są jony tytanu Ti³⁺, które zastępują część jonów glinu Al³⁺ w sieci krystalicznej korundu Al₂O₃ (zwykle w stosunku wagowym Ti_2O_3/Al_2O_3 nieprzekraczającym 0,5%). Konfiguracja elektronowa swobodnego jonu tytanu składa się z jednego elektronu w stanie 3d i zamkniętej powłoki argonowej.



Rys. 2.7. Otoczenie jonu tytanu Ti³⁺ sześcioma jonami tlenu w wyidealizowanej strukturze oktaedrycznej w szafirze (a) oraz wkład poszczególnych czynników na zniesienie degeneracji stanu 3d¹ jonu tytanu (b)

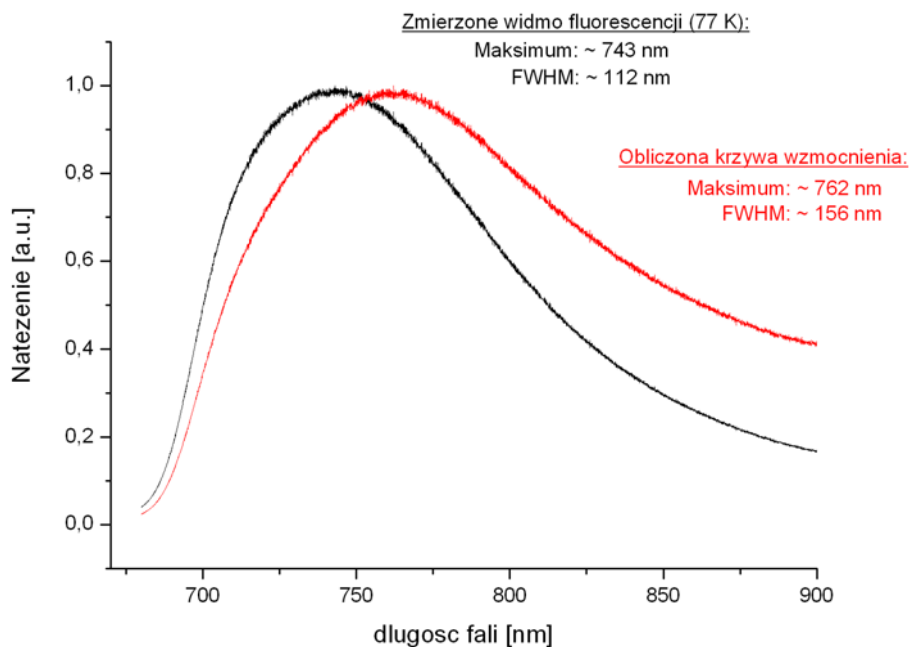
Stan podstawowy 2D swobodnego jonu jest 10-krotnie zdegenerowany [37]. Umieszczenie go w sieci krystalicznej szafiru znosi częściowo tę degenerację. Potencjał pola ligandów widziany przez jon tytanu w szafirze (rys. 2.7a) może być podzielony na duży wkład od pola kubicznego, i mniejszy od pola trygonalnego [38]. Rozważania nad symetrią pozwalają jakościowo ująć rozszczepienie zdegenerowanego stanu swobodnego jonu pod wpływem tych pól. I tak, pole kubiczne dzieli stan $3d^1$ na 6-krotnie zdegenerowany stan $^2T_{2g}$ (poziom podstawowy) i 4-krotnie zdegenerowany stan 2E_g (poziom wzbudzony). Wpływ pola trygonalnego dzieli stan $^2T_{2g}$ na dwa, a niższy z nich na kolejne dwa w następstwie oddziaływania spin-orbita (rys. 2.7b). Górny stan ulega rozczepieniu na dwa poziomy w wyniku efektu Jahn-Tellera [39].

Widmo absorpcji i fluorescencji $Ti:Al_2O_3$ można wyjaśnić, jeśli założy się, że każdy z wymienionych wyżej poziomów energetycznych będzie zawierał w sobie podpoziomy związane ze stanami wibracyjnymi sieci krystalicznej (fononami), jak to schematycznie pokazano na rysunku 2.8. Przejścia z najniższego poziomu wibracyjnego (zero-fononowego) stanu wzbudzonego 2E_g



Rys. 2.8. Uproszczony i bardzo schematyczny diagram energetyczny, wskazujący na pochodzenie szerokiego widma absorpcji i widma emisji $Ti:Al_2O_3$. W celu przejrzystości rysunku nie pokazano podpoziomów energetycznych stanów $^2T_{2g}$ oraz 2E_g z rysunku 2.7b.

będą zachodziły do różnych poziomów wibracyjnych stanu podstawowego $^2T_{2g}$. W wyniku rozszczepienia stanu $^2T_{2g}$ przejść będzie 3 razy więcej. W rzeczywistości drgania sieci krystalicznej powodują, że wysokości poziomów wibracyjnych będą się nieco różniły od atomu do atomu. Wypadkowe widmo fluorescencji będzie nałożeniem się tych wszystkich przejść, co ma swoje potwierdzenie w doświadczalnie wyznaczonym widmie pokazanym na rysunku 2.9. Jego asymetryczny kształt bierze się stąd, że zachodzi wiele przejść do coraz to wyższych stanów wibracyjnych dolnego poziomu niczym nieograniczonych (prawa strona wykresu). Istnieje natomiast ograniczenie od dołu – najniższy stan zero-fononowy poziomu $^2T_{2g}$ (lewa strona wykresu). Spostrzegawczy Czytelnik dostrzeże jednak, że lewe zbocze wykresu jest lekko odgięte. Może to sugerować przejścia także z wyższych stanów wibracyjnych poziomu 2E_g . W istocie, Gächter i Koningstein [40] dowiedli tego doświadczalnie i oszacowali, że już w temperaturze 78 K w około 5% obsadzony jest pierwszy stan wibracyjny górnego poziomu 2E_g .



Rys. 2.9. Widmo fluorescencji (pobudzone światłem lasera $\lambda_p = 527$ nm) i krzywa wzmacnienia dla kryształu $Ti:Al_2O_3$ wykorzystanego we wzmacniaczu.

Na podstawie widma fluorescencji można wyznaczyć krzywą wzmocnienia $\sigma(\lambda)$ (przekrój czynny na emisję wymuszoną), dzięki relacji [8]:

$$\sigma(\lambda) = \frac{\lambda^5 f_s(\lambda)}{hc^2 n^2} \quad (2.5.1)$$

gdzie $f_s(\lambda)$ oznacza widmo fluorescencji, n – współczynnik załamania materiału. Krzywą wzmocnienia pokazano na rysunku 2.9. Dane tam zamieszczone dotyczą kryształu w temperaturze 77 K, który został wykorzystany we wzmacniaczu szafirowym. Należy zwrócić uwagę, że położenie maksimum i szerokość połówkowa krzywej wzmocnienia wyznaczonej w tej pracy różnią się od wartości często podawanych w literaturze, odpowiednio: $\lambda_{\max} = 795 \text{ nm}$, $\Delta\lambda_{FWHM} > 200 \text{ nm}$ (np. [1]d). W rzeczywistości, dane te zawsze podawane są dla temperatur pokojowych (300 K), natomiast znana jest zależność, dowiedziona doświadczalnie [41], że wraz z malejącą temperaturą szerokość pasma wzmocnienia $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ również maleje (do temperatury około 100 K, potem jest stała), a położenie maksimum przesuwają się w stronę mniejszych długości fali. Wytlumaczenie tego jest proste: w niższych temperaturach wyższe stany wibracyjne są mniej obsadzone, toteż ich wkład do widma od strony dłuższych fal jest mniejszy. Podobna uwaga dotyczy czasu życia poziomu górnego ${}^2\text{E}_g$, który zawiera się w granicach 3-4 μs (patrz tabela 2.1).

Widmo absorpcji, które ujawnia między innymi rozszczepienie górnego poziomu ${}^2\text{E}_g$ na dwa podpoziomy [8], jest wypikowane na długości fali około 490 nm. Szerokie pasmo absorpcji (porównywalne z szerokością pasma emisji) sprawia, że wiele źródeł promieniowania może być wykorzystane w procesie pompowania. Często są to drugie harmoniczne z laserów Nd:YAG, Nd:YVO₄ (532 nm) albo Nd:YLF (527 nm).

Ośrodek dziedziczy swoje dobre właściwości fizyko-chemiczne po korundzie. W tabeli 2.1 zebrane zostały niektóre z nich. Część będzie wykorzystana w dalszej części pracy. Kryształy $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ wykonywane są na zamówienie. Niestety producent nie podaje wszystkich własności fizycznych takiej próbki. Dlatego tabela 2.1 stanowi syntezę danych na temat $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ lub samego korundu z różnych źródeł.

Wybrane własności ośrodka czynnego Ti:Al ₂ O ₃				
Cechy ogólne matrycy (α-Al ₂ O ₃)				Źródło danych
Struktura krystalograficzna	Klasa: 6mm Grupa przestrzenna: P6 ₃ mc Kryształ jednoosiowy ujemny			
Współczynnik Poissona	ν = 0.22			
Przewodnictwo termiczne	28.6 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹ (300 K) 1094 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹ (77 K)			[42]
Rozszerzalność termiczna	~ 5·10 ⁵ K ⁻¹			[43]
Współczynnik załamania zwyczajny	1,762 @ 800 nm (295K) 1,760 @ 800 nm (77K)			[44]
$\frac{dn}{dT}$	9,87·10 ⁻⁶ K ⁻¹ (300 K) 4,48·10 ⁻⁶ K ⁻¹ (77 K)			[44]
Współczynniki elastooptyczne	p ₁₁ = 0.2	p ₁₂ = 0.08	p ₄₄ = 0.085	[45]
	p ₃₁ = 0	p ₁₃ = 0	p ₃₃ = 0.252	
Własności optyczne Ti:Al ₂ O ₃				
Pasmo absorpcji	400 – 600 nm			Dane producenta
Czas życia poziomu ² T _{2g}	3.15 ms (300 K), 3.87 ms (<150K)			[8]
Przekrój czynny na wzmocnienie (maksimum)	4·10 ⁻¹⁹ cm ²			[8]
Nieliniowy współczynnik n ₂	2,2·10 ⁻¹³ esu = 5.23·10 ⁻¹⁶ cm ² /W			[46]
Dane dotyczące wykorzystanej próbki				
Metoda wzrostu	HEM (Heat Exchanger Method)			Dane producenta
Wymiary próbki	Φ = 8 mm, L = 20 mm, powierzchnie brewsterowskie (por. rys. 4.5)			
Współczynnik absorpcji @ 527 nm	0.8 cm ⁻¹			Dane producenta /Zmierzone
FOM (Figure of Merit)	~ 250			Dane producenta
Maksimum wzmocnienia	762 nm (77 K)			Zmierzone
Szerokość pasma wzmocnienia FWHM	156 nm (77 K)			Zmierzone

Tabela 2.1

Rozdział 3

Mody optycznej wnęki rezonansowej

Światło emitowane z lasera ma pewne charakterystyczne cechy związane z rozkładem natężenia, faz i częstotliwości. Pochodzenie tych cech jest ściśle związane z konfiguracją pola elektromagnetycznego, które wytworzy się w optycznym rezonatorze. Światło zamknięte w nim dąży do wytworzenia pewnej stacjonarnej konfiguracji pola, zwanej *modem*, która – z punktu widzenia bilansu strat – jest najbardziej korzystna. Wzmacniacz regeneratywny, który posiada element wnęki rezonansowej, ma za zadanie wzmacniać impulsy światła jednorodnie w całym swoim zakresie spektralnym. Dlatego wzmacnianie tzw. *modów podłużnych* przez rezonator, czyli modów różniących się jedynie częstotliwością, nie powinna być w niczym ograniczona. Pozostała kwestia rozkładu przestrzennego amplitudy (względnie natężenia) i faz, do jakiej dojdzie w zamkniętym rezonatorze będzie przedmiotem niniejszego rozdziału.

3.1 Przyosiowe równanie falowe

W teorii rezonatorów optycznych ważną rolę odgrywają rozwiązania pewnego równania opisującego propagację fal elektromagnetycznych. Zastosowanie drobnego przybliżenia w podstawowym równaniu falowym pozwala uzyskać bardzo ważną klasę rozwiązań, na bazie których zostanie oparta dalsza analiza.

Skalarne równanie falowe amplitudy pola elektrycznego w pustej przestrzeni ma znaną postać:

$$\nabla^2 \hat{E}(x, y, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{E}(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1.1)$$

gdzie c jest prędkością rozchodzenia się fali. Wyeliminowanie zależności od czasu za pomocą podstawienia $\hat{E}(x, y, z, t) = E(x, y, z)e^{i\omega t}$ i wykorzystanie związku $k = \omega / c$ w (3.1.1) prowadzi do stacjonarnego równania falowego:

$$[\nabla^2 + k^2] E(x, y, z) = 0 \quad (3.1.2)$$

W rozwiązaniu można wyłączyć człon związany z oscylującym charakterem propagacji fali, jeśli jako kierunek jej propagacji wybierze się oś z :

$$E(x, y, z) = \bar{E}(x, y, z)e^{-ikz} \quad (3.1.3)$$

Wielkość $\bar{E}$ mogłaby zależeć tylko od współrzędnych x i y , gdyby fronty falowe rozwiązania były płaskie. W ogólności tak nie będzie, czemu dano wyraz w formule równania (3.1.3). Podstawienie takiego wyrażenia do równania (3.1.2) daje:

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} = 0 \quad (3.1.4)$$

Ponieważ wyeliminowano główną zależność od z w $E(x, y, z)$, to zakłada się że $\bar{E}(x, y, z)$ będzie teraz słabo zależeć od z (głównie na skutek efektów dyfrakcyjnych), a ponieważ wiązka ma mieć skończony rozmiar w kierunku prostopadłym do kierunku propagacji (istotne drugie pochodne po x i y), można napisać:

$$\left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} \right| \quad (3.1.5)$$

Powyższe nierówności stanowią tzw. *przybliżenie przyosiowe* równania (3.1.4), co w ostateczności prowadzi do pominięcia drugiej pochodnej po z , czyli $\partial^2 \bar{E} / \partial z^2 \approx 0$. Stosując to do równania (3.1.4) otrzymuje się tzw. **przyosiowe równanie falowe**:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} = 0} \quad (3.1.6)$$

wyrażone we współrzędnych kartezjańskich dla skończonych wiązek poruszających się wzdłuż osi z . A. Siegman uzasadnia słuszność powyższego równania falowego dla wiązek, których składniki o płaskim froncie falowym nie propagują się pod kątem większym niż 30° do kierunku osi z [47]a. Jeśli kąt ten przekracza 30° , potrzebne są dodatkowe poprawki [48].

Ważną klasą funkcji wzajemnie ortogonalnych, będące rozwiązaniami przyosiowego równania falowego (3.1.6), są pewne kombinacje funkcji Gaussa i wielomianów Hermite'a, zwanych w literaturze funkcjami Gaussa-Hermita i oznaczanymi jako $\mathbf{TEM}_{mn}^*$ (z ang. *Transverse ElectroMagnetic*), gdzie m i n oznaczają liczby naturalne. Funkcje te mają następującą postać [49]a:

$$\begin{aligned} \frac{E(x, y, z)}{E_{mn}} = & H_m \left[\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right] H_n \left[\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right] \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -i \left[kz - (1 + m + n) \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right) + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

gdzie

* W celu uniknięcia niejednoznaczności w nazewnictwie dla modów wyższych bądź równych 10 oznaczenie modu powinno być oddzielone przecinkiem, jednak dalej ten nomenklaturalny szczegół będzie pomijany.

$$\begin{aligned}
 w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \\
 R(z) &= z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right] \\
 z_0 &= \frac{\pi n w_0^2}{\lambda_0}
 \end{aligned} \tag{3.1.8}$$

natomiast wielomian Hermite’a rzędu m (H_m i H_n) uzyskuje się z pomocą wyrażenia:

$$H_m(u) = (-1)^m e^{u^2} \frac{d^m e^{-u^2}}{du^m} \tag{3.1.9}$$

przy czym odpowiednie stałe normalizujące zebrane są w E_{mn} . Kroki prowadzące do uzyskania powyższych postaci rozwiązania można znaleźć w [47]b i [50]a, lub przekonać się, że są nimi w istocie, poprzez bezpośrednie podstawienie do wzoru (3.1.6). Interpretacja wielkości występujących w (3.1.7) - (3.1.8) dokonana teraz zostanie dla *modu podstawowego*, czyli TEM₀₀, pełniącego bardzo ważną rolę w fizyce laserów. Amplituda pola dla tego przypadku wynosi:

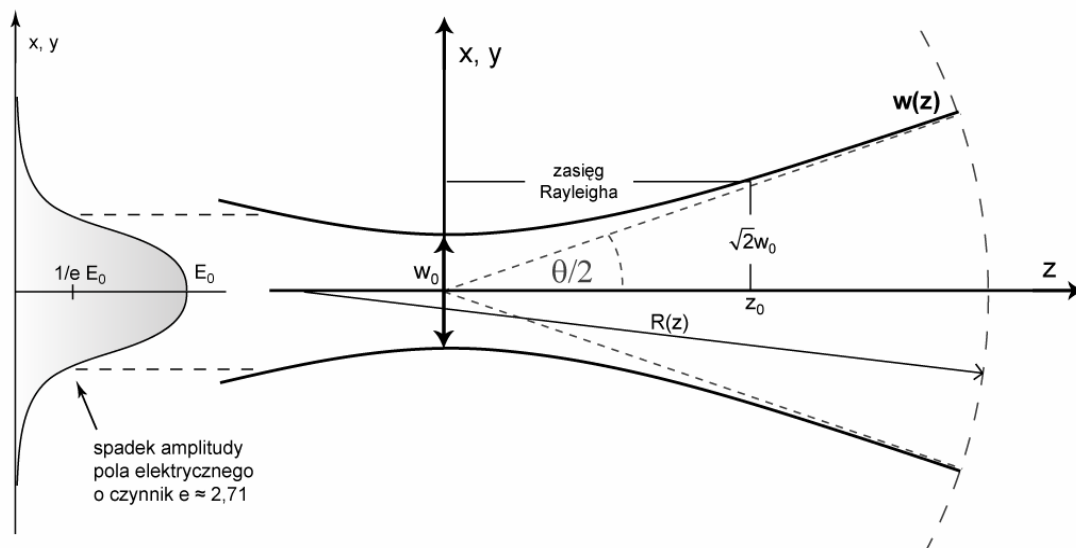
$$E(x, y, z) = \underbrace{E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right]}_{\text{Amplituda}} \underbrace{\exp\left\{-i \left[kz - \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right]\right\}}_{\text{Część fazowa}} \tag{3.1.10}$$

przy czym definicje (3.1.8) nadal obowiązują. W powyższym równaniu wyodrębniono dwie składowe: pierwsza, związana z amplitudą pola elektrycznego; druga, związana z opisem jego fazy. Przekrój poprzeczny wskazuje na gaussowski rozkład amplitudy – z tego też powodu mod przestrzenny TEM₀₀ nazywany jest także **wiązką gaussowską**.

Wyrażenie $w(z)$ jest charakterystyczną wielkością opisującą promień wiązki i jego ewolucję wzdłuż osi z (osi propagacji). Promień ten wyznaczony jest przez miejsce, w którym amplituda pola wynosi $1/e \approx 0.37$ wartości maksymalnej. Na rysunku 3.1 wykreślono ekspansję promienia wiązki zgodnie z definicją (3.1.8) w miarę jej propagacji. Aby zachowana była energia, amplituda pola w centrum maleje jak $\sim 1/w(z)$. Istnieją dwa wyróżnione punkty na osi propagacji wiązki, są

to: $z = 0$ oraz $z = z_0$. W pierwszym z nich wiązka osiąga najmniejsze rozmiary. To miejsce nazywane jest *przewężeniem*, a promień wiązki w tym miejscu ma wartość w_0 . Drugi punkt z_0 , zdefiniowany wzorem (3.1.8), wyznacza tzw. *zasięg Rayleigha*, w którym wiązka powiększa swój rozmiar od przewężenia o czynnik $\sqrt{2}$. Parametrem konfokalnym b nazywa się wielkość równą dwóm zasięgom Rayleigha $2z_0$, natomiast obszarem ogniskowania (przewężenia) odcinek $z \in (-z_0, z_0)$.

Komplementarną i równie ważną wielkością charakteryzującą wiązkę gaussowską (i ogólnie mody TEM) jest promień krzywizny frontu falowego $R(z)$ wiązki, opisany równaniem (3.1.8) i nakreślony na rysunku 3.1. Powierzchnia wyznaczona przez ten promień jest tożsama z powierzchnią stałej fazy. Analiza równania $R(z)$ (3.1.8), prowadzi do wniosków, iż front falowy staje się płaski ($R = \infty$) w przewężeniu wiązki, osiąga minimalną wartość ($R = 2z_0$) w $z = z_0$, po czym powoli narasta (rys. 3.2). Położenie środka okręgu wyznaczonego przez promień $R(z)$ nigdy nie jest umiejscowione w $z = 0$, jak to sugerują niektórzy autorzy podręczników (choć zbliża się do niego przy $z \rightarrow \infty$).



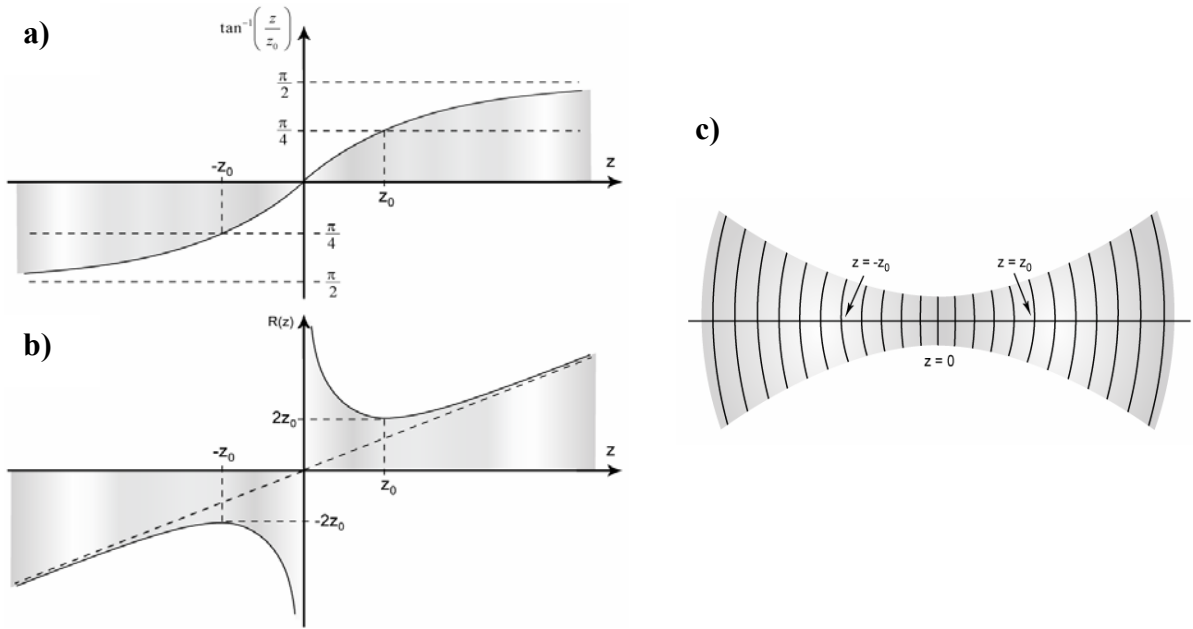
Rys. 3.1. Opis modu TEM_{00} z uwzględnieniem jego charakterystycznych wielkości.

Przesunięcia fazowe występujące w (3.1.10) można podzielić na trzy składniki. Pierwszy z nich, $-ikz$ jest naturalnie związany z propagacją wiązki wzdłuż osi z . Byłby to jedyny składnik, gdyby fale były nieskończone (w sensie rozmiarów poprzecznych) i miały płaski front falowy. Ponieważ jednak wiązka propaguje się przy skończonych rozmiarach, dodatkowe dwa składniki ujawniają swoją obecność. Pierwszy z nich, to tzw. *przesunięcie fazowe Gouya* lub *zjawisko Gouya*, pokazane doświadczalnie po raz pierwszy w 1890 roku przez G. Gouya, a którego pochodzenie fizyczne do dziś nie jest do końca poznane [51]. Zjawisko polega na pojawieniu się dodatkowej fazy równej π w wiązce światła, która przeszła przez swoje ognisko (ogniskiem dla modu TEM_{00} i wyższych jest przewężenie wiązki). W wyrażeniu (3.1.10) człon $\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)$ jest odpowiedzialny za dodatkową fazę, która narasta od zera do wartości $\frac{\pi}{2}$, gdy wiązka przemierza odcinek od $z = 0$ do $z = \infty$. Pokonanie drogi $z \in (-\infty, \infty)$ wiąże się sumaryczną fazą dodatkową równą π . Warto zwrócić uwagę, że faza $\frac{\pi}{2}$ osiąga połowę swej wartości już po przebyciu zasięgu Rayleigha, czyli tam gdzie wiązka jest najsilniej skoncentrowana (rys. 3.2). Trzeci składnik ma związek z krzywizną frontu falowego. Źródła jego pochodzenia można się doszukiwać w analogii do punktowej emisji światła, która skutkuje kulistymi frontami falowymi. W istocie, dla $z \rightarrow \infty$ krzywizna frontu falowego wskazuje na źródło emisji miejsce przewężenia wiązki ($z = 0$).

Ostatnią ważną wielkością charakteryzującą mod TEM_{00} (oraz mody wyższe) jest *kąt rozbieżności* wiązki w dalekim polu, skorelowany z promieniem wiązki w przewężeniu w_0 . Otrzymuje się go wykonując następujący rachunek:

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{2} &= \frac{dw(z)}{dz} \xrightarrow{z \gg z_0} \frac{\lambda_0}{\pi n w_0} \\ \Rightarrow \theta &= \frac{2\lambda_0}{\pi n w_0} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

Oznacza to, że im bardziej wiązka będzie zogniskowana (im mniejsze w_0), tym szybciej się będzie rozbiegać w dalekim polu. Jest to ważna cecha z punktu widzenia eksperymentatora, pracującego z wiązkami laserowymi.



Rys. 3.2. Przesunięcie fazowe Gouya (a), promień krzywizny frontu falowego (b) oraz schematyczne przedstawienie ewolucji frontów falowych dla modu TEM_{00} (c).

Omówione powyżej wielkości i cechy wiązki gaussowskiej pozostają słuszne również dla pozostałych modów Gaussa-Hermita. Porównanie ze sobą wyrażeń (3.1.10) oraz (3.1.7) wskazuje na dwie zasadnicze różnice pomiędzy modelem podstawowym a modami wyższymi TEM_{mn} . Pierwsza, związana jest z większym przesunięciem fazowym Gouya o czynnik $(1+m+n)$; druga, z bardziej złożonym rozkładem poprzecznym amplitudy pola elektrycznego wyrażonym przez iloczyny funkcji Hermite’a opisanych w odpowiednio skalowanych zmiennych x i y . Wielomiany Hermite’a rzędu > 1 posiadają miejsca zerowe (dokładnie tyle ile wynosi rząd wielomianu), które odpowiadają zerowej wartości amplitudy pola. Warto w tym miejscu wprowadzić użyteczną, mierzalną wielkość fizyczną, jaką jest **natężenie światła**, która wedle definicji jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy pola elektrycznego:

$$I(x, y, z) \sim |E(x, y, z)|^2 \quad (3.1.12)$$

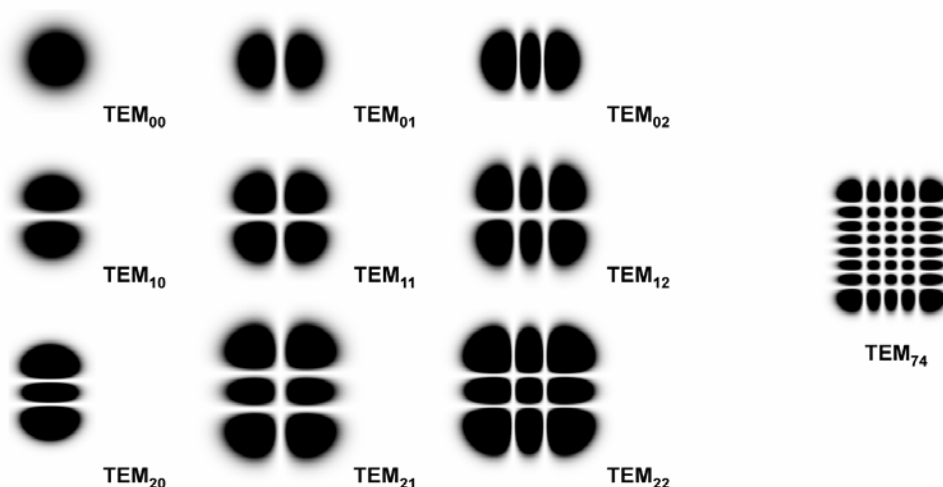
Dzięki niej można łatwo zidentyfikować rząd modu Gaussa-Hermita podczas rzeczywistego eksperymentu – mierząc rozkład poprzeczny natężenia wiązki. Na rysunku 3.3 przedstawiono kilka przykładowych modów.

Drugą odrębną klasę rozwiązań przyosiowego równania falowego stanowią tzw. mody **Gaussa-Laguerre’a** [52]a, [53], na które składają się kombinacje funkcji Gaussa i wielomianów Laguerre’a. Otrzymuje się je, przepisując równanie (3.1.6) do współrzędnych cylindrycznych.

Trzecią i ostatnią znaną obecnie klasą rozwiązań przyosiowego równania falowego są znalezione w 2003 mody **Gaussa-Ince’a** (funkcje Gaussa i wielomiany Ince’a) [54], będące wynikiem wprowadzenia współrzędnych eliptycznych w równaniu (3.1.6). Doświadczalne potwierdzenie istnienia tych modów miało miejsce rok później [55].

Dowolna kombinacja liniowa rozwiązań bazowych jest również rozwiązaniem. Wiązka propagująca się w przestrzeni może być superpozycją bardzo wielu modów odniesionych do jednej z trzech wymienionych baz (klas funkcji). Przejście z jednej bazy funkcji do drugiej jest również możliwe [54].

Istnieje zasadnicze pytanie, jak natura decyduje o wyróżnieniu jednego z trzech (lub więcej?) układów współrzędnych. Dzieje się to w następstwie narzucenia pewnej symetrii ośrodka, w którym propaguje się wiązka. Wykorzystanie elementów pozbawionych symetrii osiowej (np. przejście wiązki przez kryształ o powierzchniach brewsterowskich) zdaje się faworyzować mody



Rys. 3.3. Kilka przykładowych modów poprzecznych TEM Gaussa-Hermity.

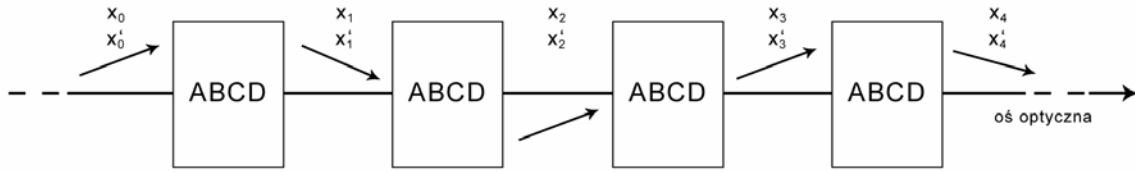
Gausa-Hermita. Ich występowanie jest o wiele częściej spotykane w rzeczywistych doświadczeniach, aniżeli pozostałych modów [56]. Również i w tej pracy zaobserwowano mody Gausa-Hermita (rozdział 6.4.4) – dlatego to głównie tym modom była poświęcona ta część rozdziału.

3.2 Macierze ABCD

Szeroko stosowaną techniką w optyce geometrycznej są metody macierzowe [57]. W tym rozdziale uwaga będzie poświęcona macierzom o wymiarze 2×2 , reprezentującym odwzorowanie liniowe pewnych dwóch wielkości (o których mowa będzie za chwilę), zwanymi dalej **macierzami ABCD**. Idea ich stosowania naturalnie wyrosła z potrzeby łatwego opisu propagacji wiązki światła przez szereg elementów optycznych. Macierze ABCD odgrywają ważną rolę w modelowaniu rezonatorów optycznych. Jednak w tym miejscu będzie o nich mowa w kontekście najprostszej teorii optyki klasycznej, czyli optyki geometrycznej.

W optyce geometrycznej światło propaguje się w postaci **promieni świetlnych**, tj. idealnie „cienkich” wiązek światła, które – zgodnie z zasadą Fermata – poruszają się po najkrótszej drodze optycznej ze swojego źródła. Dla jednorodnego współczynnika załamania wypełniającego przestrzeń drogą, po której poruszają się promienie świetlne, są linie proste. Promienie świetlne, napotykając na swej drodze różnorodne elementy optyczne, mogą w szczególności zmieniać kierunek swojego biegu w przestrzeni. Macierze ABCD wprowadza się, aby te zmiany opisać. Formalizm stosowania macierzy ABCD wymaga pewnych przybliżeń. Promień świetlny, propagując się przez poszczególne elementy optyczne w jednym wybranym kierunku, powinien pozostawać w relacji małych nachyleń do pewnej wyróżnionej osi, zwanej **osią optyczną**, którą pokazano na rysunku 3.4. Oś optyczna jest jednocześnie osią symetrii układu*, a warunek małych nachyleń promienia świetlnego do osi nazywany jest **przybliżeniem przyosiowym**. Można przyjąć, że warunek przybliżenia przyosiowego jest realizowany, gdy zachodzi: $\sin \alpha \approx \alpha \approx \tan \alpha$, gdzie α oznacza kąt pomiędzy osią a promieniem świetlnym.

* Poza przypadkiem, kiedy układ zmienia oś optyczną w wyniku transformacji



Rys. 3.4. Schematyczna propagacja promienia świetlnego przez szereg elementów optycznych reprezentowanych przez macierze ABCD

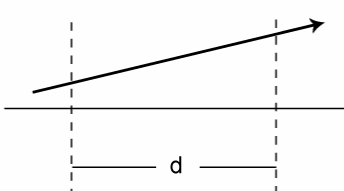
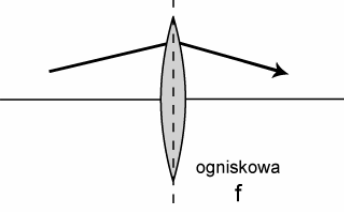
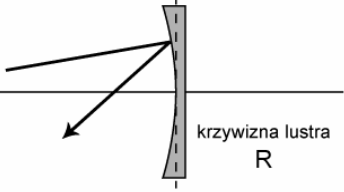
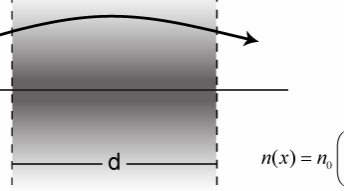
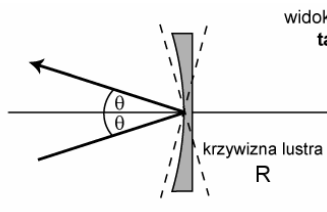
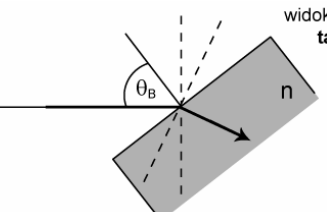
Promień świetlny odniesiony do swojej tymczasowej osi optycznej może być jednoznacznie opisany w kontekście tejże osi przez dwie wielkości: odległość i nachylenie do niej. Jeśli hipotetyczna funkcja $x = x(z)$, ciągła i różniczkowalna na odcinku rozpatrywanej osi optycznej z , oznacza odległość promienia od osi, to jej pochodna $dx/dz|_{z=z_0}$ w danym punkcie opisuje jego nachylenie. Na rysunku 3.4 ukazano schematycznie zmianę tych dwóch wielkości w miarę pokonywania przez promień świetlny kolejnych elementów optycznych reprezentowanych przez macierze ABCD. W teorii macierzy ABCD przejście jednej pary wielkości w drugą pod wpływem elementu optycznego jest opisane przez następujące odwzorowanie liniowe:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

gdzie indeks 0 odnosi się do promienia przed transformacją, a indeks 1 po. Współczynniki A , B , C i D można określić dla każdego z elementów optycznych z osobna. Najbardziej użyteczne macierze zostały przedstawione w tabeli 3.1.

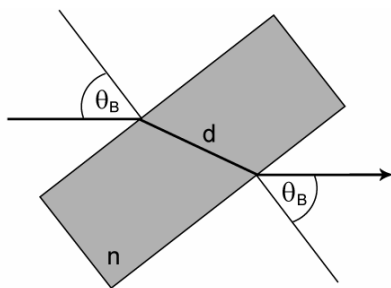
Linie przerywane, występujące na rysunkach pomocniczych w tabeli 3.1, oznaczają płaszczyzny przed i po transformacji, do których odniesione jest położenie promienia na osi propagacji. W szczególności, promień świetlny propagujący się przez pustą przestrzeń (macierz (1)) na odległości d , nie zmienia kierunku nachylenia, za to zmienia odległość od osi optycznej (gdy tylko $x' \neq 0$). Postać macierzy (1) jest oczywista. W przypadku macierzy, opisującej

Tabela 3.1

Zestawienie elementarnych macierzy ABCD		
1		Swobodna propagacja
		$M_d = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2		Transformacja przez cieką soczewkę
		$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$
3		Transformacja po odbiciu od Zwierciadła sferycznego
		$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}$
4		Transformacja przez ośrodek soczewkopodobny (typu GRIN)
		$M_{nr} = \begin{bmatrix} \cos \frac{d}{b} & b \sin \frac{d}{b} \\ -b^{-1} \sin \frac{d}{b} & \cos \frac{d}{b} \end{bmatrix}$
Macierze prowadzące do zmiany osi optycznej		
5		Płaszczyzna tangencjalna
		Płaszczyzna sagitalna
6		

transformację przez nieskończenie cienką soczewkę, promień nie pokonuje żadnej odległości, zmienia jedynie swoje nachylenie, zależnie od odległości od osi optycznej. Postać macierzy (2) wynika z prostych relacji optyki geometrycznej dla cienkiej soczewki w przybliżeniu przyosiowym. Podobnie, odbicie od zwierciadła o krzywiznie R , reprezentowane przez macierz (3), jest tożsame z transformacją przez soczewkę z uwagi na związek $R = 2f$, jednak tu promień świetlny zmienia kierunek propagacji na przeciwny. Ważną macierzą w punktu widzenia przyszłego modelowania efektu soczewki termicznej będzie macierz (4), opisująca bieg promienia świetlnego w ośrodku, w którym współczynnik załamania maleje kwadratowo w funkcji odległości od osi. Taki ośrodek w szczególnym przypadku może działać na promień jak soczewka skupiająca. Wyprowadzenie macierzy (4) jest bardziej złożone (wymaga przybliżenia przyosiowego) i jest podane w wielu podręcznikach [47]c, [50]b, [49]z.

Ostatnia grupa macierzy (5) i (6) ma związek z sytuacją, w której promień świetlny pada pod znaczącym kątem na dany element optyczny. W tym wypadku układ traci symetrię osiową i do poprawnego opisu takiej transformacji osobno trzeba rozpatrzyć transformację wiązki promieni świetlnych w ***płaszczyźnie tangencjalnej*** (w płaszczyźnie promienia padającego i odbitego), a osobno w ***płaszczyźnie sagitalnej*** (prostopadłej do tej ostatniej). Warto zwrócić uwagę, iż przy tego typu transformacjach zachodzi zmiana osi optycznej (patrz linie przerywane prostopadłe do osi optycznych – rysunki pomocnicze w tabeli 3.1). Macierze (5) reprezentują odbicie promienia świetlnego od zwierciadła o krzywiznie R , który pada na nie pod kątem θ . Jeśli wyobrazić sobie pęk równoległych promieni padających na zwierciadło, to po odbiciu promienie



Rys. 3.5

widziane w płaszczyźnie tangencjalnej skupią się wcześniej, aniżeli promienie rozpatrywane w płaszczyźnie sagitalnej. Istnienie dwóch ognisk dla tej samej wiązki skupiających się promieni jest przejawem ***astygmatyzmu***. Wyprowadzenie macierzy (5) można znaleźć w [58].

Ostatni typ macierzy, który będzie potrzebny w przyszłej analizie, to

macierze opisujące przejście promienia świetlnego z jednego ośrodka dielektrycznego do drugiego, przy czym kąt padania na drugi ośrodek jest równy kątowi Brewstera. Dla uproszenia (co wcale nie zawęża stosowalności tychże macierzy) przyjęto, że pierwszy ośrodek to powietrze ($n=1$), a współczynnik załamania drugiego wynosi n . Z uwagi na to, że macierze (6) są rzadko podawane w literaturze, ich wyprowadzenie zostało pokazane w Dodatku A. Macierze opisujące wyjście promienia z ośrodka przy założeniu, że płaszczyzna wejściowa i wyjściowa ośrodka są do siebie równoległe i oddalone o odległość d (patrz rys. 3.5) mają podobną strukturę, a ich otrzymanie wiąże się z podstawieniem $n \rightarrow n^{-1}$ w macierzach (6) podanych w tabeli 3.1. Łatwo pokazać, że efektywna droga optyczna dla przejścia przez kryształ promieni świetlnych jest różna dla płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej. Z pomocą (3.2.1) można opisać transformację promienia świetlnego kolejno jako: wejście do ośrodka o współczynniku załamania n , propagacja w ośrodku na odległość d , wyjście z ośrodka. W płaszczyźnie tangencjalnej będzie się to przedstawiać następująco:

$$\begin{bmatrix} x_{t1} \\ x'_{t1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} n^{-1} & 0 \\ 0 & n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n^{-2} \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n^3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} x_{t0} \\ x'_{t0} \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

Wymnożenie powyższych macierzy prowadzi od macierzy, która jest podobna do tej, opisującej propagację przez pustą przestrzeń (macierz (1) w tabeli 3.1). Oznacza to efektywną drogę pokonywaną przez promień świetlny równą d/n^3 . Podobny rachunek dla płaszczyzny sagitalnej daje:

$$\begin{bmatrix} x_{s1} \\ x'_{s1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n^{-1} \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} x_{s0} \\ x'_{s0} \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

co oznacza, że ta droga wynosi d/n . W dalszych rozdziałach okaże się, że te różnice są odpowiedzialne za wprowadzanie astygmatyzmu, podobnie jak pozaosiowe odbicie od zwierciadła, dyskutowane powyżej.

Rachunki (3.2.2) albo (3.2.3) demonstrują bardzo ważną własność macierzy ABCD. Składanie odwzorowań liniowych reprezentowanych przez macierze sprowadza się do mnożenia tych ostatnich. Oznacza to, że opisanie transformacji promienia świetlnego przez złożony układ optyczny dokonuje się poprzez wymnożenie odpowiednich macierzy reprezentujących kolejne elementy optyczne. Należy przy tym pamiętać o kolejności mnożenia w rachunku macierzowym: macierze kolejnych elementów powinny być zestawiane od prawej strony do lewej.

Obecność macierzy (5)-(6) w tabeli 3.1 sprawia, iż ogólny opis propagacji promieni świetlnych przez złożony układ optyczny powinien być rozszerzony na *cztery* wielkości reprezentujące promień świetlny: odległość i nachylenie do osi dla płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej. Wtedy macierz 2×2 występującą w (3.2.1) należy zastąpić macierzą 4×4 – opis staje się nietrywialny, za to bardziej ogólny. Jednak gdy płaszczyzny tangencjalne macierzy (5) i (6) są do siebie równoległe – lub co równoważne, bieg promienia świetlnego dla całego układu odbywa się w jednej płaszczyźnie – promienie transformujące się w płaszczyźnie tangencjalnej i sagitalnej nie będą mieszały się ze sobą. Sprowadza to cały problem do opisu biegu promieni świetlnych osobno w płaszczyźnie tangencjalnej, a osobno w płaszczyźnie sagitalnej. Takie podejście będzie podstawą modelowania wnęk rezonansowych kolejnym rozdziale.

3.3 Modelowanie wnęk rezonansowych

Jednym z najważniejszych zagadnień związanych z projektowaniem wnęk rezonansowych dla wzmacniaczy optycznych jest poznanie – najogólniej mówiąc – pewnych cech stacjonarnego rozkładu pola elektrycznego wewnątrz rezonatora przed jego fizyczną budową. Pewne pożądane cechy tego rozkładu mogą być osiągnięte poprzez odpowiednio zaprojektowany rezonator. Modelowanie rozkładu pola elektrycznego dla ustalonych konfiguracji rezonatorów jest przedmiotem niniejszego podrozdziału. *Rezonatorem* będzie nazywany układ optyczny, w którym może dojść do uwięzienia światła^{*}. Znanych jest wiele metod modelowania wnęk rezonansowych. Trudno jest wskazać jedną uniwersalną

^{*} Pominięto tu klasę rezonatorów astabilnych

metodę. Zwykle wybiera się tę, która w najprostszy sposób prowadzi do wyników w zakresie parametrów, które interesują projektanta. Przy projektowaniu wzmacniacza szafirowego wykorzystano proste elementy optyczne, dzięki którym pewne uproszczenia mogą być poczynione. Zrezygnowano tu z analizy strat dyfrakcyjnych dla każdej z konfiguracji rezonatora. Nie ujęto też w opisie deformacji modu w wyniku progresywnego wzmacniania światła przez ośrodek czynny (efekt niejednorodnego wzmocnienia albo nasycenie ośrodka), który obecny jest przecież w każdym rezonatorze laserowym [66]. Metodą opartą na tych i innych przybliżeniach, i wykorzystaną w dalszym modelowaniu, będzie zastosowanie macierzy ABCD w kontekście klasy funkcji Gaussa-Hermita, będących rozwiązaniami przyosiowego równania falowego. Stąd wiedza i wnioski zawarte w dwóch pierwszych rozdziałach połączą się i znajdą swoje zastosowanie, wprowadzając potrzebny język modelowania wnęk rezonansowych. Jednak nim to nastąpi, warto zacząć od wskazania pewnej intuicyjnej i chyba najbardziej bezpośredniej metody modelowania. Było to historycznie pierwsze podejście do analizy modów rezonatora, zaproponowane i opisane przez A. G. Foxa i T. Li już w 1960 roku [60], a więc na samym początku ery laserów. Wyniki uzyskane przez Foxa i Li i opublikowane w 40-tym numerze *Bell System Technical Journal* w 1961 roku dostarczyły wielu istotnych informacji, prowadzących do zrozumienia, co tak naprawdę dzieje się w rezonatorze i jak dochodzi do wytworzenia się w nim modów. Wnioski tam zawarte oraz te, pochodzące z pracy G. D. Boyd’a oraz J. P. Gordona [61] dotyczącej analitycznych obliczeń rozkładu pola dla konfokalnego rezonatora (kolejny artykuł w tym samym numerze *Bella*) stanowiąc będą podstawę do wprowadzenia nowych, uproszczonych zasad modelowania.

3.3.1 Elementarne podejście do modelowania

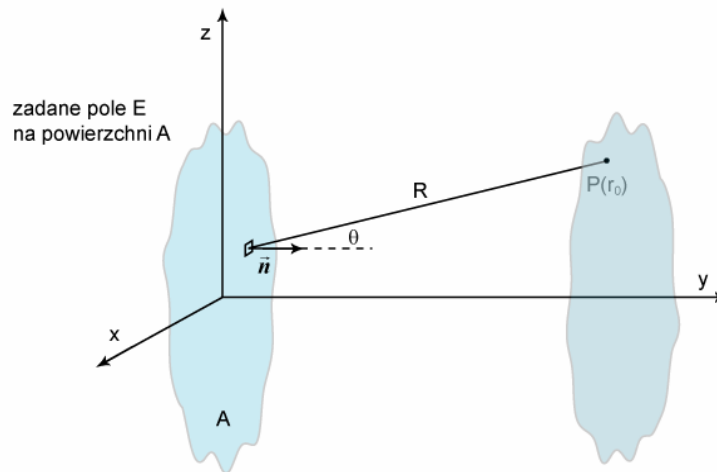
Historycznie pierwszym typem wnęki rezonansowej był interferometr Fabry-Perot [62], w którym fale elektromagnetyczne odbijają się między dwoma płaskimi zwierciadłami. Fox i Li [60] wzięli za przedmiot badań właśnie ten typ rezonatora. Jak się potem okazało, jest to jeden z najgorszych możliwych przypadków stabilnego rezonatora laserowego.

Rozpoczynając analizę propagacji fali pomiędzy dwoma lustrami, zakłada się dowolny początkowy rozkład pola elektrycznego na jednym z luster, a

następnie znajduje się jego rozkład na lustrze drugim. Wykorzystuje się przy tym skalarne sformułowanie zasady Huygensa w obrazie Fresnela, które ma postać [60], [63]a:

$$E_P(x_0, y_0, z_0) = \frac{ik}{4\pi} \iint_A E_A(x, y, z) \frac{e^{-ikR}}{R} (1 + \cos\theta) dA \quad (3.3.1)$$

Wzór ten pozwala obliczyć wartość pola elektrycznego w punkcie P przestrzeni przy zadanym rozkładzie pola $E_A(x, y, z)$ na powierzchni A (rys. 3.6). Odległość R oznacza odległość pomiędzy punktem P a elementem powierzchni dA , θ kąt pomiędzy promieniem R a normalną do powierzchni. W powyższym wzorze zakłada się, iż powierzchnia A jest dużo większa niż kwadrat długości fali ($\lambda = 2\pi/k$). Jeśli powierzchnia A stanowi jedno z lusterek rezonatora, to całkę (3.3.1) wykonać należy dla wszystkich punktów P , które leżą na powierzchni drugiego lustra rezonatora. Modelowanie rezonatora można opisać jako kolejne „plastry” fali poruszające się w tę i z powrotem po każdorazowym odbiciu od lusterek. Mając zadany rozkład na jednym z lusterek, znajduje się pole na drugim dzięki (3.3.1) – rozkład pola na tym lustrze staje się teraz źródłem do znalezienia



Rys. 3.6. Pole w punkcie P jest wypadkową pól, pochodzących od całej powierzchni A .

pola na lustrze wyjściowym. Ten proces można powtarzać wielokrotnie, za każdym razem używając rozkładu pola obliczonego w poprzednim kroku. Można oczekiwać, że po dostatecznie wielu odbiciach, rozkład pola na obu lustrach nie będzie ulegał znaczącej zmianie z dokładnością do pewnego czynnika skalującego. Jeśli – jak w przypadku obliczeń Foxa i Li [60] – oba lustra są takie same i nierozróżnialne, wtedy sytuacja staje się symetryczna, oczekiwany stacjonarny rozkład pola będzie taki sam na obu lustrach. Taką sytuację można opisać symbolicznie równaniem:

$$\gamma E = \iint_A K \cdot E \, dA \quad (3.3.2)$$

co oznacza, że szukane pole E posiada taką cechę, że samo dla siebie stanowi źródło. Współczynnik γ jest wielkością stałą, natomiast jądro K powyższej całki wynosi $(ik/4\pi R) \cdot (1 + \cos\theta)e^{-ikR}$ (por. (3.3.1)) i jest funkcją współrzędnych obu luster.

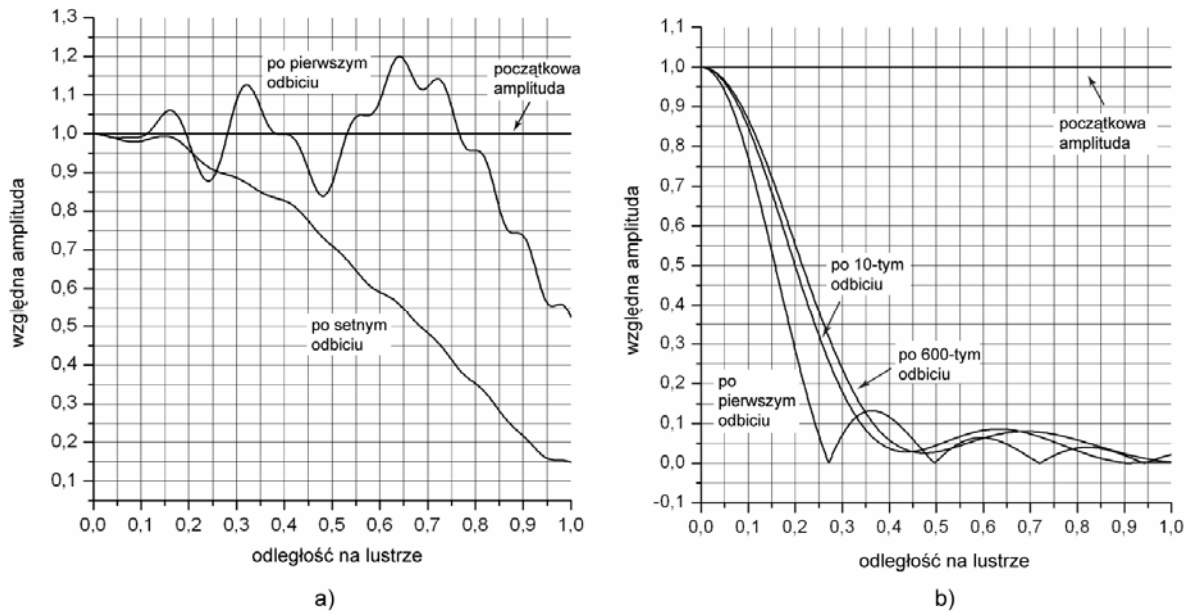
Na równanie (3.3.2) można spojrzeć jak na równanie własne z pewnym operatorem całkowym na funkcję własną E , której odpowiada wartość własną γ . Funkcje własne E skojarzone z odpowiednimi wartościami własnymi γ , o ile istnieją, są poszukiwanymi modami własnymi rezonatora. Wielkość γ może być interpretowana jako spadek amplitudy (część rzeczywista γ) oraz przesunięcie fazowe (część urojona) pola po przejściu od jednego do drugiego lustra [53].

Oryginalne podejście Foxa i Li polegało na rozwiązaniu równania (3.3.2) przy zadanej konfiguracji rezonatora *metodą kolejnych przybliżeń* (z ang. *method of successive approximations*), która prowadzi do uzyskania tylko jednego szczególnego rozwiązania. W przypadku symetrii osiowej rezonatora dodatkowo udaje się analityczną metodą wydzielić z jądra całki część, która zależy od rzędu modu określoną poprzez pewną liczbę całkowitą n . Dzięki temu dla tych przypadków można otrzymać wiele innych modów, rozpoczynając iterację z odpowiednim jądrem K_n . Metoda kolejnych przybliżeń ma także inną zaletę – na co zwracają uwagę autorzy – kolejne stopnie iteracji są równoważne fizycznemu procesowi zmiany rozkładu pola na lustrach po kolejnych odbiciach. Pozwala to śledzić rozkład pola przy kolejnych odbiciach, a także zbieżność ostatecznego rozwiązania.

Wyniki ich symulacji dla konfiguracji rezonatora o płaskich zwierciadłach pokazały, że modem, który ostatecznie się ustali, jest mod o najmniejszych stratach dyfrakcyjnych, tzn. o największej amplitudzie pola w środku, malejącej w miarę zbliżania się ku krańcom lustra (rys 3.7a). Dowodzi to tym samym, że fale w interferometrze Fabry-Perot nie poruszają się zachowawszy płaskie fronty falowe. W tej samej pracy Fox i Li zauważają, że w rezonatorze konfokalnym, wykorzystującym lustra sferyczne, uzyskany mod ma wyraźnie mniejsze straty na dyfrakcję, aniżeli jego odpowiednik o płaskich zwierciadłach. Ponadto rozkład pola na lustrach jest gładki i w centralnej części przypomina w przekroju rozkład Gaussa* (rys. 3.7b). Dodatkowo faza na lustrze jest wszędzie stała i po pełnym obiegu światła wynosi $\pi/2$ dla modu najniższego, natomiast jest wielokrotnością tej wielkości dla modów wyższych.

Rezultaty Foxa i Li dotyczące rezonatora konfokalnego znalazły swoje potwierdzenie w zaproponowanym przez Boyda i Gordona [61] analitycznym rozwiązaniu rezonatora ze sferycznymi lustrami. Pokazali oni, że przy dostatecznie małych stratach i dużych lustrach rozwiązania stają się funkcjami Gaussa-Hermitego, dyskutowanymi wcześniej w rozdziale 3.1. Jako pierwsi [64] wprowadzili opis pola przy użyciu charakterystycznych wielkości promienia modu w oraz krzywizny powierzchni stałej fazy, dziś utożsamianej z wielkością R (por. (3.1.8)) – pokazali jak te wielkości zmieniają się wewnątrz i na zewnątrz rezonatora. Uogólnienie wniosków na rezonatory, składające się ze zwierciadeł o dowolnej krzywiznie i oddalonych od siebie o dowolną odległość, zostało przedstawione we wspólnej pracy Boyda i Kogelnika [65] w 1962 roku. Wymienione wyżej prace dały grunt do rozwoju nowej uproszczonej metody modelowania wnęk rezonansowych z pominięciem strat dyfrakcyjnych, opierającej się na postulatcie, iż mody wytworzone we wnęcie rezonansowej są modami Gaussa-Hermitego (lub inną klasą modów w zależności od bazy). Aby to mogło być spełnione zakłada się, że po dostatecznej liczbie przebiegów światła w rezonatorze, kolejne rozkłady pola nie będą się od siebie różniły. Można zatem narzucić warunek, aby wiązka o danych parametrach (w , R i innych) po dokonaniu

* Uzyskany obraz amplitudy na całej powierzchni lustra w rzeczywistości bardziej przypomina rozkład Bessela, który uzyskuje się m. in. wprost z równania falowego (3.1.2). Tego rodzaju artefakt może mieć swoje źródło w rozwinięciu jądra całki dla rezonatora konfokalnego do postaci funkcji Bessla pierwszego rodzaju rzędu n [60].



Rys. 3.7. Rozkład pola elektrycznego na lustrze w rezonatorze typu Fabry-Perot (a) oraz w rezonatorze konfokalnym ze sferycznymi lustrami (b) przy kolejnych odbiciach z wykorzystaniem procedury Foxa-Li [60]. Wyniki odtworzono w oparciu o równania podane w [60] dla $a = 25\lambda$, $b = 100\lambda$ (a) oraz $a = 15\lambda$, $b = 100\lambda$ (b).

pełnego obiegu w rezonatorze miała te same parametry. To co pozostaje, to opisanie propagacji wiązki światła (modu Gaussa-Hermita) dokonującej pełnego obiegu w rezonatorze.

3.3.2 Prawo ABCD

Herwig Kogelnik w 1964 roku [66] wprowadził niezwykle użyteczny związek pozwalający w łatwy sposób opisać transformację wiązki gaussowskiej przez różne elementy optyczne. Wykorzystał w tym celu znany opis macierzowy propagacji promieni świetlnych, zapożyczając charakterystyczne dla danego elementu współczynniki A , B , C i D . Równanie, które nazwał **prawem ABCD**, ma postać:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (3.3.3)$$

przy czym zespolony parametr q zdefiniowany jest następująco:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{n\pi w^2} \quad (3.3.4)$$

gdzie R oraz w oznacza odpowiednio krzywiznę frontu falowego wiązki oraz jej promień (por. (3.1.7) oraz (3.1.8)). Indeks 1 w (3.3.3) odnosi się do wiązki przed transformacją, indeks 2 po transformacji. Parametr q jest wystarczający do opisanie cech przestrzennych wiązki przy zadanej długości fali λ . Do pełnego opisu modu TEM_{00} brakuje jeszcze określenia kierunku wiązki i wartości amplitudy przynajmniej w jednym punkcie - te wielkości jednak nie odgrywają żadnej roli przy korzystaniu z prawa (3.3.3). Przyjmuje się natomiast zawsze, że kierunek osi wiązki gaussowskiej pokrywa się z kierunkiem osi optycznej, dla której zapisana jest macierz ABCD.

Prawo ABCD można przekształcić do pewnej użytecznej postaci, która ułatwia obliczanie parametrów R_2 i w_2 po transformacji dla znanych parametrów R_1 i w_1 przed transformacją. Podstawienie (3.3.4) do (3.3.3) i stosowne przekształcenia prowadzą do:

$$w_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{n_2\pi} \frac{\Lambda W_1}{AD - CB}} \quad (3.3.5)$$

$$R_2 = \Lambda \left(\frac{(CR_1 + D)(AR_1 + B)}{R_1^2} + \frac{BD}{W_1^2} \right)^{-1}$$

gdzie

$$\Lambda = \left(A + \frac{B}{R_1} \right)^2 + \frac{B^2}{W_1^2} \quad (3.3.6)$$

$$W_1 = \frac{n_1\pi w_1^2}{\lambda}$$

natomiast n_1 i n_2 oznaczają współczynniki załamania światła w danym ośrodku. Dzięki powyższym, ogólnym relacjom łatwo jest uzyskać dowolne przekształcenie par $(w_1, R_1) \rightarrow (w_2, R_2)$, podstawiając współczynniki macierzy ABCD zebrane w tabeli 3.1 do równań (3.3.5). Przykładowo macierz propagacji w pustej przestrzeni (1) oraz para wielkości opisująca miejsce przewężenia wiązki, tj. (w_0, ∞) prowadzi

do wzorów na ekspansję $w(z)$ i $R(z)$ identycznych z (3.1.8). Wykorzystanie macierzy (6) opisującej wejście do ośrodka o współczynniku załamania n pod kątem Brewstera, prowadzi do następujących wzorów transformacyjnych:

$$\begin{cases} w_{po}^{(t)} = n \cdot w_{przed}^{(t)} \\ R_{po}^{(t)} = n^3 \cdot R_{przed}^{(t)} \end{cases} \quad (3.3.7)$$

$$\begin{cases} w_{po}^{(s)} = w_{przed}^{(s)} \\ R_{po}^{(s)} = n \cdot R_{przed}^{(s)} \end{cases} \quad (3.3.8)$$

gdzie indeksy (t) oraz (s) odnoszą się odpowiednio do płaszczyzn: tangencjalnej i sagitalnej. Wynika stąd, że promień wiązki po wejściu do ośrodka powiększa się o czynnik n w płaszczyźnie tangencjalnej, natomiast nie zmienia się w płaszczyźnie sagitalnej. Jeśli wiązka po wejściu do ośrodka i transformacji opisanej powyższymi zależnościami będzie się dalej swobodnie propagowała w tym ośrodku (macierz (1) z tabeli 3.1), to należy pamiętać o uwzględnieniu tego faktu w parametrze zespolonym q poprzez podstawienie współczynnika załamania dla tego ośrodka. Wyjście z ośrodka dokonuje się poprzez odwrotną transformację ($n \rightarrow n^{-1}$) z użyciem wzorów (3.3.7) i (3.3.8).

Przekształcone prawo ABCD podane w (3.3.5) jest przede wszystkim użyteczne w numerycznych obliczeniach – pozwala w łatwy sposób śledzić parametry wiązki gaussowskiej podczas jej propagacji przez dowolne elementy optyczne, dające się opisać macierzami ABCD. Zostanie to wykorzystane przy obliczeniach związanych z wnęką rezonansową wzmacniacza szafirowego.

Ostatnia uwaga dotyczy silnej nieliniowości odwzorowania $(w_1, R_1) \rightarrow (w_2, R_2)$ w prawie transformacyjnym ABCD dla wiązek gaussowskich (wzór (3.3.5)) w porównaniu z jej prawzorem, dotyczącym liniowego odwzorowania promieni świetlnych (por. wzór (3.2.1)). Ponadto, ze względu na równoważność parametrów w i R w opisie wszystkich modów Gaussa-Hermitea^{*}, prawo ABCD powinno dobrze opisywać także transformację modów innych niż mod podstawowy, mimo że najczęściej mówi się o prawie ABCD w kontekście

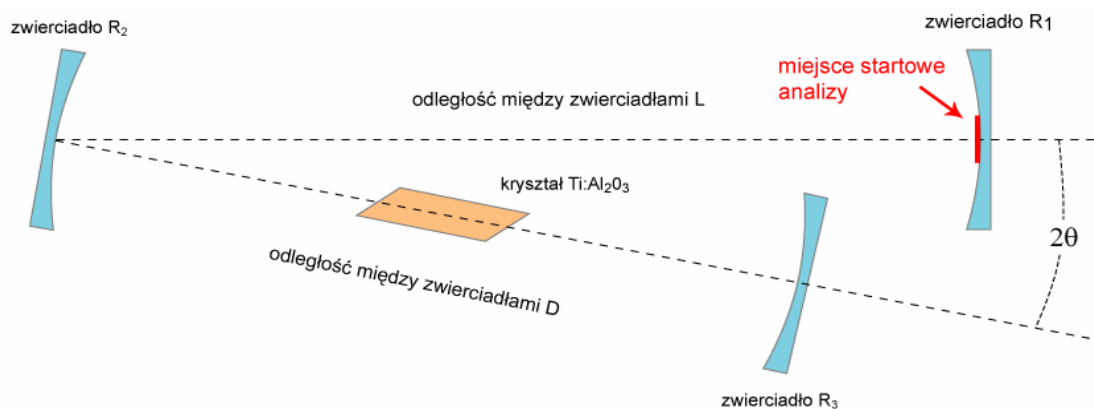
^{*} ale również modów Gaussa-Laguerre'a i Gaussa-Ince'a - patrz [53], [54]

wiązki gaussowskiej jako pożądanego modu w większości przypadków rezonatorów optycznych.

Wyprowadzenie prawa ABCD zostało podane w Dodatku B.

3.3.3 Analiza wnęki rezonansowej

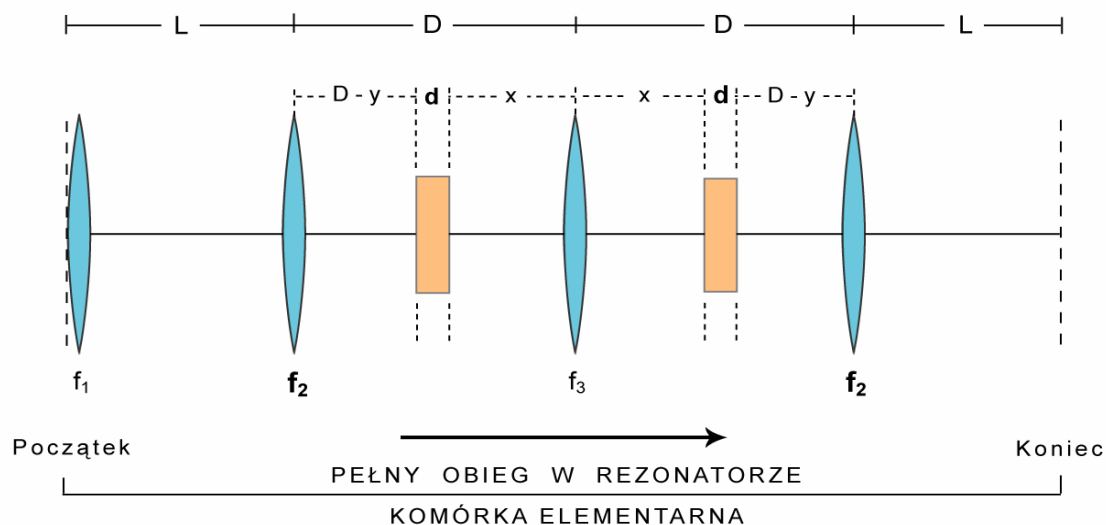
Powszechną praktyką, mającą na celu zredukowanie strat powstających przy każdorazowym przejściu światła przez kryształ ulokowany w rezonatorze, jest zastosowanie na nim powierzchni brewsterowskich. Ma to swoją zasadność w przypadku pracy ze światłem spolaryzowanym liniowo o polaryzacji p – to dla niej, zgodnie z definicją, światło całkowicie wnika do wnętrza kryształu, doznając teoretycznie zerowych strat związanych z odbiciem od powierzchni. Cena takiego rozwiązania to wprowadzenie do wnęki astygmatyzmu, co może objawiać się eliptycznym rozkładem poprzecznym modu wnęki, bądź – co gorsza – prowadzić do niestabilności wnęki rezonansowej (rozdział następny). Aby tego uniknąć, rozwiązania szuka się w sposobie kompensacji tego efektu poprzez wprowadzenie innego elementu astygmatycznego. Dyskutowane już w tym rozdziale pozaosiowe padanie wiązki światła na zwierciadło o danej krzywiznie R jest takim elementem. Kąt padania na zwierciadło mógłby kontrolować siłę wprowadzanego astygmatyzmu korygującego. Propozycja takiej konfiguracji rezonatora podana została na rysunku 3.8. Rezonator jest rozszerzeniem typowej wnęki



Rys. 3.8. Rezonator kompensujący astygmatyzm wprowadzany przez kryształ poprzez odpowiedni dobór kąta padania na zwierciadło R₂.

rezonansowej, składającej się z dwóch luster, o jedno dodatkowe, na które wiązka światła pada pod kątem θ . W jednym z ramion znajduje się kryształ, w drugim ramieniu planuje się umieścić elementy takie jak: polaryzator i komórka Pockelsa, służące do wpuszczania i wypuszczania impulsów światła do/z wnęki. Ich wpływ na kształt modu jest zanedbywalny: powierzchnie, przez które wiązka w nich będzie przechodzić, są płaskie i prostopadłe do kierunku rozchodzenia się wiązki we wnęcie. Grubość użytego polaryzatora, zorientowanego (co istotne) pod kątem ok. 75° , jest przynajmniej o rząd wielkości mniejsza niż grubość kryształu, zatem jego wpływ na kształt modu będzie również pomijalny. Podobna uwaga dotyczy okienek brewsterowskich w kriostacie, w którym umieszczony jest kryształ (rozdział 6.1.5).

Analizę wnęki rezonansowej przedstawionej na rysunku 3.8 należy rozpocząć od wypisania wszystkich składowych elementów rezonatora, przez które wiązka przechodzi podczas pełnego obiegu. Na rysunku 3.8 kolorem czerwonym zaznaczono arbitralnie miejsce, od którego rozpoczęto analizę – jest on ulokowany tuż przed zwierciadłem R_1 . Rysunek 3.9 przedstawia ten sam



Rys. 3.9. Komórka elementarna rezonatora z rysunku 3.8. Wyjaśnienia w tekście.

rezonator, co na rysunku 3.8, widziany z punktu widzenia wiązki światła dokonującej pełnego obiegu w rezonatorze. Warto zwrócić uwagę, iż odbicie promieni od zwierciadła o krzywiznie R w opisie macierzowym jest formalnie takie samo jak ich transformacja przez soczewkę o ogniskowej f , dzięki związkowi: $R = 2f$ (por. macierze (2) i (3) z tabeli 3.1). Odpowiednią sekwencję elementów optycznych, przez które przechodzi wiązka podczas pełnego obiegu, nazywa się *komórką elementarną*. Komórkę elementarną dla rozważanego rezonatora można przedstawić w postaci jednej macierzy ABCD w oparciu o wiedzę podaną w podrozdziale 3.2, wymnażając kolejne składowe macierze układu w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D-y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -2/R_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D-y \\ -2/R_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ -2/R_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.9)$$

Grubą czcionką zaznaczono elementy różniące się dla płaszczyzn tangencjalnej i sagitalnej, które wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} R_{TAN} &= R_2 \cdot \cos\theta \\ d_{TAN} &= d/n^3 \\ R_{SAG} &= R_2/\cos\theta \\ d_{SAG} &= d/n \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Parametr d oznacza drogę geometryczną w kryształach, zaś x – odległość ściany kryształu do lustra R_3 , a $y = D - x - d$.

Mając komórkę elementarną opisaną przez macierz ABCD, można zadać nieznany parametr q wiązki gaussowskiej i zapytać, jakie warunki powinna spełniać macierz ABCD komórki elementarnej rezonatora, aby po pełnym obiegu wartość parametru q nie zmieniła się. Formalnie można to zapisać jako:

$$\boxed{q = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad \text{dla komórki elementarnej}} \quad (3.3.11)$$

Powyższe równanie, w którym wykorzystano prawo ABCD dla wiązki gaussowskiej, pozwala jednoznacznie określić mod rezonatora. Na równanie (3.3.11) można spojrzeć jak na równanie własne rezonatora, przypominające równanie (3.3.2) wprowadzone w analizie ogólnej proponowanej przez Foxa i Li. Jednak w tym przypadku możliwe jest uzyskanie dokładnego rozwiązania w wyniku prostych przekształceń algebraicznych, których wynik jest następujący [63]b:

$$\frac{1}{q} = -\frac{A-D}{2B} \pm i \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4}(A+D)^2}}{B} \quad (3.3.12)$$

Wykorzystując definicję parametru q można podać wzory na R i w wiązki gaussowskiej w płaszczyźnie, w której rozpoczęto analizę (rys. 3.8):

$$R = -\frac{2B}{A-D}$$

$$w = \sqrt{\frac{\lambda |B|}{\pi n \sqrt{1 - \frac{1}{4}(A+D)^2}}} \quad (3.3.13)$$

przy czym spośród dwóch możliwych rozwiązań (3.3.12) wybiera się to, którego część urojona jest ujemna. Aby poznać rozkład modu podstawowego w całej wnęcie, a nie tylko w jednej wybranej płaszczyźnie, można powtórzyć całą analizę, wybierając jako punkt startowy inne miejsce we wnęcie, albo – co prostsze – posłużyć się przekształconym prawem ABCD do opisu propagacji modu we wnęcie w oparciu o raz znaleziony parametr q .

3.3.4 Stabilność wnęki rezonansowej

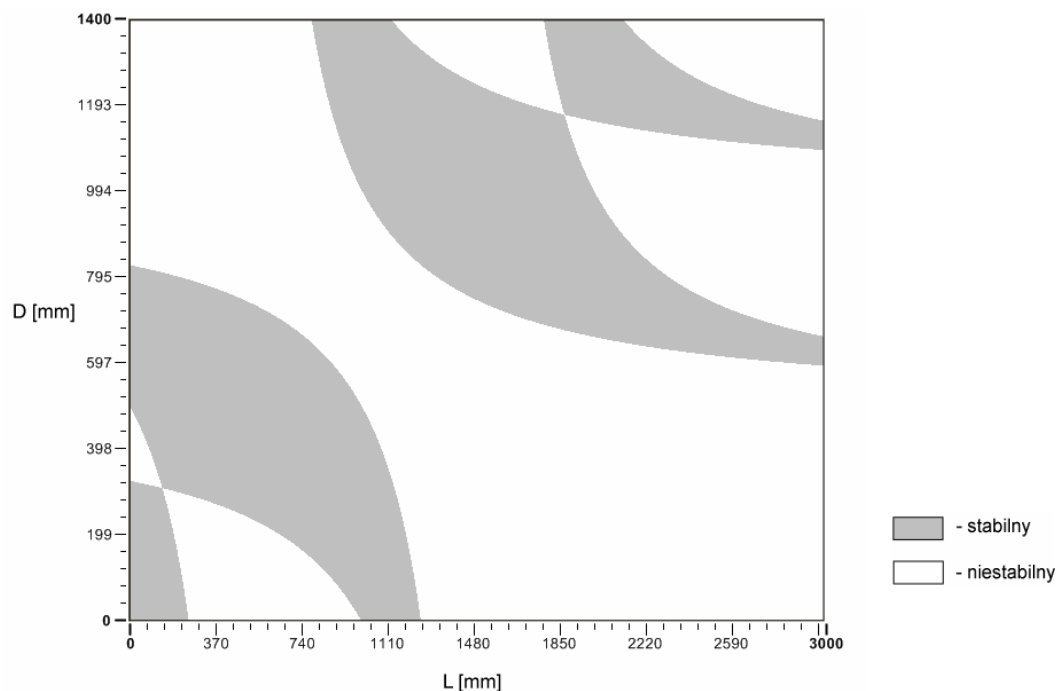
Istnienie rozwiązania w postaci (3.3.13) jest w naturalny sposób ograniczone przez wyrażenie podpierwiastkowe, które – aby promień wiązki w miał sens – musi być nieujemne. Oznacza to następujący warunek, który powinien spełnić rezonator:

$$\boxed{-2 \leq A + D \leq 2} \quad (3.3.14)$$

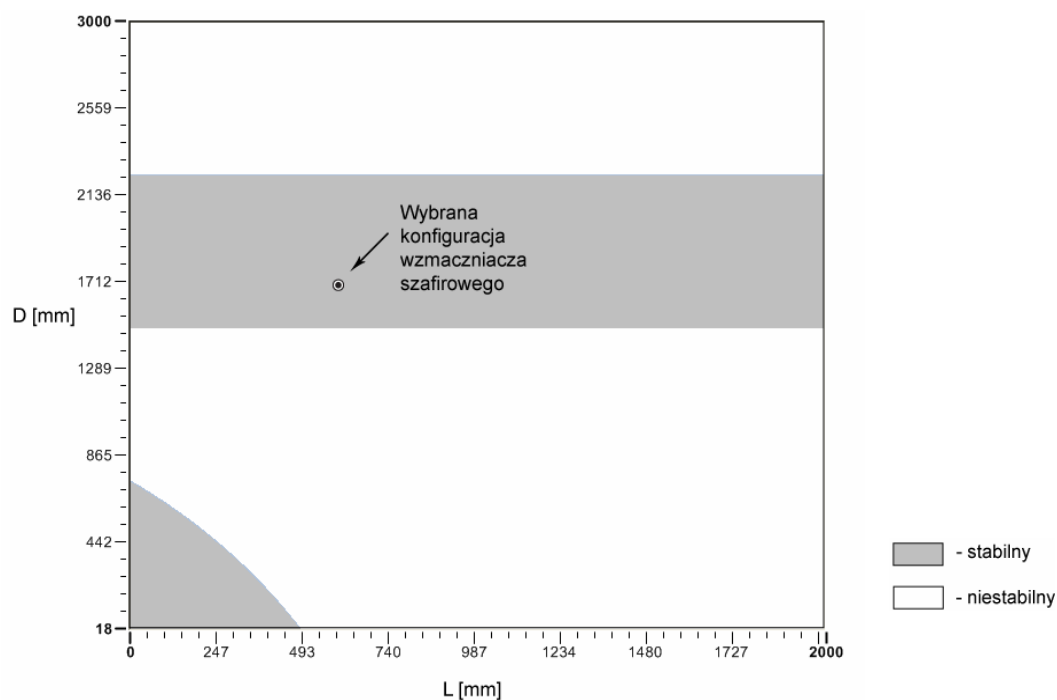
gdzie A i D oznaczają współczynniki komórki elementarnej. Na powyższą nierówność można spojrzeć, jak na **warunek stabilności rezonatora**. Komórki elementarne, dla których współczynniki A i D nie spełniają tego warunku, reprezentują rezonatory niestabilne i dla nich mod wnęki w postaci wiązki gaussowskiej nie istnieje.

Warunek stabilności bywa często badany przy użyciu tzw. diagramów stabilności, czyli dwuwymiarowych map z zaznaczonymi obszarami, w których rezonator jest stabilny. Do opisu takiego diagramu potrzebne są dwa spośród wszystkich parametrów charakteryzujących dany rezonator – pozostałe muszą być ustalone. W przypadku rezonatora diskutowanego powyżej, składającego się z trzech luster i kryształu, najdogodniejszy wydaje się być wybór parametrów określających położenie luster względem siebie, tj. odległość D i L (rys. 3.8 i 3.9). Są to parametry łatwe do kontroli przez eksperymentatora praktycznie w całym przedziale swojej zmienności. Gorszym wyborem jest parametryzacja poprzez wartości krzywizny luster, choćby z tego powodu, że ich dostępność w praktyce ograniczona jest do kilku wartości. Długość kryształu nie jest zmiennym parametrem, natomiast położenie kryształu we wnęcie nie ma wpływu na kształt diagramu stabilności (o ile kryształ nie ma właściwości ogniskujących – rozdział 4). Stwierdzono też brak silnego wpływu na kształt obszaru stabilności od kąta θ w zakresie małych kątów. To uzasadnia wprowadzenie odległości D i L jako właściwej parametryzacji dla diagramów stabilności rozważanej konfiguracji rezonatora.

Na rysunku 3.10 przedstawiono typowy diagram stabilności dla wnęki składającej się z luster wklęsłych o krzywiznach $R_1=500$ m, $R_2=R_3=1000$ mm bez kryształu i dla małych kątów padania θ . Należy mieć na uwadze to, że osobną analizę należy przeprowadzić dla płaszczyzny tangencjalnej, a osobną dla płaszczyzny sagitalnej z wykorzystaniem (3.3.10). Naturalnie, rezonator jest stabilny wtedy, gdy w obu płaszczyznach spełniony jest warunek stabilności (3.3.14). Na rysunku 3.11 przedstawiono diagram stabilności, który ostatecznie wykorzystano przy budowie wnęki dla femtosekundowego wzmacniacza szafirowego. Dobór odpowiednich luster był ograniczony przez ich dostępność w wyposażeniu laboratorium. Dysponowano następującymi wartościami krzywizn dla luster wklęsłych: 0.75 m, 1 m, 1.2 m, 1.5 m, 3 m oraz jednym



Rys. 3.10. Diagram stabilności rezonatora składającego z luster wklęsłych o krzywiznach $R_3=500$ m, $R_2=R_1=1000$ mm, bez kryształu, ważny dla małych kątów θ . Obraz uzyskany przy użyciu autorskiego kodu Rezonator v1.0 (Dodatek 4).



Rys. 3.11. Diagram stabilności rezonatora składającego z luster wklęsłych o krzywiznach $R_2 = 3000$ mm $R_3 = 750$ mm i lustra płaskiego ($R_1=\infty$). Pozostałe parametry: $d = 20$ mm, $\theta = 2^\circ 50'$. Współrzędne punktu zaznaczonego na diagramie to: $L = 600$ mm, $D = 1700$ mm.

lustrem płaskim. Kierując się wytycznymi dotyczącymi szerokości modu w ramionach rezonatora, a także ograniczeniami co do długości jego ramion (dyskusja w następnym podrozdziale), odnaleziono najbardziej dogodną konfigurację składającą się z: dwóch lusterek wklęsłych: $R_2 = 3$ m, $R_3 = 0.75$ m oraz z lustra płaskiego $R_1 = \infty$. Długość kryształu d wynosiła 20 mm. Kompensacja wprowadzanego przez kryształ astygmatyzmu w sensie, o którym będzie mowa poniżej, wskazała na wartość kąta $\theta = 2^\circ 50'$. Na rysunku 3.11, oprócz diagramu stabilności wyliczonego w oparciu o wyżej wymienione wartości, pokazano miejsce reprezentujące końcową konfigurację rezonatora opisywanego w rozdziale 6. Punkt, który można by było nazwać punktem pracy rezonatora, ma na diagramie współrzędne $L=60$ cm, $D=170$ cm. Warto zwrócić uwagę, iż znajduje się on daleko od granicy stabilności. Żadne mechaniczne drgania nie powinny mieć wpływu na stabilność rezonatora.

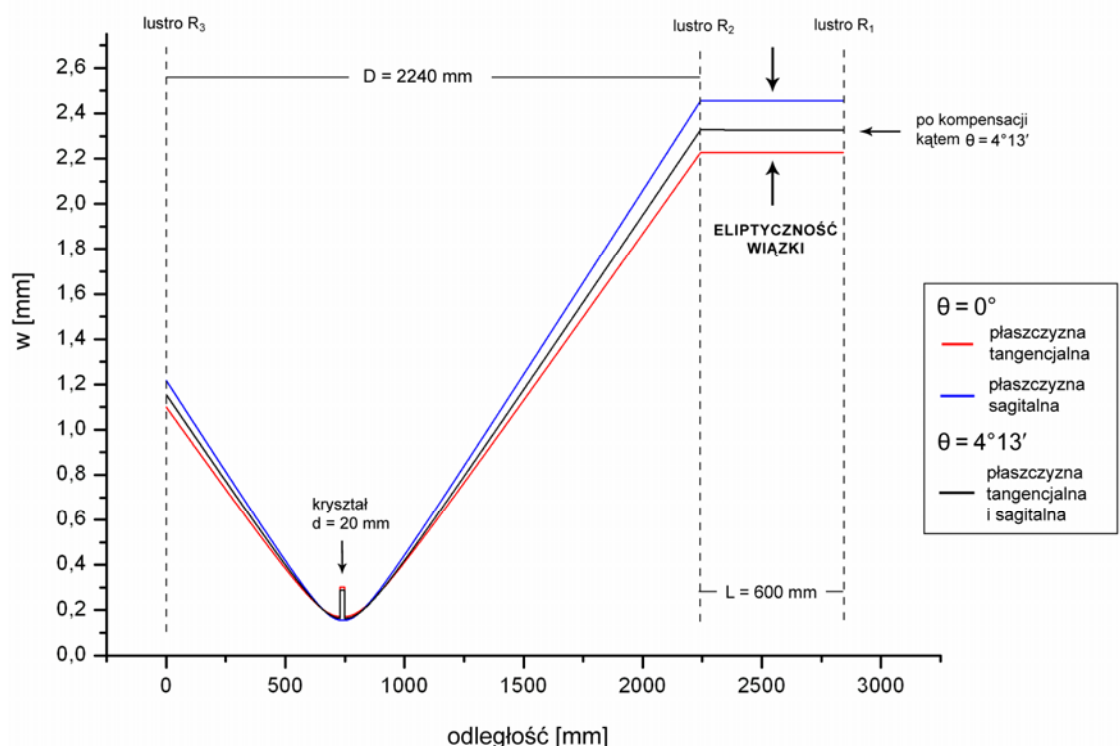
3.3.5 Kształt modu w rezonatorze

Jak wspomniano w części 3.3.3 równanie (3.3.11) jednoznacznie określa mod wnęki dla zadanych współczynników A , B , C i D komórki elementarnej. Posługując się wyrażeniami wprowadzonymi w części 3.3.2, można prześledzić ewolucję modu wzdłuż całej wnęki w oparciu o macierze składowe komórki (równanie (3.3.9)). Mimo że rachunki należy wykonywać symultanicznie dla obu parametrów wiązki w i R , to najbardziej interesującą z punktu widzenia eksperymentatora wielkością fizyczną jest promień wiązki i to on będzie brany pod uwagę w dalszej analizie modu wewnątrz rezonatora.

Przykładowe rozkłady promienia modu we wnęce dla obu płaszczyzn niezależnie można znaleźć na rysunkach 3.12 oraz 3.13. Odnalezienie pożądanых cech rozkładu modu wymaga przeanalizowania bardzo wielu konfiguracji rezonatora. W tym celu został napisany odpowiedni kod numeryczny (ujęty w formie aplikacji), który w łatwy i szybki sposób był w stanie zaprezentować potrzebne informacje. Jego opis zawarty jest w Dodatku D.

Analiza wielu różnych konfiguracji rezonatora pokazała, że w obecności kryształu we wnęce dla zdecydowanej większości przypadków nie można doprowadzić do całkowitego pokrycia się promieni modów w obu płaszczyznach poprzez odpowiedni dobór kąta padania θ . Z uwagi na charakter rezonatora,

starano się zrównać promienie modu w obu płaszczyznach jedynie w ramieniu L , bo to z niego impuls jest wypuszczany z wnęki dzięki optycznemu przełącznikowi polaryzacji. Na rysunku 3.12 pokazano taki sposób kompensacji astygmatyzmu* wprowadzanego przez kryształ za pomocą kąta padania na lustro R_2 . Przedstawiona konfiguracja rezonatora o długościach ramion $D = 2240$ mm oraz $L = 600$ mm leży blisko granicy stabilności (patrz diagram stabilności z rys. 3.11), co zwykle objawia się wyraźnymi różnicami w obrazach rozkładów promieni



Rys. 3.12. Promień wiązki w rezonatorze, składającym się z luster wklęsłych o krzywiznach $R_2 = 3$ m $R_3 = 0.75$ m i lustro płaskiego R_1 . Rezonator znajduje się blisko granicy stabilności, stąd wyraźne różnice w rozkładzie promienia modów w obu płaszczyznach bez kompensacji kątem θ . Dla kąta $\theta = 4^\circ 13'$ następuje nakrycie się obu rozkładów w ramieniu L . Drobne różnice na tym rysunku byłyby niewidoczne, dlatego pokazano tylko jedną linię.

* Poprawniej należało by mówić o eliptyczności wiązki. Wiadomo jednak, że eliptyczność wiązki gaussowskiej, np. po zogniskowaniu, prowadzi do astygmatyzmu.

modu w obu płaszczyznach w przypadku kąta padania $\theta = 0^\circ$. Zwiększanie kąta θ powoduje zmniejszenie eliptyczności wiązki w ramieniu L , aż do jej całkowitej eliminacji przy kącie $\theta = 4^\circ 13'$; po tej wartości eliptyczność znowu rośnie. Optymalna wartość kąta jest dobiera metodą prób i błędów. Analityczne metody odnajdywania tej wartości proponowane w [68] nie znalazły tu swojego potwierdzenia.

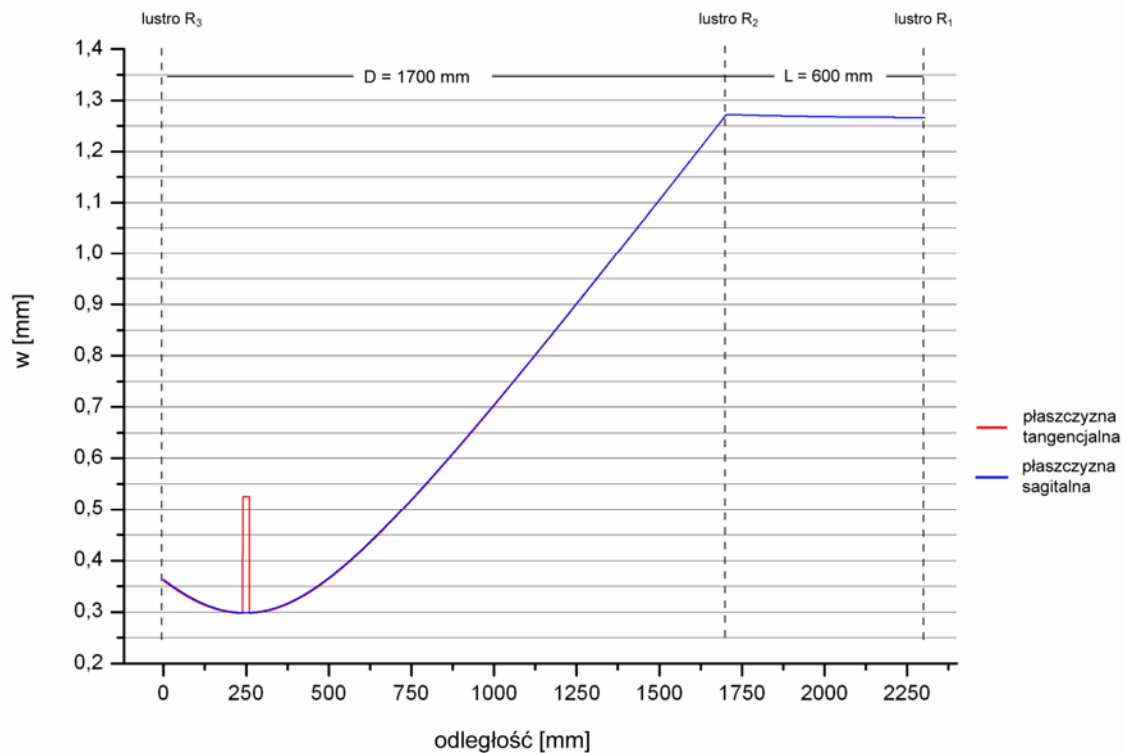
Warto zauważyć, iż przejście wiązki przez kryształ w płaszczyźnie tangencjalnej powoduje skokową zmianę wartości promienia wiązki o czynnik n , zgodnie ze wzorami (3.3.7), co znajduje swoje odzwierciedlenie na rysunkach 3.11 oraz 3.12. Kryteria wyboru cech modu wnęki dla pożądanej konfiguracji rezonatora można ująć w bardziej sformalizowanej postaci:

- ◆ promień modu w kryształach powinien wynosić ok. 300 μm , najlepiej aby mało się zmieniał w jego obrębie (dla takiej wartości mamy największą sprawność przetwarzania energii impulsu pompującego w energię impulsu wzmacnianego, chroniąc jednocześnie kryształ przed zniszczeniem).
- ◆ dobrze skolimowana wiązka w ramieniu przełącznika polaryzacji, której promień nie powinien być mniejszy od 0,6 mm z uwagi na niebezpieczeństwo zniszczenia umieszczonych tam elementów optycznych
- ◆ długość ramion rezonatora nie może być mniejsza od ok. 50 cm; dłuższe ramiona, powyżej kilku metrów także nie są wskazane – to z uwagi ograniczoną powierzchnię stołu optycznego

Powyższe kryteria są w zadowalający sposób spełnione przez konfigurację pokazaną na rysunku 3.13, która ma następujące parametry:

$$\begin{aligned} R_1 &= \infty & L &= 600 \text{ mm} & \theta &= 2^\circ 50' \\ R_2 &= 3 \text{ m} & D &= 1700 \text{ mm} & d &= 20 \text{ mm} \\ R_3 &= 0.75 \text{ m} & x &= 240 \text{ mm} \end{aligned}$$

Z symulacji wynika, iż ramię D można by było znacznie skrócić przy zachowaniu wymienionych wyżej kryteriów, gdyby użyć lustra o mniejszej krzywiznie, np. $R_2 = 2 \text{ m}$ zamiast 3 m. Niestety, nie było go na wyposażeniu laboratorium. Powyższa konfiguracja stała się podstawą do budowy wnęki rezonansowej dla wzmacniacza szafirowego, którego opis znajduje się w rozdziale 6.



Rys. 3.13. Rozkład promienia modu we wnęcie w ostatecznej konfiguracji wzmacniacza szafirowego. Parametry rezonatora jak na rysunku 3.12 z wyjątkiem różnicy w długości ramienia $D = 1700$ mm, położenia kryształu $x = 24$ cm oraz kąta $\theta = 2^{\circ}50'$

3.4 Selekcja modów

Dla stabilnego rezonatora, w którym straty dyfrakcyjne są całkowicie zanedbywalne (średnice luster znacząco większe od średnicy modu), nie ma fizycznego czynnika wyróżniającego któregośkolwiek z modów TEM_{mn} wzbudzanych we wnęcie – wszystkie są równouprawnione. Mimo to, często wymaga się od rezonatorów pracy w najniższym modzie TEM_{00} . Mod podstawowy wyróżnia się spośród pozostałych gładkim rozkładem natężenia i największą jasnością, czyli stosunkiem mocy do powierzchni i do kąta bryłowego. Pozwala to najefektywniej skupić całą moc wiązki w jak najmniejszym obszarze w przestrzeni. Ponadto, lokalne minima i związane z tym ostre zbocza w natężeniu modów wyższych od TEM_{00} (rys. 3.3), przy dostatecznie dużych natężeniach

grożą zniszczeniem komponentów optycznych. Mod TEM_{00} jest wolny od tego efektu.

Aby móc dokonać selekcji modów w rezonatorze wykorzystuje się fakt, iż nawet dla wspólnego parametru promienia wiązki w wszystkich modów efektywna średnica modu wzrasta z wartościami liczb m i n . Efektywną średnicą w_{mn}^{eff} można zdefiniować na różne sposoby: jako spadek natężenia o czynnik $1/e^2 \approx 0.135$, licząc od centrum do najbardziej zewnętrznego „płatka” modu (adekwatne do modów o symetrii cylindrycznej); albo jako promień, w którym zawiera się 90% mocy całej wiązki (mody Gaussa-Hermity) [52]b. Obie definicje prowadzą do następujących relacji:

$$w_0 \equiv w_{00}^{eff} < w_{10}^{eff} < w_{11}^{eff} < w_{20}^{eff} < w_{21}^{eff} < \dots \quad (3.4.1)$$

Wobec powyższego stosuje się dwie techniki selekcji modów w rezonatorze, które w żargonie fizyków określa się jako:

- ♦ **twarda apertura** – zastosowanie elementu aperturowego we wnętrzu, który jest tak dobrany, aby celowo wprowadzał straty dyfrakcyjne dla modów wyższych a miał najmniejsze straty dla modu podstawowego.
- ♦ **miękka apertura** – dla ośrodka pompowanego inną wiązką laserową, możliwe jest dobranie średnicy wiązki pompującej tak, aby stopień nakrywania się modu podstawowego i modu lasera pompującego był największy.

Pierwsza metoda ogranicza sprawność ekstrakcji energii zmagazynowanej w ośrodku czynnym przez celowo wprowadzane straty we wnętrzu. Stosowanie miękkiej apertury pozwala efektywniej przekazać moc przeznaczoną na inwersję obsadzeń z pompy tylko na wzbudzenie modu podstawowego. Ponieważ tę technikę wykorzystano we wzmacniaczu szafirowym, poniższa analiza ma stwierdzić zasadność jej stosowania.

Współczynnik wzmocnienia przy przejściu przez ośrodek znajdujący się w stanie inwersji obsadzeń zgodnie ze wzorem (2.1.1) jest proporcjonalny do inwersji obsadzeń w ośrodku i natężenia pola wymuszającego. Biorąc pod uwagę zróżnicowany rozkład poprzeczny natężenia światła wymuszającego (modu

wnęki) i inwersji obsadzeń w ośrodku, całkowity przyrost natężenia światła po pokonaniu odległości dz będzie równy sumie wszystkich iloczynów lokalnych inwersji obsadzeń i lokalnych natężeń w „plastrze” dz . Formalnie można to zapisać następująco:

$$\frac{dI(z)}{dz} \sim \iint_{\substack{\text{przekrój} \\ \text{poprzeczny}}} \Delta N_{lok}(x,y,z) \cdot I_{lok}(x,y,z) dS \quad (3.4.2)$$

co oznacza wykonanie całki po rozkładzie poprzecznym z natężenia i inwersji obsadzeń w danej płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się światła. Można przyjąć, że rozkład inwersji obsadzeń jest proporcjonalny do natężenia wiązki pompującej. Będzie to dobrze spełnione, jeśli pominie się efekty nasyceniowe w procesie pompowania. Można dzięki temu zdefiniować następujący **współczynnik efektywności powierzchniowego nakrywania** się modu pompy i rezonatora:

$$\eta_o \equiv S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x,y) \cdot r(x,y) dx dy \quad (3.4.3)$$

gdzie $p(x,y)$ oznacza znormalizowany rozkład poprzeczny natężenia wiązki pompującej, a $r(x,y)$ rozkład natężenia wybranego modu rezonatora. Normalizacja ma postać:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x,y) dx dy = 1 \quad \text{oraz} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x,y) dx dy = 1 \quad (3.4.4)$$

Wielkość S występuje w (3.4.3), aby zapewnić bezwymiarowość współczynnika η_o i normalizację w następującym sensie:

$$S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x,y)^2 dx dy = 1 \quad (3.4.5)$$

Istotna jest wartość współczynnika przekrywania dla różnych modów rezonatora o zadanym promieniu w i modu wiązki pompującej. Niech rozkład poprzeczny wiązki pompującej będzie rozkładem Gaussa o średnicy w , natomiast mody rezonatora niech będą opisane modami Gaussa-Hermity:

$$p(x,y) = \frac{2}{\pi w^2} \exp\left(-2\frac{x^2+y^2}{w^2}\right)$$

$$r_{mn}(x,y) = N_{mn} \left[H_m\left(\frac{x\sqrt{2}}{w}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) H_n\left(\frac{y\sqrt{2}}{w}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{w^2}\right) \right]^2 \quad (3.4.6)$$

gdzie N_{mn} oznacza współczynnik normalizacji zgodny z definicją (3.4.4). Współczynnik S w tym wypadku okazuje się być równy πw^2 i ma interpretację pola powierzchni koła o promieniu w . Wartości współczynnika efektywności powierzchniowego nakrywania się kolejnych modów z wiązką pompującą o tym samym promieniu w zostały podane w tabeli 3.2.

Dalsza analiza będzie dotyczyła sytuacji, w której światło rozchodzi się we wnętrzu w postaci impulsów o czasie trwania τ . Dla małych natężeń i krótkich impulsów można przyjąć, że inwersja obsadzeń w ośrodku po przejściu pojedynczego impulsu pozostaje w przybliżeniu taka sama. Jest to dobre przybliżenie dla pierwszych etapów wzmacniania impulsu (patrz rozdział 5). Pojedyncze przejście przez ośrodek będzie opisane następująco:

$$\frac{dI}{dz} = \chi \eta_0 I \quad (3.4.7)$$

gdzie I oznacza całkowite natężenie światła w danej płaszczyźnie w ośrodku, η_0 - dyskutowany współczynnik efektywności powierzchniowego nakrywania, χ - współczynnik proporcjonalności.

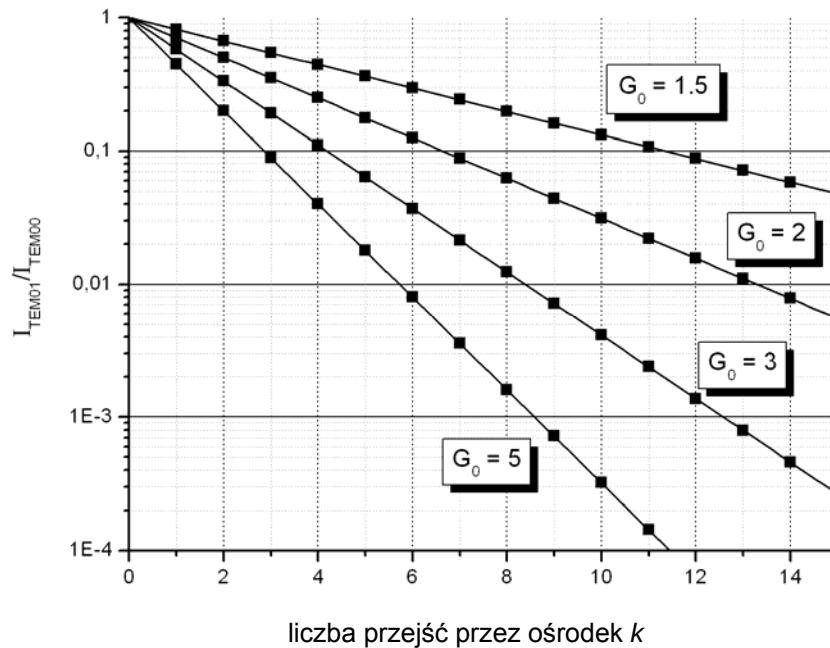
												m
												5
												4
												3
												2
												1
												0
n	0	1	2	3	4	5						
	1	1	$\frac{1}{2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$\frac{3}{8}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$\frac{5}{16}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$\frac{35}{128}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$\frac{63}{256}$	$3 \cdot 10^{-4}$
		$\frac{1}{4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$\frac{3}{16}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$\frac{5}{32}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$\frac{35}{256}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$\frac{63}{512}$	$7 \cdot 10^{-5}$	
			$\frac{9}{64}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$\frac{15}{128}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$\frac{105}{1024}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$\frac{189}{2048}$	$5 \cdot 10^{-5}$		
				$\frac{25}{256}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$\frac{175}{2048}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$\frac{2205}{32768}$	$3 \cdot 10^{-5}$			
					$\frac{1225}{16384}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$\frac{3969}{65536}$	$3 \cdot 10^{-5}$				

Tabela 3.2 Współczynniki efektywności powierzchniowego nakrywania się kilku pierwszych modów Gaussa-Hermitya TEM_{mn} z modem wiązki pompującej (lewa strona komórki) oraz stosunek natężeń poszczególnych modów do modu TEM_{00} - wzmocnienie na 10 przejściach dla $G_0 = 3$ (prawa strona)

Zakładając stały promień modu i pompy w obrębie kryształu, można scałkować równanie (3.4.7), uznając współczynnik η_0 za stały. Niech $G_0 = e^{\chi\eta_0} = e^\chi$ oznacza wzmocnienie na jednym przejściu (por. 2.1.2) modu podstawowego TEM_{00} . Wtedy całkowite wzmocnienie modu TEM_{mn} po k takich przejściach będzie wynosiło:

$$G_{mn}^{calc} = \underbrace{e^{\chi\eta_0} \cdot e^{\chi\eta_0} \dots e^{\chi\eta_0}}_k = e^{k\chi\eta_0} = (G_0)^{k\eta_0} \quad (3.4.8)$$

gdzie η_0 należy odnieść do odpowiedniego modu (tabela 3.2). Teraz łatwo zbadać końcowe wkłady różnych modów Gaussa-Hermita w stosunku do modu podstawowego. W tabeli 3.2 pokazano stosunki ich natężeń po 10 przejściach dla $G_0 = 3$. Wkład modu TEM_{01} , charakteryzującego się największym po modzie TEM_{00} współczynnikiem η_0 , wykreślono dodatkowo na rysunku 3.14. Okazuje się, że im większy współczynnik G_0 , tym szybciej narasta przewaga modu TEM_{00} nad modem TEM_{01} . W świetle wyników z tabeli 3.2 wkłady modów wyższych niż TEM_{01} powinny być zawsze mniejsze. Przesądza to o stosowalności miękkiej apertury jako właściwej techniki selekcji modu podstawowego.



Rys. 3.14. Stosunek natężeń modu TEM_{01} i TEM_{00} przy takich samych warunkach nakrywania w funkcji liczby przejść przez ośrodek dla różnych wartości G_0 .

Efekty termiczne w ośrodku czynnym Ti:Al₂O₃

Z optycznym pompowaniem ośrodka czynnego w postaci ciała stałego, wiąże się pewna strata energii. W ośrodku wzmacniającym energia fotonu światła pompującego jest większa od energii fotonu przejścia laserowego. Różnica energetyczna pomiędzy nimi przekazana zostaje fononom sieci krystalicznej i odkłada się w ośrodku w postaci ciepła. Straty te można z dobrą dokładnością opisać jako różnicę energii fotonu promieniowania pompującego (527 nm) i energii fotonu światła wzmacnianego (przejścia laserowego) o długości fali zlokalizowanej wokół 795 nm. Normalizując tę różnicę do energii fotonu pompy i pamiętając, że energia fotonu wynosi $E = \frac{hc}{\lambda}$, otrzymuje się następujący współczynnik strat:

$$\eta = \frac{E_{527} - E_{795}}{E_{527}} = 1 - \frac{\lambda_{527}}{\lambda_{795}} \cong 0.34 \quad (4.1.1)$$

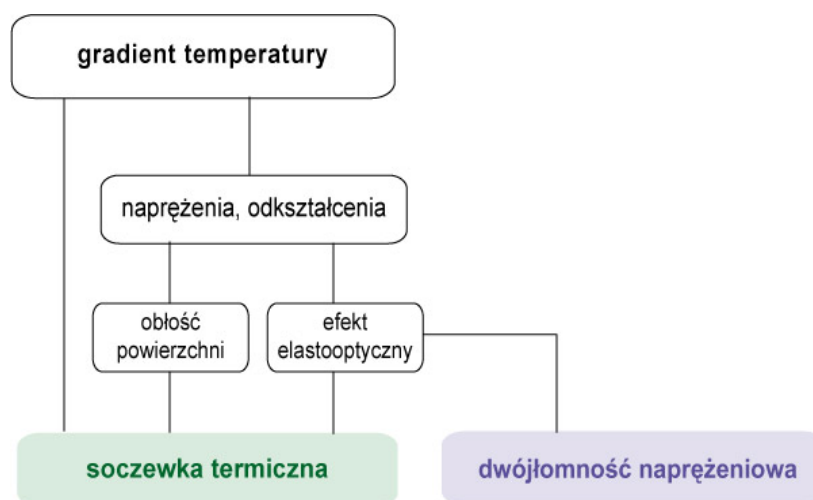
Oznacza to, że aż około 34% dostarczanej energii traconej jest na ciepło. Dla układu o dużej mocy średniej i małej średnicy wiązki pompującej może to prowadzić do pojawienia się w ośrodku wzmacniającym znaczącego gradientu pola temperatury, co z kolei może mieć wpływ na własności optyczne takiego ośrodka. O konsekwencjach tego faktu będzie mowa w niniejszym rozdziale.

4.1 Systematyka efektów termicznych

Badania nad efektami termicznymi w układach laserowych, zapoczątkowane jeszcze w latach 60-tych, wykazały istnienie dwóch istotnych zjawisk, które modyfikują własności optyczne ośrodka czynnego o danej strukturze krystalicznej, poddanego wpływowi termicznemu. Oddziaływanie na wiązkę po przejściu przez ośrodek, w którym wytworzył się znaczący gradient temperatury, może objawiać się poprzez:

- **soczewkowanie termiczne** (z ang. *thermal focusing*) – ośrodek zyskuje zdolność skupiania bądź rozpraszania wiązki światła analogiczne do własności soczewki,
- **dwójłomność naprężeniową indukowaną termicznie** (z ang. *thermally induced stress birefringence*) – pojawienie się różnicy we współczynniku załamania światła dla dwóch prostopadłych polaryzacji wzdłuż kierunku rozchodzenia się światła, co skutkuje zmianą polaryzacji światła przechodzącego.

Gradient temperatury nie jest bezpośrednio odpowiedzialny za wystąpienie wymienionych wyżej efektów. Dodatkowym mechanizmem są tutaj indukowane przez temperaturę naprężenia mechaniczne i odkształcenia. Wpływ poszczególnych czynników fizycznych na własności optyczne materiału przedstawia rysunek 4.1. Na efekt soczewkowania termicznego składają się trzy



Rys. 4.1. Wpływ czynników fizycznych na własności optyczne materiału

czynniki. Są nimi: bezpośrednia zależność współczynnika załamania od temperatury (czynnik dominujący), zmiana współczynnika załamania poprzez efekt elastooptyczny oraz deformacja płaskich powierzchni (wejściowej i wyjściowej) w obły kształt wskutek niejednorodnej rozszerzalności termicznej ośrodka. Dwójłomność naprężeniowa jest indukowana przede wszystkim za pośrednictwem efektu elastooptycznego. Oba te efekty są ściśle związane z rozkładem pola temperatury w materiale. Dodatkowo, w przypadku soczewki termicznej, położenie ogniska może być różne dla płaszczyzn tangencjalnej i sagitalnej (astygmatyzm). Szacowanie efektów naprężeniowych powinno uwzględniać właściwą dla danego materiału strukturę krystaliczną.

Współczynnik załamania zaburzonego termicznie ośrodka może być przedstawiony jako suma następujących składników:

$$n(x, y, z) = n_0 + \Delta n_T(x, y, z) + \Delta n_\varepsilon(x, y, z) \quad (4.1.2)$$

gdzie n_0 – współczynnik załamania niezaburzonego ośrodka, a Δn_T i Δn_ε oznaczają odpowiednio zmianę współczynnika załamania poprzez bezpośredni wpływ temperatury na współczynnik załamania (T) oraz efekt elastooptyczny (ε). Analityczne wyrażenie na ogniskową soczewki ośrodka, w którym współczynnik załamania, dany przez (4.1.2), ma dowolny rozkład we współrzędnych przestrzennych x , y i z , nie istnieje. Natomiast znany jest związek dla ośrodka, w którym współczynnik załamania zależy kwadratowo od odległości do osi optycznej. Ten przypadek był już dyskutowany przy okazji omawiania macierzy ABCD – jest to tzw. ośrodek soczewkopodobny (tabela 3.1, rozdział 3). Zależność współczynnika załamania, i wynikającą z niej ogniskową soczewki f , są dane przez [69]:

$$\left\{ \begin{array}{l} n(r) = n_0 \left(1 - \frac{r^2}{2b^2} \right) \\ f = \frac{b}{n_0 \sin\left(\frac{d}{b}\right)} \end{array} \right. \quad \text{oraz } b \in \mathbb{R} > 0 \quad (4.1.3)$$

$$(4.1.4)$$

Parametr b może być również liczbą czysto urojoną – wtedy postać wzoru (4.1.4) jest inna [49]b. Dopóki $d/b < \pi$, ośrodek zachowuje się jak soczewka skupiająca ($f > 0$).

Aby obliczyć efektywną ogniskową soczewki termicznej, należy znaleźć rozkład współczynnika załamania w ośrodku, a następnie przybliżyć go rozkładem parabolicznym danym przez (4.1.3). Znane są pewne analityczne wyrażenia opisujące rozkład temperatury wewnątrz ośrodka. Uzyskuje się je, rozwiązując równanie dyfuzji ciepła przy założeniu, że ośrodek posiada **symetrię osiową**. Dla pewnych rozkładów źródeł ciepła możliwe jest uzyskanie parabolicznej zależności temperatury $T(r)$ od osi, co odpowiada ośrodkowi, w którym zależność współczynnika załamania również jest paraboliczna*, a więc można stosować wzory (4.1.3) i (4.1.4).

Wszystkie wzory analityczne podane poniżej dotyczą ośrodka o symetrii osiowej, w którym rozkład temperatury zależy kwadratowo od odległości od osi. W rozdziale 4.2 odejdzie się od tego ograniczenia, znajdując pełne pole temperatury $T(x,y,z)$, kosztem złożonych obliczeń numerycznych. Nie uniknie się jednak przybliżenia danego przez równanie (4.1.3), gdyż istotne jest wyznaczenie fizycznie mierzalnej wielkości, jaką jest ogniskowa soczewki. Nie jest znana inna analityczna metoda obliczania ogniskowej ośrodka, aniżeli ta omówiona powyżej. Rezygnacja z przybliżenia danego równaniami (4.1.3) oraz (4.1.4), prowadziła by do konieczności stosowania złożonych technik śledzenia promieni świetlnych (z ang. *raytracing*) w oparciu o daną zależność $n(x,y,z)$ w ośrodku. Atrakcyjność pierwszej metody, oprócz jej prostoty, polega również na tym, iż uzyskane wyniki można wykorzystać w formalizmie macierzy ABCD i uwzględnić w modelowaniu wnęki rezonansowej – szerzej o tym w rozdziale 2.2.4.

Efekt soczewki termicznej był wielokrotnie przedmiotem badań dla kryształu Nd:YAG (układ regularny) [70], [71], [72]. Dla materiału $Ti:Al_2O_3$, różniącym się także strukturą krystaliczną, literatura jest mniej obszerna. Warto przyjrzeć się analitycznym wzorom szacującym osobno trzy efekty opisane na początku rozdziału przy kwadratowej zależności temperatury od osi optycznej.

* przy założeniu liniowego związku pomiędzy zmianą współczynnika załamania a temperaturą, por. równanie (4.1.5)

a. bezpośrednia zależność współczynnika załamania od temperatury

Zależność współczynnika załamania od temperatury można rozwinąć w szereg potęgowy:

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T + O(\Delta T^2) \quad (4.1.5)$$

W przybliżeniu liniowym odrzuca się wyraz kwadratowy i wyższe, natomiast wielkość dn/dT wyznaczana jest doświadczalnie. Według modelu Innocenzi'iego [71] ogniskowa soczewki termicznej ośrodka pompowanego wiązką o gaussowskim rozkładzie przestrzennym, współosiowo z wiązką modu rezonatora wynosi:

$$f_a = \frac{\pi \kappa w_p^2}{P_{dep} (dn / dT)} \quad (4.1.6)$$

gdzie κ - współczynnik przewodności termicznej materiału, w_p - promień wiązki pompującej, P_{dep} - moc deponowana w ośrodku w postaci ciepła. Grubsze przybliżenie - zakładające jednorodny rozkład ciepła w walcu o promieniu r_o - prowadzi do modyfikacji wzoru (4.1.6) poprzez zastąpienie $w_p^2 \rightarrow 2r_o^2$. Taka postać wzoru jest częściej spotykana w literaturze [73], [74], [75]. Wzór na zmianę współczynnika załamania w tym modelu wynosi:

$$\Delta n_T(r) = -D \cdot \frac{r^2}{r_0^2} \quad (4.1.7)$$

gdzie współczynnik D dany jest przez [77]:

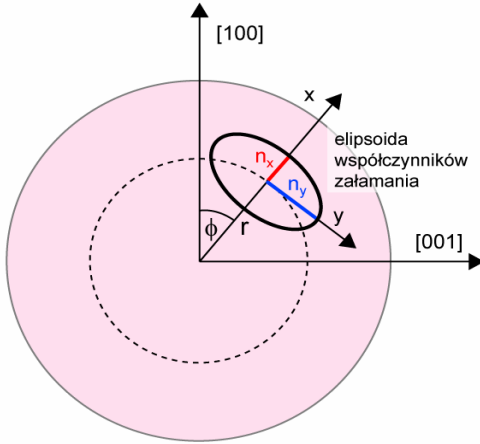
$$D = \frac{P_{dep}}{4\pi \kappa d} \frac{dn}{dT} \quad (4.1.8)$$

b. efekt elastooptyczny

W tym przypadku zmiana współczynnika załamania jest wyrażona za pomocą równania tensorowego, wiążącego cechy symetrii ośrodka z tensorem odkształceń [76]:

$$\Delta B_{ij} = p_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1 \dots 3 \quad (4.1.9)$$

gdzie ΔB_{ij} jest miarą względnego zniekształcenia elipsoidy współczynników załamania ośrodka (Dodatek C), p_{ijkl} oznaczają współczynniki elastooptyczne, a ε_{kl} to tensor odkształceń. Wzór uwzględniający ten efekt dla układu heksagonalnego, jakim jest Ti:Al₂O₃, nie był dotąd



Rys. 4.2. Ilustracja dwóch płaszczyzn polaryzacji światła dla efektu elastooptycznego w osiowo-symetrycznym ośrodku czynnym.

podawany w literaturze. Nie wiadomo zatem, jak silny może to być efekt, i w jakim stopniu wpływać na ogniskową soczewki termicznej, ani też czy istotny jest jego wpływ na polaryzację światła poprzez zjawisko dwójłomności naprężeniowej. W tym celu wykonano staranne rachunki, których szczegóły zawiera Dodatek C. Prowadzą one do związku na zmianę współczynnika załamania w ośrodku dla dwóch kierunków polaryzacji światła. Jeden z kierunków jest zawsze równoległy do promienia wodzącego r (**kierunek radialny**), drugi jest do niego prostopadły (**kierunek tangencjalny**^{*}). Lokalny układ odniesienia (x, y) oraz elipsoidę współczynników załamania w tym układzie pokazano na rysunku 4.2, gdzie oś c [001] kryształu jest prostopadła do kierunku rozchodzenia się światła. Wzór dla kierunku radialnego wynosi:

$$n_x = n_0 + \Delta n_x = n_0 - S \left[C + C_x \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (4.1.10)$$

natomiast dla kierunku tangencjalnego:

$$n_y = n_0 + \Delta n_y = n_0 - S \left[C + C_y \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (4.1.11)$$

Stałe S , C , C_x oraz C_y wynoszą odpowiednio:

^{*} Tutaj wyrażenie *kierunek tangencjalny* nie powinien być mylony z pojęciem *płaszczyzny tangencjalnej*

$$S = \frac{\alpha_T Q_{dep} r_0^2 n_0^3}{64(1-\nu)\kappa} \quad (4.1.12)$$

$$C = 2(3\nu - 1)(p_{11} + p_{12}) + 4(\nu - 1)p_{13} \quad (4.1.13)$$

$$C_x = 8(\nu - 1)(2p_{11} + p_{12} + p_{13}) + 16p_{11} \quad (4.1.14)$$

$$C_y = 8(\nu - 1)(p_{11} + 2p_{12} + p_{13}) + 16p_{12} \quad (4.1.15)$$

gdzie α_T – współczynnik rozszerzalności termicznej, ν – stała Poissona, κ – współczynnik przewodności termicznej, Q_{dep} – gęstość mocy zdeponowanej w ośrodku (patrz 4.2.2a), p_{ij} – współczynniki elastooptyczne.

Należy zwrócić uwagę, że pochodzące od efektu elastooptycznego składniki Δn_x w (4.1.10) oraz Δn_y w (4.1.11) zależą kwadratowo od odległości do osi, natomiast nie zależą od kąta. Podstawienie danych z tabeli 2.1 (rozdział 2) do wzorów (4.1.14) i (4.1.15) wskazuje na to, że $C_x = 0,205 > 0$ oraz $C_y = -0,966 < 0$, a więc różnica we współczynnikach załamania rośnie wraz z promieniem.

Aby można było zbadać wpływ na światło przechodzące przez ośrodek, w którym wystąpił efekt elastooptyczny, należy rozłożyć wektor polaryzacji fali padającej w danym miejscu kryształu w bazie pokazanej na rysunku 4.2, a następnie posłużyć się wzorami (4.1.10) i (4.1.11). Pamiętając o zależności (4.1.2) i nierówności $\Delta n_x \neq \Delta n_y$, dochodzi się do wniosku, iż w następstwie zjawisk opisywanych w punkcie **a** i **b**, światło po przejściu przez ośrodek skupi się w miejscu zależnym od polaryzacji. Dwa skrajne przypadki dotyczą promieni spolaryzowanych w kierunku radialnym (n_x) oraz w kierunku tangencjalnym (n_y).

c. deformacja powierzchni

Sposób mocowania kryształu pompującego zwykle zapewnia swobodę odkształcania powierzchni bocznych poprzez rozszerzalność termiczną materiału. Zmiana ta liczona wzdłuż osi kryształu wynosi:

$$l(r) = \alpha_T l_0^* (T(r) - T(r_0)) \quad (4.1.16)$$

gdzie α_T – współczynnik rozszerzalności termicznej, l_0^* to długość, która bierze udział w ekspansji ($l_0^* < l_0$ - długość ośrodka w spoczynku). Wielkość l_0^* jest trudno wyrazić w sposób analityczny, dlatego ten parametr pozostawia dużą swobodę w tym modelu. W pracy Koechnera [77] wykazano, że l_0^* dla kryształu Nd:YAG mieści się w granicach $\frac{r_0}{2} < l_0^* < r_0$. Pamiętając, że temperatura zależy kwadratowo od odległości od osi, oraz że krzywizna powierzchni jest związana z drugą pochodną wyrażenia (4.1.16) po r : $R = -(d^2l/dr^2)^{-1}$, można otrzymać następujący wzór na ogniskową soczewki powstałą w wyniku efektu odkształcenia się powierzchni bocznych (por. [75]):

$$f_c = \frac{\kappa}{\alpha_T Q_{dep} l_0^* (n_0 - 1)} \quad (4.1.17)$$

gdzie Q – oznacza gęstość deponowanej mocy ($Q = P/V$, gdzie V – objętość ośrodka). Dla kryształu $Ti:Al_2O_3$ wielkość l_0^* zostanie wyznaczona metodą numeryczną (rozdział 4.2, rysunek 4.10).

Suma wszystkich efektów

Biorąc pod uwagę fakt, iż dwa pierwsze czynniki, tj. zmiana współczynnika załamania z temperaturą (a) oraz efekt elastooptyczny (b) wpływają na współczynnik załamania w ośrodku w sposób podany w równaniu (4.1.2), to z uwagi na zależność paraboliczną tego współczynnika od osi kryształu, można skorzystać ze wzorów (4.1.3) oraz (4.1.4) i podać wzór na ogniskową soczewki. Po wykonaniu stosownych przekształceń i uproszczeń otrzymujemy:

$$f_{T+\varepsilon} = \frac{2r_0^2 \pi \kappa}{P_{dep}} \left[\frac{dn}{dT} + \frac{\alpha_T n_0^3 C_{x,y}}{16(1-\nu)} \right]^{-1} \quad (4.1.18)$$

Natomiast łącząc ze sobą powyższy wzór i wzór na ogniskową, pochodzący od deformacji podany w (4.1.17), dostajemy pełne wyrażenie na efektywną ogniskową, uwzględniające wszystkie trzy opisane wyżej efekty:

$$f_{x,y} = \frac{2r_0^2 \pi \kappa}{P_{dep}} \left[\frac{dn}{dT} + \frac{\alpha_T n_0^3 C_{x,y}}{16(1-\nu)} + \frac{2(n_0 - 1)\alpha_T l_0^*}{d} \right]^{-1} \quad (4.1.19)$$

zależność współczynnika załamania od temperatury efekt elastooptyczny deformacja powierzchni

W uzyskaniu powyższych wzorów zastosowano dwa przybliżenia: $\sin(d/b) \approx d/b$ (wzór (4.1.4)) oraz $n_0 - SC \approx n_0$. Stosunek składników w nawiasie kwadratowym we wzorze (4.1.19) pozwala uzyskać informację, w jakim stopniu poszczególne efekty wpływają na formowanie się soczewki termicznej. Wyniki dla danych materiałowych w temperaturze 300 K podano na rysunku 4.3. Zachowują one słuszość także w niskich temperaturach z racji tego, że dane materiałowe słabo zależą od temperatury (współczynnik przewodności termicznej znajduje się przed nawiasem). W powyższym oszacowaniu wykorzystano średnią wartości absolutnych współczynników C_x i C_y .

W tym miejscu warto podać najprostsze zależności wartości ogniskowej soczewki od mocy deponowanej w ośrodku. Przyjęto: $l_0^* = r_0 = 0.213 \text{ mm}$ ($w_p = 0,3 \text{ mm}$) i dane materiałowe z tabeli 2.1:

$$f_x = \frac{1.47}{P_{dep}} [m] \quad f_y = \frac{2.74}{P_{dep}} [m] \quad \text{dla } 300 \text{ K} \quad (4.1.20)$$

$$f_x = \frac{30}{P_{dep}} [m] \quad f_y = \frac{40}{P_{dep}} [m] \quad \text{dla } 77 \text{ K} \quad (4.1.21)$$

Wielkość P_{dep} oznacza **moc traconą w ośrodku**. Przykładowo, jeśli moc wiązki pompującej po stratach, doprowadzona do ośrodka wynosi 50 W, absorpcja kryształu 80%, współczynnik strat na ciepło $\eta = 0.34$, to $P_{dep} = 0.8 \cdot 0.34 \cdot 50 = 13,6 \text{ W}$. Dla temperatury pokojowej wartości ogniskowej soczewki jest dramatycznie mała, bo wynosi nawet 11 cm ! W temperaturze wrzenia ciekłego azotu najniższa wartość ogniskowej soczewki to 2.2 m. Uzasadnia to stosowanie chłodzenia ośrodka czynnego do bardzo niskich temperatur.



Rys. 4.3. Wkład poszczególnych czynników fizycznych na formowanie się soczewki termicznej w $Ti:Al_2O_3$

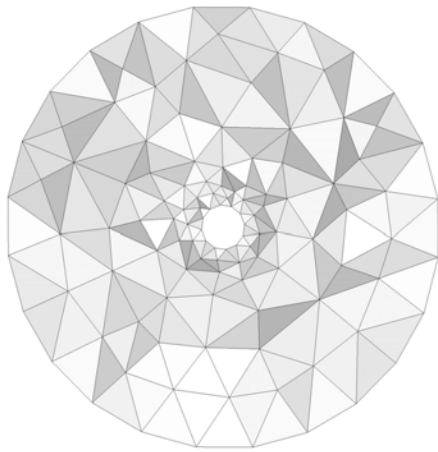
4.2 Modelowanie soczewki termicznej

Bezpośrednia zależność współczynnika załamania od temperatury, według analizy przedstawionej w poprzednim podrozdziale, wnosi największy wkład w formowanie soczewki termicznej. Celem tej części rozdziału jest dokładne zbadanie rozkładu temperatury wewnątrz ośrodka, i na tej podstawie zweryfikowanie analitycznego modelu dyskutowanego wcześniej. Rozwiązane zostanie równanie dyfuzji ciepła w geometrii trójwymiarowej, uwzględniając to, czego prosty model uwzględnić nie może: realistyczne warunki brzegowe, dowolny rozkład źródła ciepła, zależność współczynnika przewodności termicznej od temperatury, pochyłość ścian bocznych kryształu. itd. Zostanie także podjęta próba znalezienia pola odkształceń w kryształach, dzięki czemu można będzie zweryfikować wkład pozostałych efektów termicznych. Do tego celu wykorzystana zostanie pewna metoda rozwiązywania równań różniczkowych.

4.2.1 Metoda elementu skończonego

Metoda elementu skończonego (z ang. FEM – *finite element method*) jest jedną ze standardowych metod szukania przybliżonych rozwiązań układów równań różniczkowych cząstkowych opisanych na skończonym obszarze. Opiera się ona na podziale obszaru na skończone elementy uśredniające stan fizyczny ciała. Rozwiązania szuka się przy warunku ciągłości wielkości opisanych przez sąsiadujące ze sobą elementy w tzw. punktach węzłowych, i przy spełnieniu warunków brzegowych. Najczęściej wykorzystuje się metody wariacyjne, polegające na minimalizacji pewnego wyrażenia ze względu na zawarte w nim

niewiadome współczynniki. Procedurę postępowania prowadzącą do rozwiązania danego problemu można streścić następująco [81]a:



Rys 4.4. Przykładowa dyskretyzacja owalnego obszaru z wyłobieniem w środku (przypadek 2D) za pomocą 202 trójkątów. Odcienie szarości pokazują stopień anizotropii elementu geometrycznego (tu: odstępstwo od trójkąta równobocznego).

1) podział rozpatrywanego obszaru na mniejsze fragmenty poprzez generację *siatki* obiektu, na którą składają się elementy (odcinki, trójkąty, czworokąty, czworokątiany – adekwatnie do wymiaru). Dla pojedynczego elementu ustala się, stosownie do wymiaru, liczbę punktów, krawędzi lub płaszczyzn węzłowych.

2) wypisanie równań dla wszystkich elementów siatki, przy wybraniu odpowiednich funkcji aproksymujących dany element (np. elementy Lagrange’a, Argyris’a, Hermite’a [82]). Wybiera się różne elementy w zależności od geometrii

rozpatrywanego obszaru (Rys. 4.4), choć tego samego typu i z tej samej rodziny funkcji aproksymujących.

3) połączenie równań dla pojedynczych elementów poprzez identyfikację elementów ze sobą sąsiadujących przez nałożenie warunku ciągłości oraz warunków brzegowych.

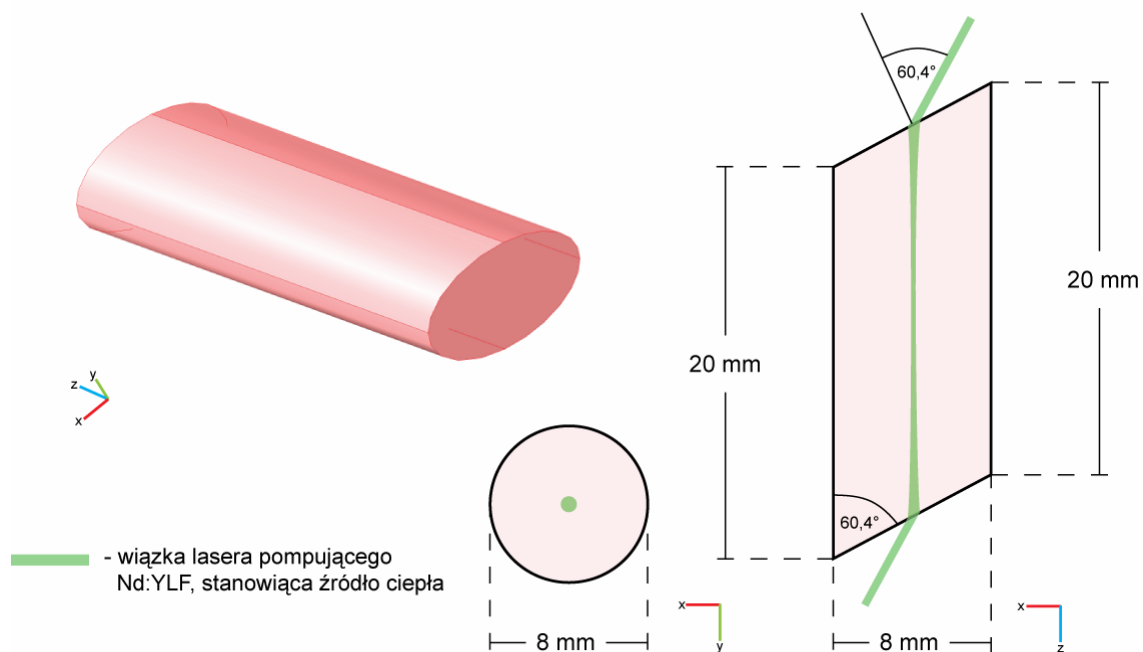
4) rozwiązanie układu równań i prezentacja ostatecznego rozwiązania.

Szczegóły tej procedury specyfikuje się w zależności od zagadnienia, czyli m. in. typu równań różniczkowych, od tego czy jest to problem liniowy czy nieliniowy, stacjonarny (zależny od czasu) czy niestacjonarny. Początki metody elementu skończonego sięgają lat 40-tych ubiegłego wieku. Można się jej doszukać w pionierskich pracach A. Hrennikoff’a (1941) and R. Courant’a (1942) [81]b. Dziś istnieje wiele gotowych pakietów numerycznych, w których są zaimplementowane kroki opisane powyżej w punktach 1-4, a użytkownik jedynie

definiuje punkt startowy, tj. równania, geometrię i warunki brzegowe. Pewnej wprawy potrzeba do efektywnego pokrywania obiektu siatką oraz kontroli zbieżności rozwiązania (redukcja stopni swobody, wybór właściwego algorytmu rozwiązującego ogromne, „pamięciochłonne” układy równań liniowych). W dalszych częściach rozdziału wykorzystano dwa moduły, będące integralną częścią pakietu Comsol Multiphysics 3.2. Są nimi: *Heat Transfer Module* i *Structural Mechanics Module*.

4.2.2 Definicja modelu

Punktem wyjścia jest geometria problemu. Na rysunku 4.5 przedstawiono trójwymiarowy model kryształu $Ti:Al_2O_3$, który wykorzystano w rzeczywistym doświadczeniu, i który będzie stanowił geometrię modelu FEM. Obiekt jest długim cylindrem o średnicy 8 mm, któremu ścięto powierzchnie boczne pod kątem $60,4^\circ$, równym kątowi Brewstera (współczynnik załamania 1,76). Droga geometryczna dla wiązki padającej pod tym kątem na powierzchnię boczną jest równoległa do osi kryształu i wynosi $L = 20$ mm (rysunek 4.5).



Rys. 4.5. Geometria modelu użytego w obliczeniach FEM

Kolejnym krokiem jest określenie równań na tak zdefiniowanym obszarze. Rozkład temperatury dostarczy rozwiązanie równania dyfuzji ciepła przy zadanym jego źródle. W poniższym modelu przyjmie się stałe, niezmiennie i uśrednione po czasie źródło ciepła, z uwagi na charakter pracy lasera impulsowego Nd:YLF, cechującego się dużą częstotliwością repetycji (1-10 kHz) przy czasie trwania impulsu rzędu 300 ns. Następnie, w oparciu o zadany rozkład temperatury, znaleziony zostanie indukowany termicznie tensor odkształceń.

a. Pole temperatury

W celu znalezienia rozkładu temperatury wewnątrz zadanego obszaru należy rozwiązać stacjonarne *równanie dyfuzji ciepła* wraz z odpowiednimi warunkami brzegowymi. Równanie ma postać [83]:

$$-\nabla \cdot \kappa [T(x, y, z)] \nabla T(x, y, z) = Q(x, y, z) \quad (4.2.1)$$

gdzie $T(x, y, z)$ oznacza pole temperatury, κ - współczynnik przewodnictwa cieplnego (o wymiarze W/m·K), a Q - źródło ciepła (w jednostkach W/m³). W powyższym wzorze przyjęto izotropię kierunkową współczynnika przewodności termicznej, pozostawiając w nim jedynie zależność od temperatury. W ten sposób problem opisany równaniem (4.2.1) staje się nieliniowy. Źródłem ciepła jest wiązka pompująca lasera Nd:YLF, przechodząca przez kryształ centralnie wzdłuż jego osi (rys. 4.5). Rozkład tego źródła wewnątrz kryształu będzie związany z przestrzennym rozkładem natężenia wiązki pompującej. Niech $I_0(x, y)$ oznacza znormalizowany rozkład natężenia w płaszczyźnie prostopadłej do osi kryształu, wtedy całkowity rozkład natężenia światła, które wnika do ośrodka o współczynniku absorpcji α , będzie dany przez prawo Lamberta-Beera jako:

$$I(x, y, z) = I_0(x, y)e^{-\alpha z} \quad (4.2.2)$$

Moc tracona w wyniku absorpcji jest przekazywana ośrodkowi; różnica natężeń znajdujących w odległości z i $z+dz$ równa jest gęstości mocy zdeponowanej $Q(x, y, z)$ pomnożonej przez odcinek dz . Przenosząc dz na drugą stronę równania, można odnaleźć definicję pochodnej cząstkowej wyrażenia $I(x, y, z)$ względem z . Kolejne kroki pokazano w następującym ciągu równości:

$$Q(x, y, z) = \frac{I(x, y, z) - I(x, y, z + dz)}{dz} = -\frac{\partial(I_0(x, y)e^{-\alpha z})}{\partial z} = \alpha I_0(x, y)e^{-\alpha z} \quad (4.2.3)$$

Pozostaje znormalizować wyrażenie po współrzędnej z tak, aby by spełnione było:

$$\iiint_{V \text{ kryształu}} Q(x, y, z) dV = \eta P = P_{dep} \quad (4.2.4)$$

gdzie P – całkowita moc pochłonięta przez kryształ. Ostatecznie, wykorzystanie równań (4.2.3), (4.2.4), oraz gaussowskiego rozkład natężenia światła lasera pompującego (wzór (3.3.20)), a także uwzględnienie równego podziału wiązki pompującej na dwie, padające z obu stron, prowadzi do wzoru na funkcję źródła ciepła w postaci:

$$Q(x, y, z) = \frac{\eta P}{\pi(nw_x)w_y} \frac{\alpha}{1 - \exp(-\alpha l)} \exp\left(\frac{-2x^2}{(nw_x)^2}\right) \exp\left(\frac{-2y^2}{nw_y^2}\right) \times \\ \times \left\{ \exp\left(-\alpha \left[z + \frac{L}{2} - \frac{x}{n_0}\right]\right) + \exp\left(\alpha \left[z - \frac{L}{2} - \frac{x}{n_0}\right]\right) \right\} \quad (4.2.5)$$

W ostatnim członie uwzględniono pochylenie ścian bocznych do osi wiązki, która dla małych średnic wiązki jest zaniedbywalna. Współrzędne występujące w równaniu (4.2.5) odnoszą się do układu kartezjańskiego o osiach skierowanych tak, jako pokazano to na rysunku 4.5. Środek układu umiejscowiony jest w środku kryształu.

Warunki brzegowe dla równania dyfuzji określone są przez strumień ciepła q skierowany w taki sposób, by spełnione było równanie [83]:

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = h_{1,2} (T - T_{1,2}^{\infty}) \quad (4.2.6)$$

gdzie $\mathbf{n}$ jest wektorem normalnym do powierzchni obszaru, T_{∞} oznacza temperaturę otoczenia. Współczynniki h są współczynnikami transferu ciepła pomiędzy kryształem a ośrodkiem zewnętrznym. Indeksy 1 i 2 odnoszą się do dwóch grup powierzchni obszaru: owalna powierzchnia okalająca kryształ (1) i dwie płaskie powierzchnie boczne, przez które wchodzi wiązka pompująca (2). Dominujący udział w utracie ciepła przez kryształ ma powierzchnia (1) – poprzez nią zapewnione jest mocowanie kryształu, które wykonane jest z dobrze przewodzącego metalu (np. miedź, złoto, ind). Udział drugiej grupy powierzchni

w utracie ciepła, jako że styka się z otaczającym powietrzem, jest znikomy – tym bardziej, jeśli kryształ zamknięty jest w próżni.

W powyższym modelu pominięto straty ciepła poprzez promieniowanie jako zanedbywalnie małe w porównaniu do mechanizmu transferu ciepła opisanego równaniem (4.2.6).

b. Pole przemieszczeń

Niejednorodny rozkład temperatury, jakiego należy się spodziewać, rozwiązując równanie dyfuzji ciepła przy zadanym źródle o postaci (4.2.5), będzie przekładał się na niejednorodne odkształcenie mechaniczne ośrodka, które opisać można poprzez symetryczny tensor odkształceń w sposób następujący [84]:

$$\hat{\varepsilon}_T = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{bmatrix} = \alpha_T (T - T_{ref}) \quad (4.2.7)$$

Składowe tensora $\hat{\varepsilon}_T$ w przybliżeniu małych deformacji są zdefiniowane jako:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

gdzie (u, v, w) oznacza pewne nieznane pole przemieszczeń w obrębie obszaru. Warunkami brzegowymi w tej sytuacji są ograniczenia dotyczące całkowitego braku przemieszczeń na powierzchni (1) oraz swobodne przemieszczenia na powierzchni bocznej (2). Temperatura odniesienia T_{ref} przyjęta została za równą temperaturze otoczenia.

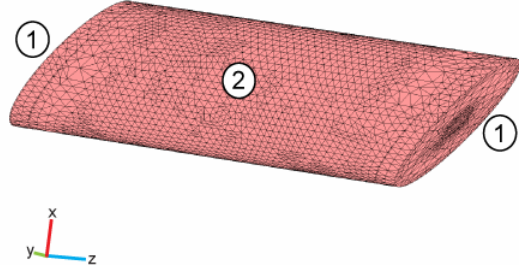
Warto zwrócić uwagę, iż pole (u, v, w) nie jest znane *a priori*, wiadomo jedynie jak na jego bazie skonstruować wielkości (4.2.8) i związać je z zadanym

rozkładem pola temperatury przez (4.2.7). Dlatego odnalezienie właściwego pola przemieszczeń (u, v, w) wymaga metod iteracyjnych, dużego nakładu czasu obliczeniowego i dużo pamięci operacyjnej jednostki obliczeniowej. Okaże się to problemem w uzyskaniu dokładnych wartości składowych tensora odkształceń (jako że są to pochodne wielkości już obciążone błędami numerycznymi!) dla wycinka małego obszaru. Natomiast będzie można uzyskać ogólny obraz rozkładu przemieszczeń i odkształceń w i na powierzchni obszaru.

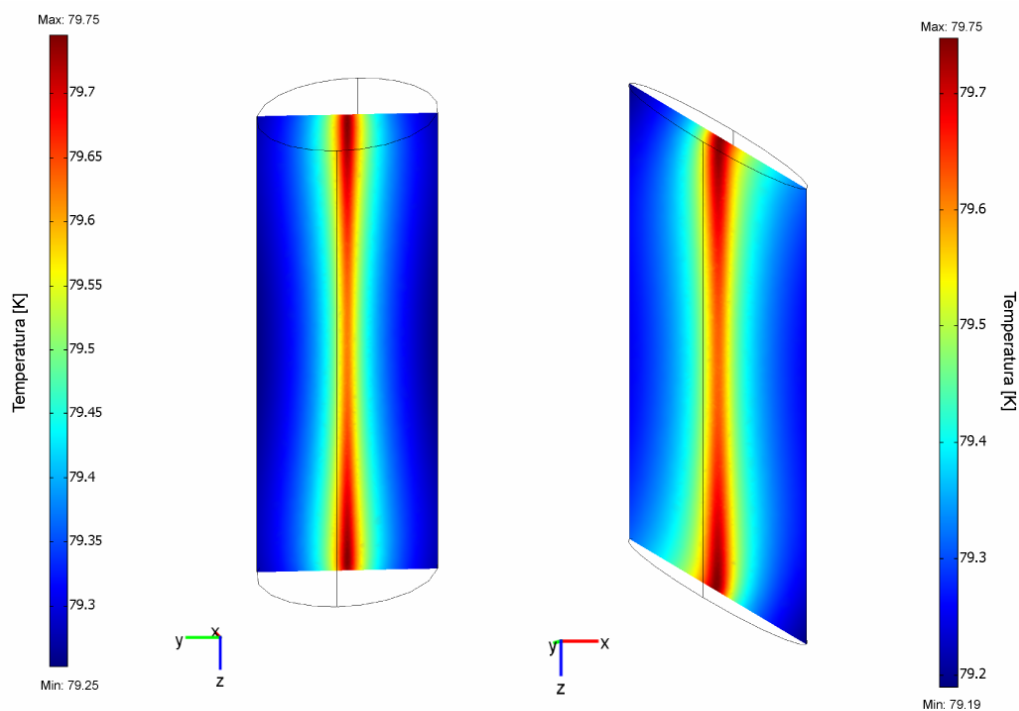
Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla dwóch różnych temperatur otoczenia: temperatury wrzenia ciekłego azotu 77K (Model A) oraz temperatury 293 K (Model B). **Model A** opisuje te układy, w których zastosowano chłodzenie kryształu ciekłym azotem. **Model B** dotyczy chłodzenia zamkniętym obiegiem wody. Tabela 4.1 zawiera podsumowanie i wyszczególnienie parametrów modelu FEM. Ograniczenia jednostki obliczeniowej (pamięć operacyjna < 2GB) nie pozwoliły na zastosowanie wystarczająco gęstej liczby elementów w połączonych modułach HTM i SMM, gdzie pole temperatury T musi być zmienną wejściową do obliczenia pola przemieszczeń u, v, w . Jeśli źródło ciepła ma małą średnicę w porównaniu ze średnicą kryształu, to rozkłady pola przemieszczeń nie są dostatecznie dokładne w obszarze źródła ciepła. Widoczna jest dyskretyzacja obszaru i brak ciągłości zmiennych. Dlatego wpływ efektu elastooptycznego nie będzie dalej brany pod uwagę.

W następnym podrozdziale zaprezentowano niektóre wyniki modelowania.

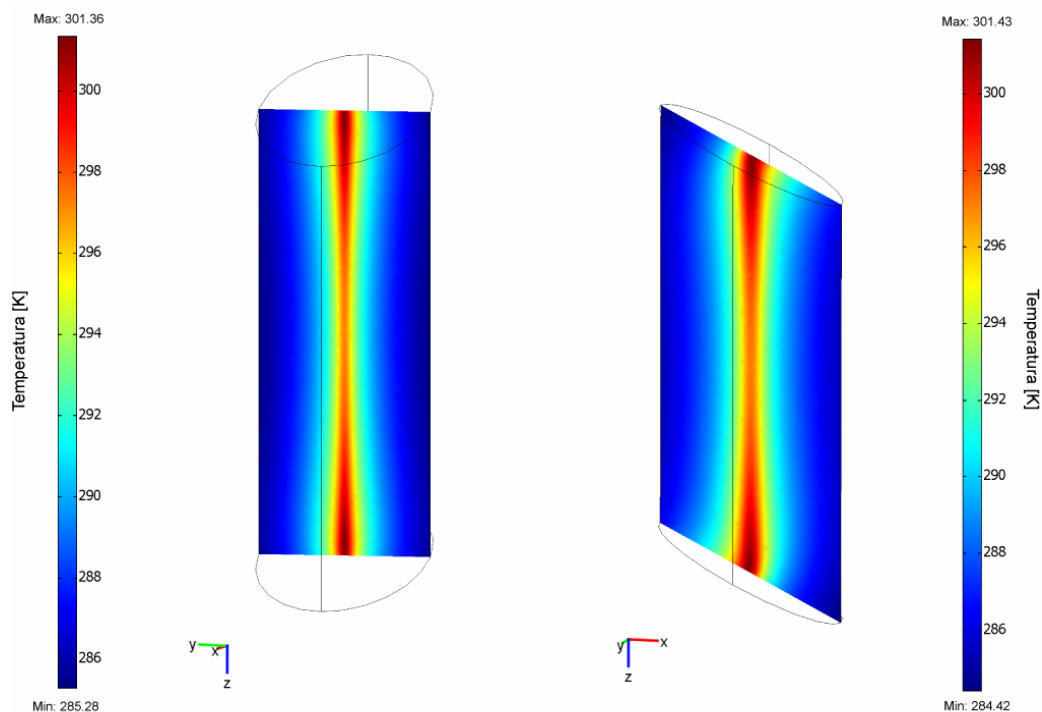
Tabela 4.1

Podsumowanie cech modelu FEM									
HTM – Heat Transfer Module, SMM – Structural Mechanics Module									
Geometria	<u>Liczba elementów:</u> 232755 (HTM), 60727 (HTM+SMM) <u>Rodzaj elementu:</u> czworościan, Lagrange (wielomian 2-go rzędu) <u>Liczba stopni swobody:</u> 326071 (HTM, 1 zmienna), 270819 (HTM+SMM, maks. 3 zmienne)								
	<u>Typ analizy:</u> stacjonarny nieliniowy (HTM), stacjonarny liniowy (SMM) Liczba iteracji w SMM: 2, algorytm rozwiązywania układów równań liniowych: GMRES								
<u>Jednostka obliczeniowa:</u> komputer PC, procesor AMD Athlon64 3000+ 1.8Ghz, pamięć operacyjna 2GB, system operacyjny 32-bitowy									
HTM	$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \kappa [T(x, y, z)] \nabla T(x, y, z) = \frac{\eta P}{\pi n w_x w_y} \frac{\alpha}{1 - \exp(-\alpha l)} \exp\left(\frac{-2x^2}{(n w_x)^2}\right) \exp\left(\frac{-2y^2}{w_y^2}\right) \times \left\{ \exp\left(-\alpha \left[z + \frac{L}{2} - \frac{x}{n_0}\right]\right) + \exp\left(\alpha \left[z - \frac{L}{2} - \frac{x}{n_0}\right]\right) \right\} \text{ na } \Omega \\ -\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = h_1 \left(T - T_1^\infty\right) \text{ na } \partial\Omega(1) \\ -\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = h_2 \left(T - T_2^\infty\right) \text{ na } \partial\Omega(2) \end{array} \right.$								
SMM	$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{ij} = \alpha_T \left(T - T_{ref}\right) \text{ na } \Omega \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ na } \Omega \\ u_i = 0 \text{ na } \partial\Omega(2) \end{array} \right.$	Stałe $\alpha = 0,8 \text{ cm}^{-1}, L = 2 \text{ cm}, n_0 = 1,76, \eta = 0,34$ $h_1 = 10 \frac{W}{m^2 \cdot K}, h_2 = 15000 \frac{W}{m^2 \cdot K} \text{ [85]}$							
	<table><tr><th>Model A</th><th>Model B</th></tr><tr><td>$T_1^\infty = 293 \text{ K}, T_2^\infty = T_{ref} = 283 \text{ K}$</td><td>$T_1^\infty = T_2^\infty = T_{ref} = 77 \text{ K}$</td></tr><tr><td>$\kappa(T) = 65,625 - 0,1234T \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \text{ [42]}$</td><td>$\kappa(T) = 9485,087 - 167,181T + 0,756T^2 \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$</td></tr><tr><td>$\alpha_T = 6.5 \cdot 10^6 \text{ [K}^{-1}] \text{ [43]}$</td><td>$\alpha_T = 3 \cdot 10^6 \text{ [K}^{-1}]$</td></tr></table>		Model A	Model B	$T_1^\infty = 293 \text{ K}, T_2^\infty = T_{ref} = 283 \text{ K}$	$T_1^\infty = T_2^\infty = T_{ref} = 77 \text{ K}$	$\kappa(T) = 65,625 - 0,1234T \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \text{ [42]}$	$\kappa(T) = 9485,087 - 167,181T + 0,756T^2 \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$	$\alpha_T = 6.5 \cdot 10^6 \text{ [K}^{-1}] \text{ [43]}$
Model A	Model B								
$T_1^\infty = 293 \text{ K}, T_2^\infty = T_{ref} = 283 \text{ K}$	$T_1^\infty = T_2^\infty = T_{ref} = 77 \text{ K}$								
$\kappa(T) = 65,625 - 0,1234T \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \text{ [42]}$	$\kappa(T) = 9485,087 - 167,181T + 0,756T^2 \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$								
$\alpha_T = 6.5 \cdot 10^6 \text{ [K}^{-1}] \text{ [43]}$	$\alpha_T = 3 \cdot 10^6 \text{ [K}^{-1}]$								
$\frac{dn}{dT} = (0.41088 - 1.56 \cdot 10^{-5} \cdot T + 6.45 \cdot 10^{-6} \cdot T^2) \cdot 10^{-5} \text{ [44]}$									

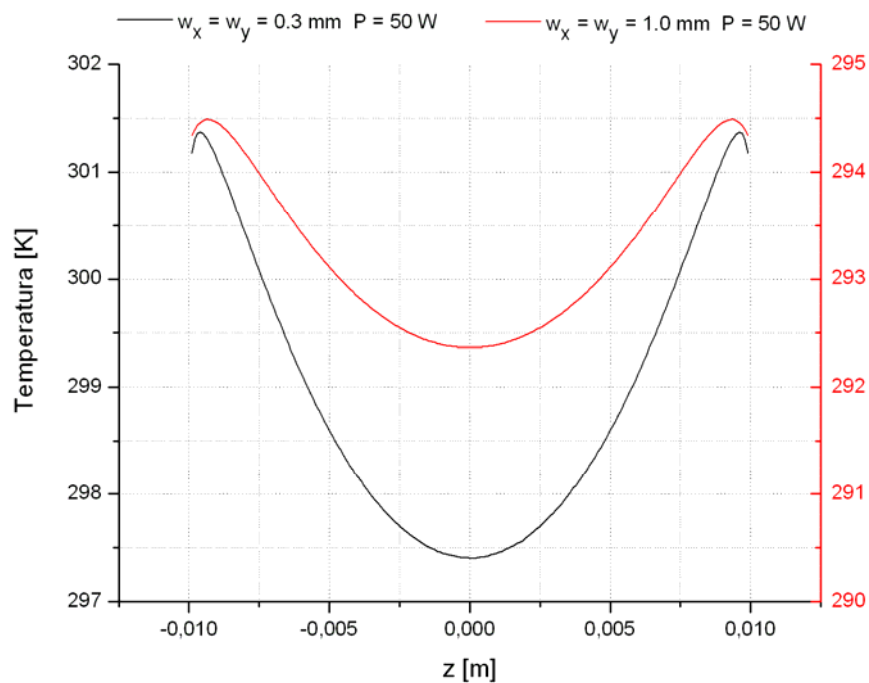
4.2.3 Wyniki modelowania



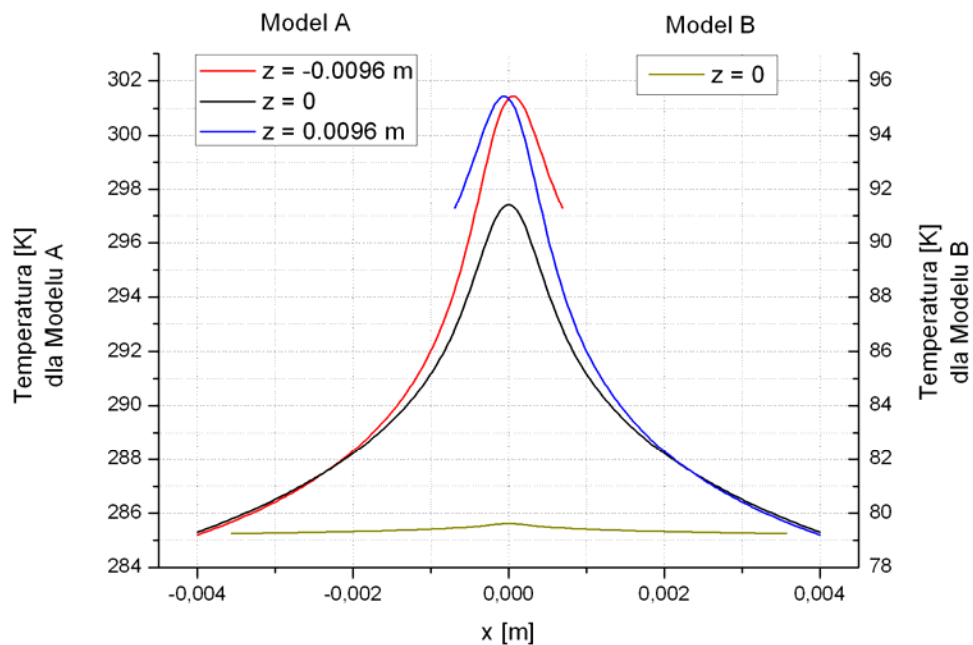
Rys. 4.7. Przekroje poprzeczne rozkładu temperatury wewnątrz kryształu dla $w_x=w_y=0.3$ mm, $P = 50$ W, Model B.



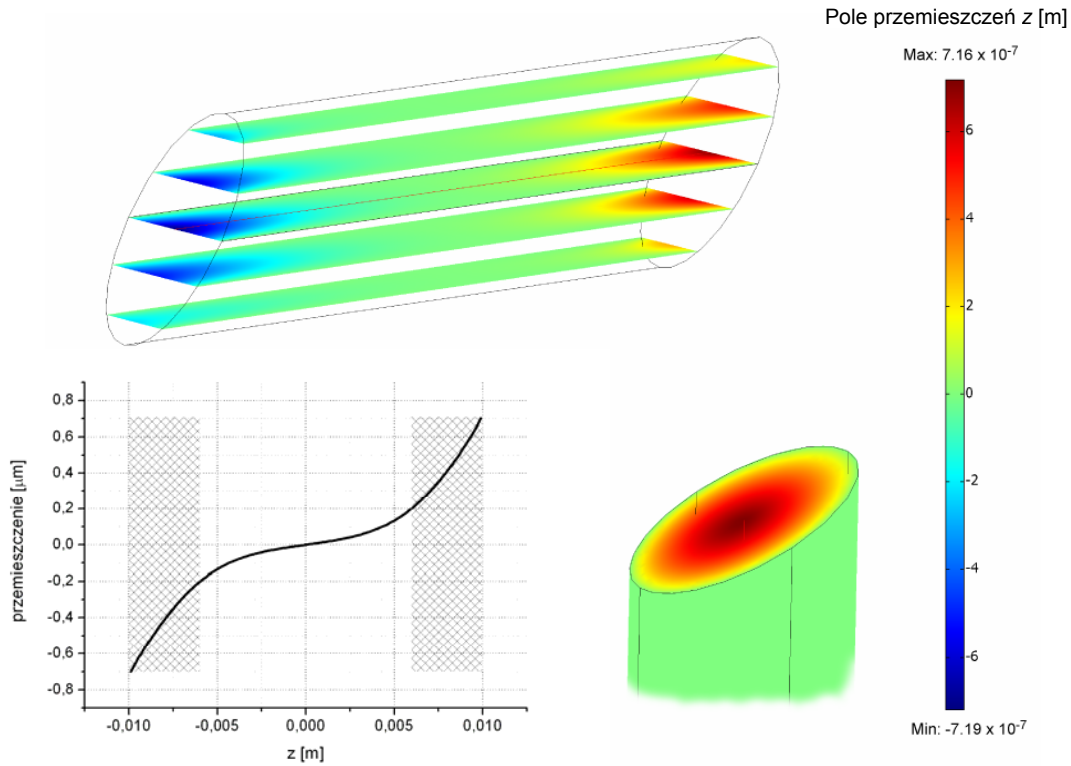
Rys. 4.6. Przekroje poprzeczne rozkładu temperatury wewnątrz kryształu dla $w_x=w_y=0.3$ mm, $P = 50$ W, Model A.



Rys. 4.8. Rozkład temperatury wzdłuż osi z ($x=y=0$); dla dwóch przypadków $w_x=w_y=0.3 \text{ mm}$ oraz $w_x=w_y=1.0 \text{ mm}$, $P = 50 \text{ W}$, Model A. Widoczne gwałtowne spadki temperatur tuż przy granicach wynikają z niezerowego współczynnika transferu ciepła na powierzchniach bocznych.



Rys. 4.9. Rozkład temperatury w przekrojach poprzecznych prostopadłych do osi kryształu i wzdłuż osi x ($y=0$) w Modelu A i B; $w_x=w_y=0.3 \text{ mm}$, $P = 50 \text{ W}$. Niepełne rozkłady spowodowane są ograniczeniami obszaru kryształu.



Rys. 4.10. Współrzędna z pola przemieszczeń, ukazująca mechanizm deformacji powierzchni bocznej. Wykres pokazuje wartość tej zmiennej wzdłuż osi kryształu. Okazuje się, że w deformacji bierze udział połowa długości kryształu dla każdej ze stron. Jednak nie dzieje się to w sposób liniowy! Obszar największych przemieszczeń ogranicza się do głębokości równej w przybliżeniu promieniowi kryształu, zatem $l_0^* \approx r_0$.

4.2.4 Kompilacja rozwiązania przy użyciu macierzy ABCD

Ostatnim krokiem jest wykorzystanie informacji zawartych w otrzymanym rozkładzie temperatury w celu uzyskania wartości ogniskowej soczewki. Dokonuje się tego poprzez odczyt zmian temperatury w płaszczyźnie prostopadłej do osi wiązki (kryształu) dla kierunków wzdłuż osi x i y (czyli odpowiednio dla płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej). Następnie w oparciu o zależność (4.1.5) otrzymuje się zmianę współczynnika załamania w funkcji odległości od osi, do której dopasowuje się paraboliczną zależność wyrażoną równaniem (4.1.3), i odczytując w ten sposób współczynnik b . Z uwagi na różnice w rozkładzie temperatury w wybranych płaszczyznach wzdłuż osi z (rys. 4.9), dodatkową czynnością, jaką należy wykonać, jest podział kryształu wzdłuż tej osi na m

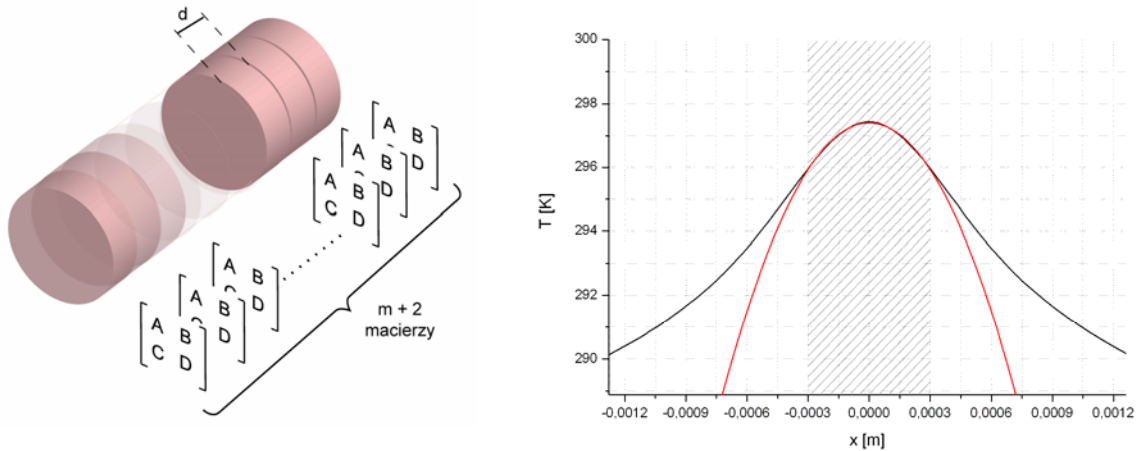
plastrów i odczytywanie zmian temperatury w każdym z plastrów z osobna (rys. 4.11). Każdemu z plastrów o grubości $d = \frac{L}{m}$ i wartości b_i otrzymanej z dopasowania można przypisać macierz ABCD elementu ośrodka soczewkopodobnego, wprowadzoną uprzednio w rozdziale 3.2 (macierz (4) z tabeli 3.1). Dodanie macierzy opisujących wejście i wyjście wiązki światła z ośrodka pod kątem Brewstera (macierze (5) z tabeli 3.1) prowadzi do pełnego opisu propagacji światła przez kryształ w języku macierzy ABCD dla płaszczyzny tangencjalnej:

$$M_{TAN} = \begin{bmatrix} n_0^{-1} & 0 \\ 0 & n_0^2 \end{bmatrix} \cdot \dots \cdot \left[\begin{array}{cc} \cos\left(\frac{d}{b_{x,i}}\right) & b_{x,i} \sin\left(\frac{d}{b_{x,i}}\right) \\ -\frac{1}{b_{x,i}} \sin\left(\frac{d}{b_{x,i}}\right) & \cos\left(\frac{d}{b_{x,i}}\right) \end{array} \right]_{i=1,2,\dots,m} \cdot \dots \cdot \begin{bmatrix} n_0 & 0 \\ 0 & n_0^{-2} \end{bmatrix} \quad (4.2.9)$$

oraz dla płaszczyzny sagitalnej:

$$M_{SAG} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_0 \end{bmatrix} \cdot \dots \cdot \left[\begin{array}{cc} \cos\left(\frac{d}{b_{y,i}}\right) & b_{y,i} \sin\left(\frac{d}{b_{y,i}}\right) \\ -\frac{1}{b_{y,i}} \sin\left(\frac{d}{b_{y,i}}\right) & \cos\left(\frac{d}{b_{y,i}}\right) \end{array} \right]_{i=1,2,\dots,m} \cdot \dots \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_0^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.2.10)$$

Obszar dopasowania paraboli do rozkładu temperatury został ograniczony



Rys. 4.11. Podział kryształu na plastry i przypisanie każdemu z nich odpowiedniej macierzy ABCD. Po prawej, przykładowy przekrój poprzeczny ($z = 0$) rozkładu temperatury w Modelu A ($w_y = w_x = 0.3$ mm, $P = 50$ W) z zaznaczonym obszarem dopasowania

do pewnego zakresu z uwagi na inny – przypominający bardziej rozkład Lorentza (rys. 4.9) – charakter zmian temperatury w płaszczyźnie prostopadłej do osi. Zakres ten obejmuje odcinek dla płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej odpowiednio $x \in (-w_x, w_x)$ oraz $y \in (-w_y, w_y)$. Zostało to przedstawione na rysunku 4.11. Wykonanie odpowiednich obliczeń numerycznych pozwala uzyskać ostateczną formę macierzy ABCD opisanych równaniami (4.2.9) i (4.2.10). Okazuje się mieć ona pewne wspólne cechy niezależne od modelu (A albo B), mocy czy szerokości wiązki pompującej:

$$M_{TAN} = \begin{bmatrix} \sim 1 & \sim 0.0035 \\ -1/f_{TAN} & \sim 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.11)$$

dla płaszczyzny tangencjalnej oraz:

$$M_{SAG} = \begin{bmatrix} \sim 1 & \sim 0.011 \\ -1/f_{SAG} & \sim 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.12)$$

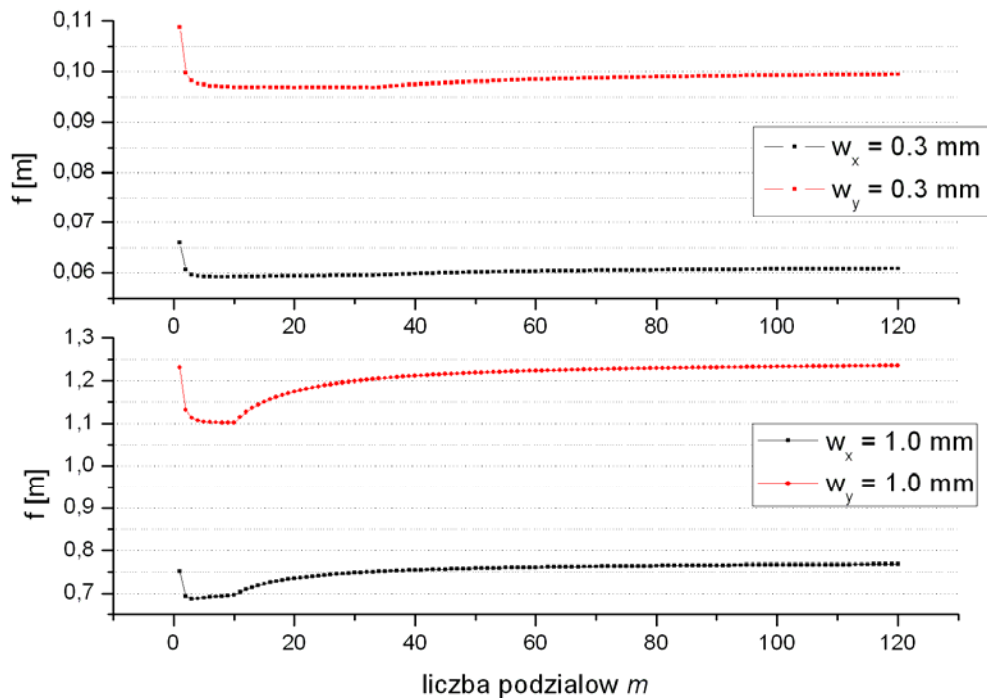
dla płaszczyzny sagitalnej. Definicja macierzy (4.2.9) oraz (4.2.10) narzuca pewną cechę symetrii układu w tym sensie, że wyznacznik macierzy, $AD - BC$ równy jest jeden. Nie kłóci się to z postaciami podanymi powyżej z racji tego, że iloczyn BC jest mały. Znak $\sim$ oznacza orientacyjne wartości liczbowe, które dla dużych mocy pompujących ulegają nieznaczącej zmianie (dyskusja tego efektu znajduje się dalej w tekście).

Można dokonać następującej interpretacji postaci macierzy (4.2.11) i (4.2.12): współczynnik B macierzy opisuje drogę optyczną przebytą przez wiązkę w kryształach, natomiast współczynnik C jest związany z efektywną ogniskową soczewki, liczoną od powierzchni, którą opuszcza wiązka (bowiem $h_2 \approx 0$, por. wzory (B.10)). Znacząca różnica współczynników B dla dwóch różnych płaszczyzn jest zgodna z wnioskiem otrzymanym w rozdziale 3.2 o nierównych drogach optycznych w tych płaszczyznach dla wiązki, przechodzącej przez element optyczny o geometrycznej drodze d , danym współczynnikiem n i kącie padania równym kątowi Brewstera (rys. 3.5). Posługując się analitycznymi wyrażeniami na efektywną drogę optyczną (wzory (3.2.2) oraz (3.2.3)), otrzymuje się dla wiązki w płaszczyźnie tangencjalnej wartość **0.00367 m**, natomiast w płaszczyźnie sagitalnej **0.01136 m**. Jest to zgodne z wyrażeniami otrzymanymi w

macierzach (4.2.11) oraz (4.2.12). Obserwuje się najlepszą zgodność z wartościami wzorcowymi (czyli wartościami uzyskanymi metodą analityczną) dla małych mocy i małych średnic wiązki pompującej. Wraz ze wzrostem średnicy wiązki pompującej zauważalna jest tendencja spadkowa współczynnika B . Różnice pomiędzy przypadkami, gdy średnica wiązki wynosi 0.2 mm oraz 1.2 mm, wynoszą około 6% w Modelu A (293K) oraz nie więcej niż 10% w Modelu B (77K). Odstępstwa te mogą być tłumaczone niedokładnością dopasowania paraboli do rzeczywistego rozkładu temperatury w kryształ, gdy obszar dopasowania staje się większy. Tendencję spadkową efektywnej drogi optycznej w kryształ, w którym doszło do wytworzenia soczewki termicznej, obserwuje się także wraz z rosnącą mocą wiązki pompującej. Dla dwóch skrajnych przypadków (1 W i 90 W) względne stosunki współczynników B nie przekraczają 1,2% w Modelu A oraz 0,06% w Modelu B. Malejący trend efektywnej drogi optycznej wraz z deponowaną mocą w ośrodku przywodzi na myśl zjawisko *samoskracania* (z ang. *self-shortening*) w nieliniowym ośrodku Kerra [85]. Należy jednak podkreślić, że mechanizm powstawania tych dwóch zjawisk jest zupełnie różny.

Zależność współczynnika C macierzy, utożsamianej z efektywną ogniskową układu, w funkcji mocy i średnicy pompy będzie omawiana w następnej części tego podrozdziału.

Na koniec warto przeprowadzić dyskusję nad wyborem właściwej liczby plastrów i zbadać, jak ten wybór wpływa na ostateczne rozwiązanie. Na rysunku 4.12 pokazano, jak wartość ogniskowej soczewki w płaszczyźnie tangencjalnej i sagitalnej zależy od liczby podziałów dla dwóch szerokości wiązki pompującej. W obu przypadkach widać nagłą zmianę zależności w okolicach $m = 35$ (dla $w = 0.3$ mm) i $m = 10$ (dla $w = 1.0$ mm), która zaczyna rosnąć i asymptotycznie dążyć do pewnej stałej wartości. Nagły uskok jest wynikiem załamania się zależności (gwałtownego spadku) temperatury przy granicach ośrodka, co zostało pokazane na rysunku 4.8. Coraz drobniejszy podział – cieńsze plastry, zaczynają „widzieć” ten uskok. Zgodnie z rysunkiem 4.8 obszar uskoku temperatury staje się węższy, gdy wiązka pompująca ma małą średnicę. Jest to spójne z rysunkiem 4.12, na którym widoczny efekt ten staje się przy większej wartości liczby podziałów dla przypadku $w = 0.3$ mm, aniżeli dla przypadku $w = 1.0$ mm.

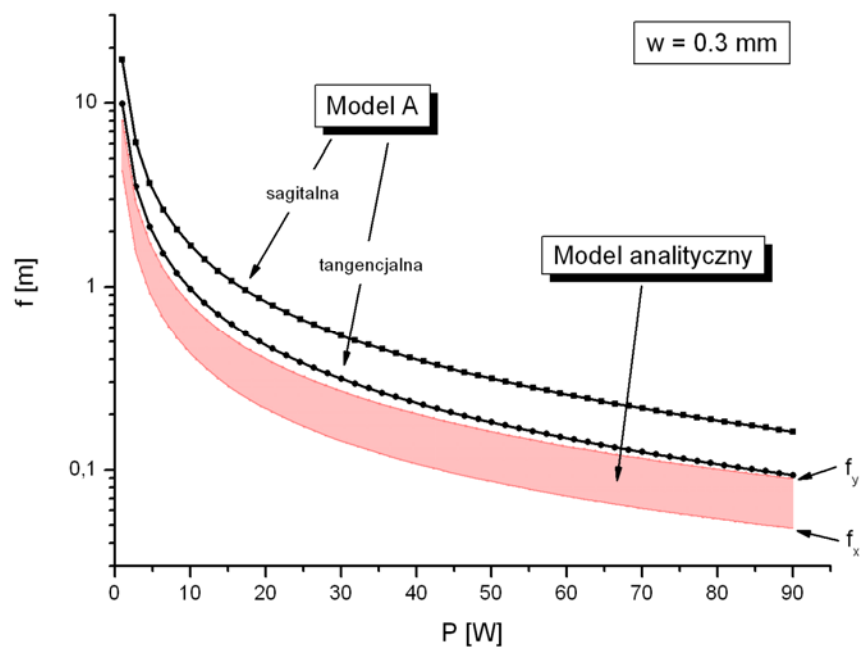


Rys. 4.12. Stabilność numeryczna podziału kryształu na plastry dla dwóch różnych przypadków szerokości wiązki. Czarny i czerwony kolor odnosi się odpowiednio do płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej. Model A, $P = 50$ W.

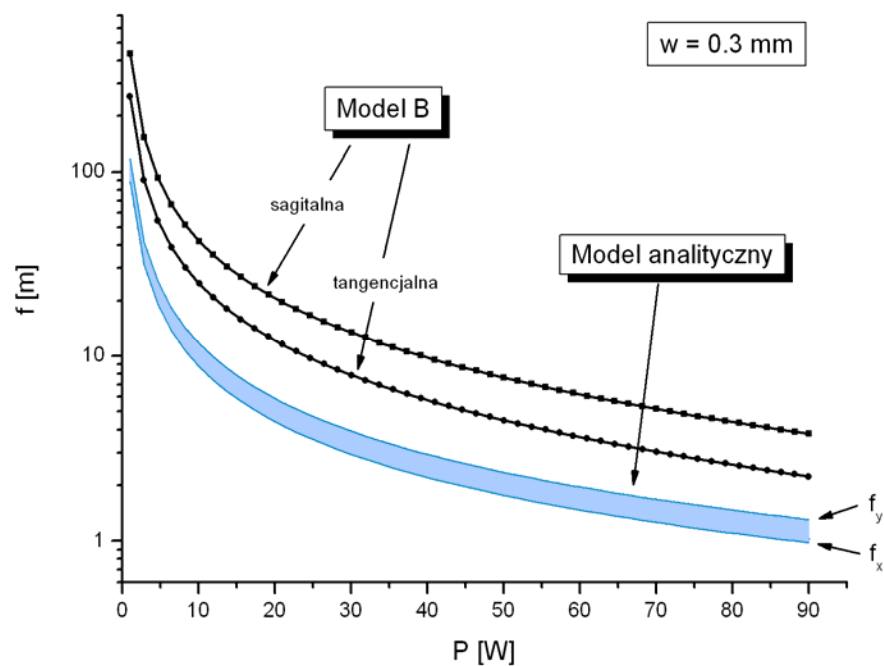
4.2.5 Wyniki końcowe i podsumowanie

Na rysunku 4.13 i 4.14 przedstawiono wartości ogniskowej soczewki termicznej, uzyskane w opisanym powyżej modelu numerycznym, w funkcji mocy wiązki pompującej. Rysunek 4.13 pokazuje przypadek wysokich temperatur otoczenia (Model A), natomiast rysunek 4.14 dotyczy niskich temperatur (Model B). W obu przypadkach średnica wiązki pompującej wynosi 0.3 mm.

Na wykresach zaznaczono obszar opisany przez dwie wartości ogniskowych w modelu analitycznym, tj. wykorzystano wzory na f_x i f_y – (4.1.20) oraz (4.1.21). Należy podkreślić, że rozszczenie wartości ogniskowych w dokładnym modelu numerycznym na płaszczyznę tangencjalną i sagitalną ma *zupełnie inną przyczynę*, aniżeli rozszczenie na wartości ogniskowych f_x i f_y . To drugie uwzględnia efekt elastooptyczny, który został pominięty w modelu numerycznym z uwagi na ograniczone możliwości jednostki obliczeniowej.

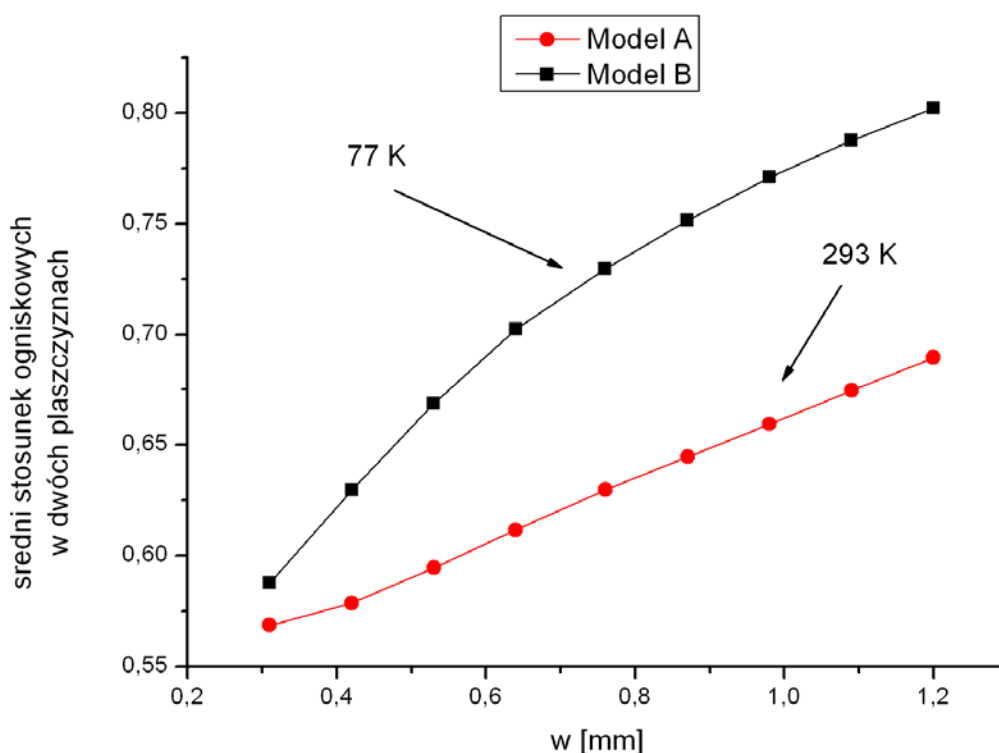


Rys. 4.13. Porównanie modelu numerycznego (uwzględniającego jedynie zmianę współczynnika załamania wraz z temperaturą) z pełnym (wzór (4.1.19)) ale uproszczonym modelem analitycznym. Tutaj $P_{dep} = \eta P$.



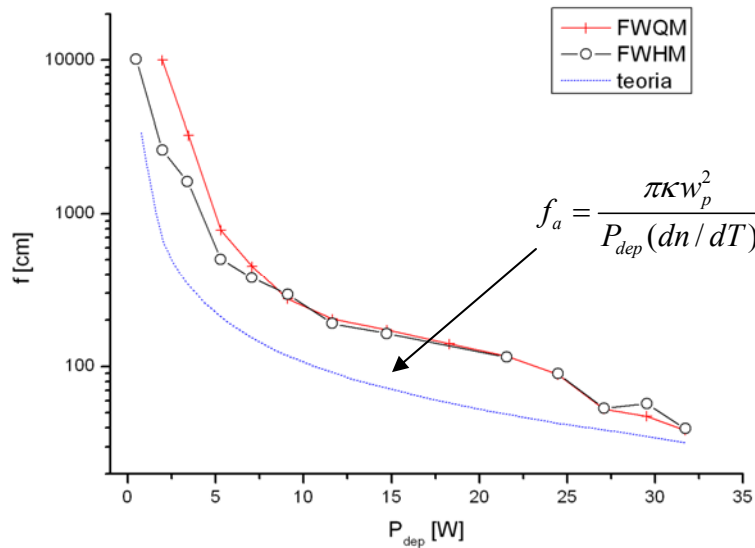
Rys. 4.14. Opis ten sam co do rysunku 4.13.

Należy zwrócić uwagę na silne rozszczepienie ogniskowej soczewki termicznej w dwóch różnych płaszczyznach: tangencjalnej i sagitalnej, będące następstwem uwzględnienia cięć brewsterowskich powierzchni bocznych kryształu w dokładnym modelu numerycznym. Zaobserwowano silną zależność rozsunęcia tych dwóch ognisk w funkcji średnicy wiązki pompującej. Zależność tę ukazano na rysunku 4.15. Uśredniony po mocy wiązki pompującej (w przedziale 1-90 W) stosunek wartości dwóch ognisk maleje wraz z malejącą średnicą źródła ciepła. Oznacza to **silniejszy astygmatyzm**, gdy średnica wiązki pompującej staje się mniejsza. Warto także zwrócić uwagę, iż dysproporcja pomiędzy położeniami ognisk jest mniejsza w przypadku niskich temperatur (Model B), aniżeli w wysokich. Oba przypadki wykazują tendencję do wyrównania wartości ogniskowych, gdy średnica wiązki pompującej rośnie (wyrównanie nastąpi, gdy stosunek ogniskowych osiągnie wartość jeden). Ponadto, stwierdzono słabą zależność stosunku ogniskowych od mocy wiązki.

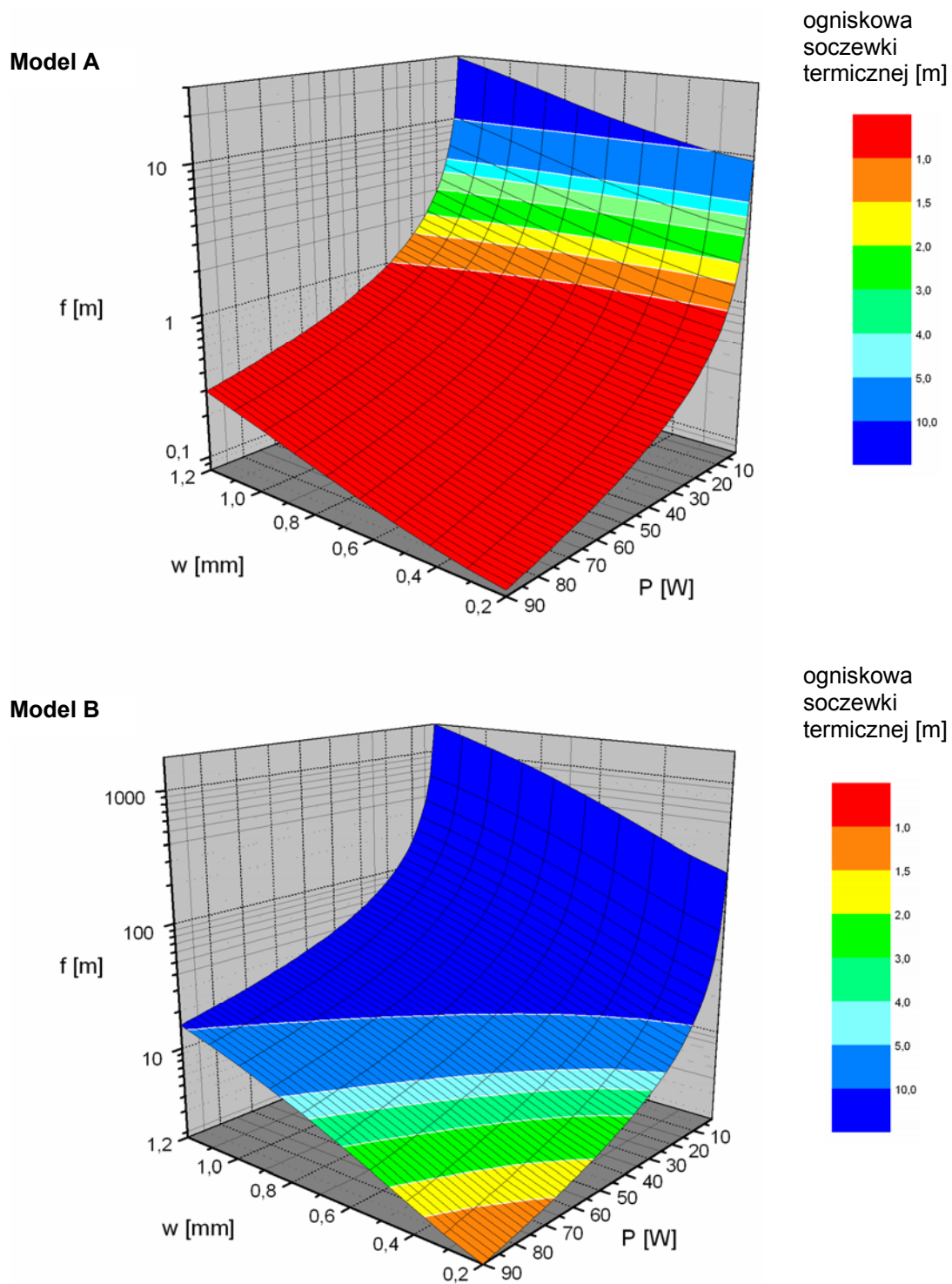


Rys. 4.15. Średni stosunek wartości ogniskowych, tj. $\langle f_{\text{tan}}/f_{\text{sag}} \rangle_p$ w funkcji średnicy wiązki pompującej.

Ostatnia kwestia związana z dyskusją otrzymanych wyników, to zgodność modelu z doświadczeniem. W ramach niniejszej pracy nie wykonano prac doświadczalnych, mających na celu pomiar wartości ogniskowych przy różnych warunkach fizycznych. Przedmiot zainteresowania, dotyczący tworzenia się soczewki termicznej, był *a priori* ograniczony do numerycznego zbadania tego zjawiska i potwierdzenia zasadności chłodzenia kryształu do bardzo niskich temperatur, co ma na celu redukcję efektu soczewkowania termicznego. Wyniki analizy przeprowadzonej w tym rozdziale dowodzą słuszności tej metody – patrz mapy z rysunku 4.17. Pewien niedosyt zostaje z powodu braku możliwości zweryfikowania odstępstwa złożonego modelu numerycznego, który został tu opisany, od uproszczonego modelu analitycznego (rys. 4.13 i 4.14). Literatura naukowa na temat soczewkowania w ośrodku $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ jest skąpa. Staranny przegląd pozwolił na dotarcie do pracy, w której ten efekt został doświadczalnie zmierzony i opisany [73]. Rysunek 4.16 przedstawia doświadczalnie wyznaczoną wartość soczewki termicznej w $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ w temperaturze pokojowej wraz z najprostszą wersją analitycznego wzoru na ogniskową soczewki – wzór (4.1.6). Zaniżenie wartości ogniskowych w modelu analitycznym w stosunku do danych doświadczalnych jest obserwowane także w stosunku do wartości ogniskowych uzyskanych w dokładnym modelu numerycznym (rys. 4.13 i 4.14).



Rys. 4.16. Dane doświadczalne zaczerpnięte z pracy [73], potwierdzają fakt niedoszacowania modelu analitycznego. Krzywa teoretyczna o formule (4.1.6) także pochodzi z tej pracy. W pomiarze nie uwzględniono rozszczepienia na płaszczyznę tang. i sag.



Rys. 4.17. Wyniki modelowania ukazujące mapę wartości ogniskowej soczewki w *plaszczyźnie tangencjalnej* w Modelu A i Modelu B w funkcji mocy i promienia wiązki pompującej. Skala kolorów na obu rysunkach jest taka sama.

4.3 Zalety kriogenicznego chłodzenia ośrodka czynnego

Redukcja efektu soczewki termicznej w ośrodku czynnym $Ti:Al_2O_3$ poprzez chłodzenie do niskich temperatur bierze się z faktu, że współczynnik przewodnictwa szafiru w niskich temperaturach jest ok. 30 razy większy w porównaniu z jego wartością w temperaturze pokojowej. Ciepło efektywniej oddawane jest otoczeniu, dzięki czemu gradient temperatury jest niewielki.

Mimo że kriogeniczne chłodzenie ośrodka czynnego w temperaturze wrzenia ciekłego azotu jest technicznie trudniejsze w aranżacji i utrzymaniu, niż chłodzenie zamkniętym obiegiem wody, to takie rozwiązanie ma swoje niezaprzeczalne zalety. Znane są sposoby uwzględnienia soczewki termicznej jako elementu optycznego, wchodzącego w skład wnęki rezonansowej – i takie próby były podejmowane [26], [87]. Niestety, konfiguracja rezonatora z soczewką termiczną jest bardzo czuła na wszelkie fluktuacje mocy pompy, a cały układ nie jest skalowalny wraz z mocą pompującą. Okazuje się także, że oprócz samego efektu soczewkowania, do głosu dochodzą także aberracje wyższych rzędów, które psują front falowy wiązki [80] (rozkład współczynnika załamania w ośrodku nie jest paraboliczny). Jakość wiązki wytwarzanej w rezonatorze spada. Efekt ten ma również swoje odzwierciedlenie w efektywności wzmocnienia: 12-15% (bez chłodzenia) i 20-25% (z chłodzeniem) – dane z pracy [88]. Redukcja soczewkowania termicznego pozwala ominąć problem czułości rezonatora ze względu na fluktuacje mocy wiązki lasera pompującego, problem jakości wiązki i słabej efektywności wzmocnienia.

Zmniejszenie wartości ogniskowej soczewki umożliwia pompowanie ośrodka jeszcze większą mocą. Było by to niemożliwe, gdy niechłodzony ośrodek wytwarzał kilkucentymetrową soczewkę termiczną – praktycznie niemożliwą w kompensacji.

Schemat układu kriogenicznego, wykorzystanego w układzie doświadczalnym, jest przedstawiony w rozdziale 6.1.5.

Dynamika impulsów wzmacnianych

Ostatnim zagadnieniem, które należy poruszyć na łamach niniejszej pracy, jest proces wzmacniania impulsu podczas wielokrotnych przejść przez ośrodek czynny. Podane zostaną równania, opisujące propagację impulsu światła laserowego przez ośrodek o zadanej inwersji obsadzeń. Inwersja ta jest wynikiem działania pojedynczego impulsu lasera pompującego. Impuls wzmacniany (zamknięty w rezonatorze) przechodzi wielokrotnie przez ośrodek, wzmacniając się i sukcesywnie wyczerpując początkową inwersję obsadzeń. Teoria podana w tym rozdziale różni się istotnie od teorii wzmacniania światła w laserach pracy ciągłej. W celu zachowania prostoty rachunków i możliwości uzyskania analitycznych rozwiązań, pominięto rozkłady poprzeczne inwersji obsadzeń oraz natężenia impulsu wzmacnianego. W propagacji impulsu przez ośrodek nie uwzględniono także efektów nieliniowych, innych niż nasycenie wzmocnienia.

5.1 Sformułowanie zagadnienia

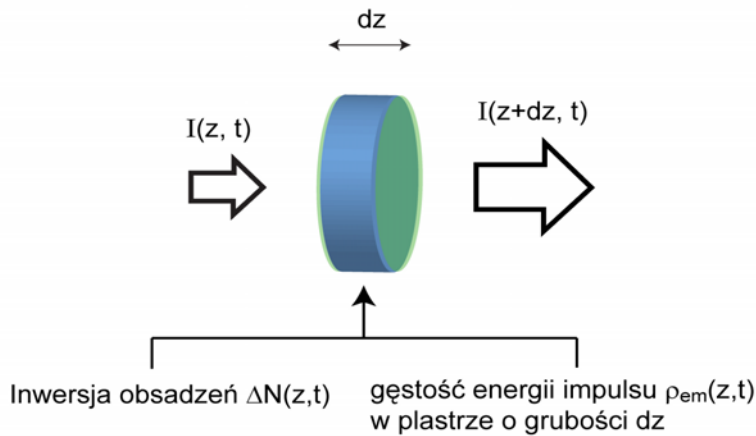
Światło o natężeniu $I(z,t)$ przechodzi przez ośrodek czynny o długości L i inwersji obsadzeń $\Delta N(z,t)$. Natężenie fali świetlnej można zapisać jako iloczyn gęstości energii fali ρ_{em} oraz prędkości, z jaką impuls się porusza:

$$I(z,t) = \rho_{em}(z,t) \times v_g \quad (5.1.1)$$

gdzie v_g oznacza prędkość grupową impulsu w ośrodku. Bilans energetyczny małego plastra ośrodka o infinitezymalnej grubości dz (rys. 5.1) prowadzi do następującej równości:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_{em}(z,t) \cdot dz] = I(z,t) - I(z+dz,t) + \sigma \Delta N(z,t) I(z,t) dz \quad (5.1.2)$$

Powyższe równanie opisuje zmianę gęstości energii promieniowania wymuszającego w ciekim plastrze i w danej chwili czasu. Zmiana ta związana jest ze strumieniem energii wchodzącej z lewej strony i wychodzącej z prawej strony plastra (rys. 5.1). Dodatkowo, powiększona jest o czynnik związany ze wzmocnieniem w wyniku emisji wymuszonej. Równanie (5.1.2) można przekształcić, wykorzystując do tego równanie (5.1.1), i otrzymać:



Rys. 5.1. Transport promieniowania w ośrodku wzmacniającym

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} + v_g \frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = \sigma v_g \Delta N(z,t) I(z,t) \quad (5.1.3)$$

Jest to tzw. **równanie transportu promieniowania** w ośrodku. Drugie równanie uzupełniające dotyczy opisu zmian inwersji obsadzeń w wyniku promieniowania wymuszającego. Temat ten był już poruszany w rozdziale 2.1 przy okazji omawiania kinetyki obsadzeń poziomów energetycznych w ośrodku. Jeśli przyjmie się, że inwersja obsadzeń stanowi różnicę pomiędzy obsadzeniami stanów 2 i 1, tj. $\Delta N = N_2 - N_1$ (równania (2.1.3)) oraz zaniedba się wszelkie procesy relaksacyjne, to uprawniony jest zapis:

$$\frac{\partial \Delta N(z,t)}{\partial t} = - \left(\frac{2\sigma}{h\nu} \right) \Delta N(z,t) I(z,t) \quad (5.1.4)$$

Równania (5.1.4) oraz (5.1.3) stanowią komplet dwóch równań cząstkowych różniczkowych na dwie zmienne $I(z,t)$ oraz $\Delta N(z,t)$. Gdy warunkami brzegowymi są:

- zadany kształt impulsu $I(z=0,t) = I_0(t)$
- rozkład inwersji obsadzeń w chwili początkowej $\Delta N(z,t=0) = \Delta N_0(z)$

to można otrzymać analityczną postać rozwiązania tychże równań.

Warto zwrócić uwagę, że gdy impuls propaguje się w ośrodku, to jego przednia część – wzmacniając się – w danym miejscu z dokonuje zmiany inwersji obsadzeń. Dalsza część impulsu będzie widziała już nieco pomniejszoną inwersję ośrodka i wzmocni się mniej, aniżeli jego przednia część. Prowadzi to zmiany kształtu impulsu. Efekt ten dla obwiedni gaussowskiej, jak zostało pokazano w [89], nie jest jednak aż tak silny, i można go zaniedbać. Równania (5.1.4) oraz (5.1.3) są słuszne, dopóki procesy relaksacyjne nie wpływają istotnie na inwersję obsadzeń w ośrodku. Nie uwzględniono także strat wewnętrznych ośrodka dla promieniowania wymuszającego.

5.2 Ścisłe rozwiązanie Frantza-Nodvika

W 1963 roku L. Frantz i J. Nodvik jako pierwsi podali ścisłe rozwiązanie równań (5.1.3) i (5.1.4). Mają one następującą postać [90]:

$$I(z,t) = \frac{I_0(t - z/v_g)}{1 + S(G^{-1} - 1)} \quad (5.2.1)$$

$$\Delta N(z,t) = \frac{\Delta N_0(z)}{1 + G(S^{-1} - 1)}$$

gdzie wielkości S i G wynoszą:

$$S(t - z/v_g) = \exp\left(-\int_0^{t-z/v_g} \frac{I_0(s)ds}{E_s}\right) \quad (5.2.2)$$

$$G(z) = \exp\left(\sigma \int_0^z \Delta N_0(s)ds\right) \quad (5.2.3)$$

natomiast E_s oznacza *nasycający strumień energii* ośrodka i jest równy:

$$E_s = \frac{h\nu}{2\sigma} \quad (5.2.4)$$

Stanowi on charakterystyczną wielkość danego ośrodka (czteropoziomowego). Dla kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ wynosi 0.9 J/cm^2 [8].

Jeśli ośrodek czynny zawiera się w granicach $0 < x < L$, to energia impulsu (na jednostkę powierzchni) po przejściu przez ośrodek będzie dana poprzez scałkowanie natężenia impulsu danego równaniem (5.2.1) w punkcie $z = L$ po przedziale czasowym $t \in (0, \infty)$.

5.3 Praktyczne zastosowania

W rzeczywistym wzmacnianiu zachodzą wielokrotne przejścia przez ośrodek wzmacniający. Posługiwanie się pełnymi wyrażeniami, podanymi w poprzednim podrozdziale, byłoby uciążliwe. Ponadto bardziej użyteczną wielkością jest energia impulsu przed i po wzmocnieniu w trakcie kolejnych przejść. W. Lowdermilk i J. Murray [89], [91] podali bardzo użyteczne przekształcenia rozwiązań Frantza-Nodvika, wprowadzając następującą wielkość:

$$J(z) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} I(z,t)dt \quad (5.3.1)$$

$J(z)$ oznacza całkowitą energię impulsu w danym miejscu ośrodka wzmacniającego na jednostkę powierzchni. Scałkowanie równań (5.2.1) poprzez definicję (5.3.1) prowadzi do wyrażenia:

$$J(z) = E_s \ln\{G(z)[\exp(J(0)/E_s) - 1] + 1\} \quad (5.3.2)$$

przy czym $G(z)$ jest zgodne z definicją (5.2.3). Podstawienie $z = L$ do powyższego wzoru pozwala uzyskać powierzchniową energię impulsu wzmocnionego $J(L)$ po przejściu przez ośrodek, natomiast $G(L)$ ma charakter współczynnika wzmocnienia. Jeśli początkowa powierzchniowa energia impulsu $J(0)$ jest mała to można rozwinąć funkcję exponeńs w szereg: $\exp(J(0)/E_s) \approx 1 + J(0)/E_s$. Ta wielkość nadal będzie mała, zatem kolejne rozwinięcie, tym razem logarytmu naturalnego $\ln(x+1) \approx x$, upraszcza wzór (5.3.2) do postaci:

$$J(L) \approx G(L) \cdot J(0) \quad (5.3.3)$$

Jest on słuszny w przypadku, gdy powierzchniowa energia impulsu wzmacnianego jest znacząco mniejsza niż nasycający strumień energii ośrodka. Stanowi to analog do teorii, opisującej wzmocnienie w laserach pracy ciągłej, gdzie dokonuje się podobnego przybliżenia dla małych natężeń. W tym przypadku, gdy energia impulsu na jednostkę powierzchni zbliża się, lub przekracza wartość E_s , należy się posłużyć równaniem (5.3.2), które automatycznie uwzględnia zmiany w inwersji obsadzeń w ośrodku.

W oparciu o równanie (5.3.2) można wyprowadzić proste równania rekurencyjne, które opisują wzmocnienie impulsów po k -tym przejściu. Energia impulsów będzie się zmieniała według wzoru:

$$J_{k+1} = E_s \ln\{G_k[\exp(J_k/E_s) - 1] + 1\} \quad (5.3.4)$$

natomiast równanie iteracyjne na współczynnik wzmocnienia wynosi:

$$g_{k+1} = g_k - (J_{k+1}T - J_k)/E_s \quad (5.3.5)$$

gdzie $g_k = \ln G_k$. Współczynnik T oznacza straty światła pomiędzy kolejnymi wzmocnieniami – przejściami przez ośrodek. Posługując się definicją (5.2.3), można powiązać energię impulsu pompującego E_{pompy} , która zamieniona zostaje w całości na inwersję obsadzeń, z początkową wartością g_0 , potrzebną do rozpoczęcia iteracji. Wyraża to wzór:

$$g_0 = \frac{\sigma E_{pompy}}{\pi r^2 \cdot h\nu} \quad (5.3.6)$$

Powyższe równanie wskazuje, że zwiększenie współczynnika wzmocnienia najłatwiej jest osiągnąć poprzez ogniskowanie wiązki pompującej i modu rezonatora do jak najmniejszych rozmiarów (r oznacza średnicę wiązek). Ograniczeniem od dołu jest przekroczenie progu zniszczenia materiału (lub efekty nieliniowe).

Przedstawiony powyżej model teoretyczny ma dużą wadę. Od początku zakładano całkowite nakrywanie się wiązki pompującej z wiązką impulsów wzmacnianych. W rzeczywistości rzadko mamy do czynienia z tak idealną sytuacją. Metodą na ominięcie tej trudności jest posłużenie się współczynnikiem g_0 wyznaczonym doświadczalnie.

Rozdział 6

Konstrukcja wzmacniacza i jego parametry

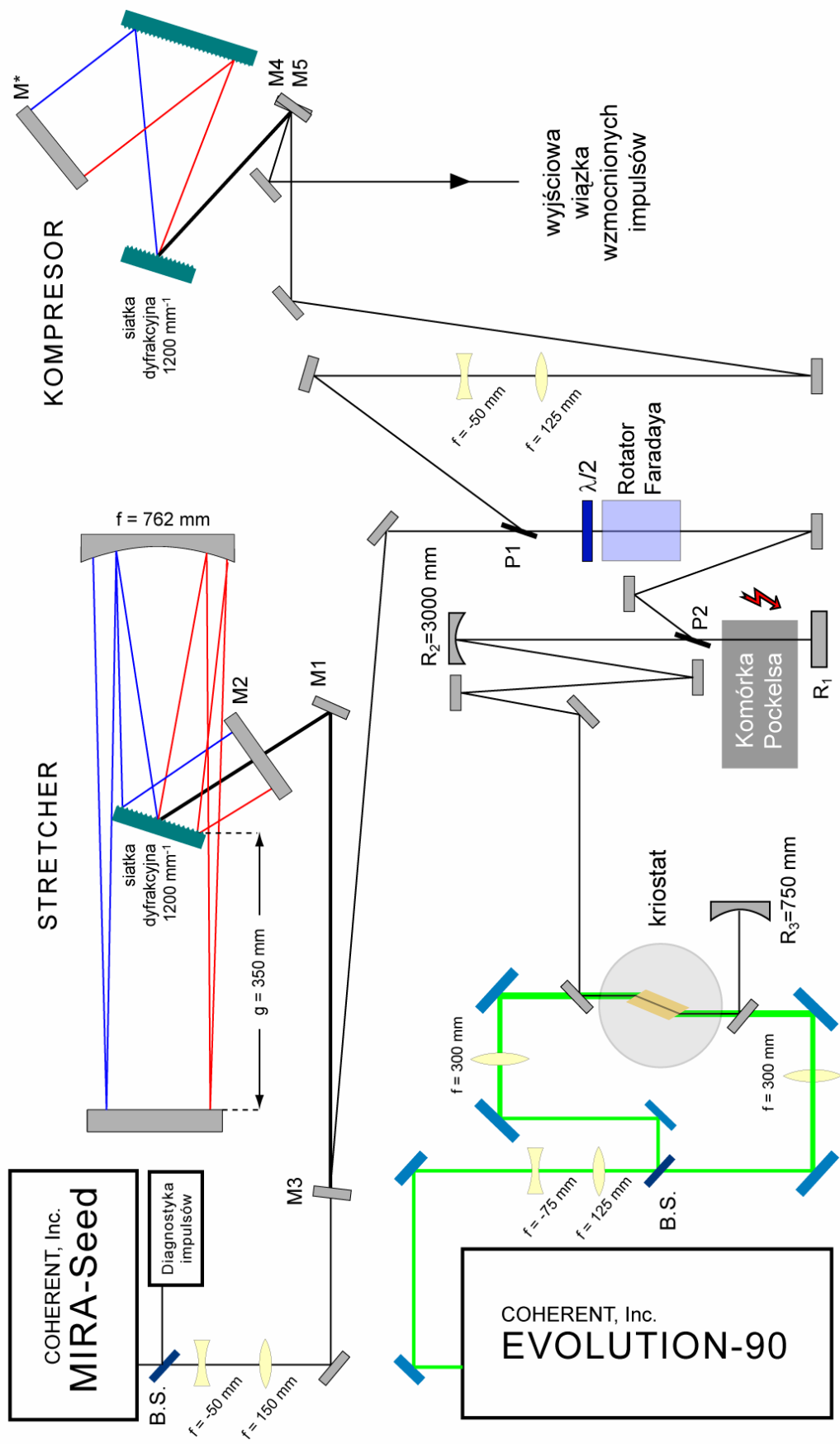
W tym rozdziale opisano konstrukcję femtosekundowego wzmacniacza szafirowego oraz podano jego pełną charakterystykę. Zamieszczono kilka uwag praktycznych, dotyczących budowy takiego układu oraz metod jego optymalizacji. Podjęto dyskusję nad efektami, które wpływają negatywnie na pracę układu.

6.1 Układ doświadczalny

6.1.1 Schemat układu doświadczalnego

Na rysunku 6.1 przedstawiono schemat układu doświadczalnego. Wiązka impulsów z komercyjnego oscylatora femtosekundowego MIRA-Seed (Coherent, USA) przechodzi przez teleskop, powiększając swój rozmiar do średnicy około 4 mm. Po odbiciu od lustra M1 wiązka wchodzi do stretchera. Pada centralnie na siatkę dyfrakcyjną o gęstości $1200 \text{ rys} / \text{mm}^{-1}$ pod kątem 39° i ulega rozszczepieniu na składowe spektralne. Poszczególne składowe odbijają się od lustra sferycznego o ogniskowej 762 mm, zawracają na lustrze płaskim, położonym w ognisku lustra sferycznego i ponownie padają na lustro sferyczne. Po odbiciu od lustra sferycznego składowe odbijają się pod różnym kątem od siatki dyfrakcyjnej, formując pęk równoległych promieni. Promienie te zawracane są na lustrze M3 i pokonują tę samą drogę w stretcherze, ale w odwrotnym kierunku. W rzeczywistości lustro M1 jest lekko nachylone w dół. Powoduje to, że wiązka wyjściowa ze stretchera wychodzi nieco obniżona, tak że zostaje wychwycona przez lustro M3, które prowadzi ją do wzmacniacza. Rozciągnięte impulsy o czasie trwania 120 ps (FWHM) są następnie wzmacniane we wzmacniaczu regeneratywnym. Jego główna część – wnęka rezonansowa składa się z trzech luster „zewnątrznych” (R_1 , R_2 , R_3), definiujących mod, oraz pięciu płaskich luster wewnętrznych, które pomagając dogodnie zaaranżować układ wnęki na stole doświadczalnym, a także efektywnie wprowadzić wiązkę pompującą do kryształu. Konfiguracja wnęki – krzywizny luster oraz odległości pomiędzy nimi zostały wybrane na podstawie modelowania numerycznego (rozdział 3.3.5). Dodatkowe lustro wewnętrzne, nie uwzględnione w modelowaniu, nie mają wpływu na kształt modu (macierz płaskiego lustra w języku ABCD jest macierzą jednostkową).

Działanie wzmacniacza regeneratywnego było dokładnie opisane w rozdziale 2.4. Wiązka impulsów wzmocnionych, wychodzących ze wzmacniacza, zanim trafi do kompresora, ulega powiększeniu. Powiększenie wiązki (do średnicy około 15 mm) ma na celu osłabienie natężenia, które może być groźne dla elementów optycznych kompresora, przede wszystkim siatek dyfrakcyjnych. Impuls po odbiciu od lustra M4 przechodzi przez układ dwóch siatek dyfrakcyjnych ustawionych do siebie równolegle – składowe



Rys. 6.1

WZMACNIACZ REGENERATYWNY

UKŁAD POMPUJĄCY

spektralne impulsu ulegają rozszczepieniu. Siatki mają tę samą gęstość rys, co siatka w stretcherze. Poszczególne składowe spektralne zawracane są na układzie dwóch luster ustawionych pod kątem 90° (pokazanych na rysunku jako M^*). Składowe wracają tą samą drogą, ale w płaszczyźnie lekko obniżonej, dzięki czemu mogą być wychwycone przez lustro $M5$ (położone poniżej lustra $M4$). Wiązka po kompresorze stanowi ciąg wysokoenergetycznych femtosekundowych impulsów światła.

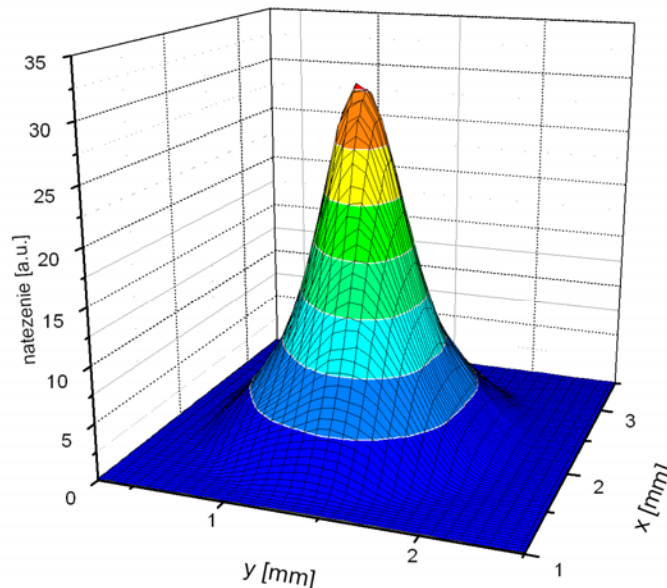
6.1.2 Źródło impulsów

Źródłem impulsów femtosekundowych jest szafirowy oscylator *Mira®-Seed* firmy Coherent, Inc. USA. Impulsy wytwarzane są w technice synchronizacji modów we wnęcie optycznej, w której ośrodkiem wzmacniającym jest $Ti:Al_2O_3$. Układ dostarcza stabilny ciąg impulsów o czasie trwania około **60 fs** z częstością repetycji równą **76 MHz**. Moc wiązki wyjściowej zawiera się w granicach 0.6-0.8 W (zależnie od ustawienia oscylatora), co przekłada się na energię w impulsie **8-10 nJ**. We wnęcie umieszczony jest filtr spektralny, który zawęża szerokość widma impulsu do 20 nm z maksimum przypadającym na długość fali równą 798 nm. Wykres widma impulsu pochodzącego z oscylatora przedstawiony został na rysunku 6.13 w rozdziale 6.3.5. Więcej informacji na temat oscylatora Mira®-Seed można znaleźć na stronie internetowej producenta (<http://www.coherent.com>).

6.1.3 Układ pompujący

W skład układu pompującego wchodzi impulsowy laser *Evolution-90* firmy Coherent oraz lustra i soczewki, doprowadzające wiązkę z lasera do ośrodka czynnego we wzmacniaczu regeneratywnym (rys. 6.1).

Evolution-90 jest laserem typu DPSS (Diode Pumped Solid State), w którym ośrodkiem czynnym jest kryształ Nd:YLF. Laser pracuje z wykorzystaniem akustooptycznego przełącznika dobroci wnęki, produkując impulsy z maksymalną możliwą częstością repetycji równą 10 kHz i czasem trwania **200 ns**. W wyniku zastosowania nieliniowego ośrodka we wnęcie światło emitowane z lasera stanowi drugą harmoniczną przejścia w Nd:YLF, wynoszącą **527 nm**. Laser posiada jednostkę sterującą, przez którą można (pośrednio)



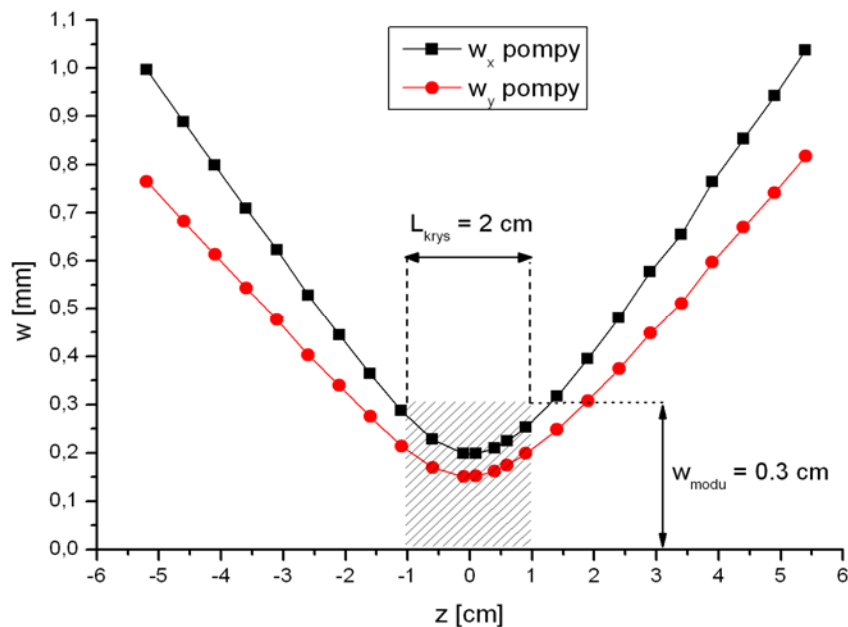
Rys. 6.2. Rozkład poprzeczny wiązki lasera pompującego zmierzony w odległości 1,5 m od głowicy lasera

kontrolować dwa najważniejsze parametry: energię impulsu oraz częstotliwość repetycji impulsów. Częstotliwość repetycji ograniczona jest do 10 kHz, natomiast moc emitowana do 90W. Odpowiada to energii w impulsie równej 9 mJ. Ponieważ w przyszłości planowane jest wykorzystanie układu z maksymalną dostępną częstotliwością, energia impulsu lasera pompującego (niezależnie od częstotliwości) została ustalona na **9 mJ**. Rozkład przestrzenny natężenia wiązki Evolution-90 pokazano na rysunku 6.2. Zmierzone M^2 wiązki wyniosło: 17 w kierunku poziomym X, oraz 24 w kierunku pionowym Y.

Zadaniem układu pompującego jest zogniskowanie wiązki lasera pompującego w obrębie kryształu do rozmiarów, nie przekraczających rozmiarów modu wnęki ($w = 0.3$ mm). Należy wspomnieć, że zła jakość wiązki (duże M^2) oznacza jej słabszą zdolność do ogniskowania. Spośród wielu konfiguracji ustawień teleskopu i soczewek ogniskujących wybrano taką, która – podczas pracy układu – dawała wysokie wzmocnienie i dobrą jakość wiązki wzmocnionej. Wiązka pompująca doprowadzona jest z dwóch stron do kryształu po uprzednim podziale jej na płytce światłodzieliącej (B.S.) w stosunku $\sim 1:1$. Wykres przewężenia wiązki po zogniskowaniu przez soczewkę $f = 300$ mm został

pokazany na rysunku 6.3. Promień wiązki pompującej nie jest stały w obrębie kryształu w przeciwieństwie do promienia modu rezonatora, który zmienia się niezauważalnie mało. O ile promień przewężenia wiązki pompującej można było zmniejszyć (do 0,3 mm), to o wiele trudniej było uzyskać stosunkowo duży zasięg Rayleigha dla tego rozmiaru („płaskie przewężenie”) – co oznaczałoby lepsze nakrywanie się modu lasera pompującego z modem rezonatora. Można to osiągnąć tylko poprzez zastosowanie dużych ogniskowych soczewek skupiających z jednoczesnym powiększeniem rozmiaru wiązki na soczewce. Niestety, całowa optyka, którą zastosowano do prowadzenia wiązki, uniemożliwiła realizację tego zamiaru.

Całkowite straty układu doprowadzającego wiązkę do kryształu wyniosły mniej niż **18%**. Znalaziono małą asymetrię w podziale mocy, dochodzącej do kryształu, w górnym i dolnym ramieniu w stosunku 1:1.03. Największe straty, sięgające **5,5%**, w doprowadzeniu wiązki pompującej wprowadza lustro wnęki, przez które przechodzą wiązki w obu ramionach. Taki sposób rozwiązania zapewnia współosiowość modu wnęki i modu pompy kosztem dodatkowych strat. Straty w układzie pompującym mogłyby być zredukowane, gdyby zamiast

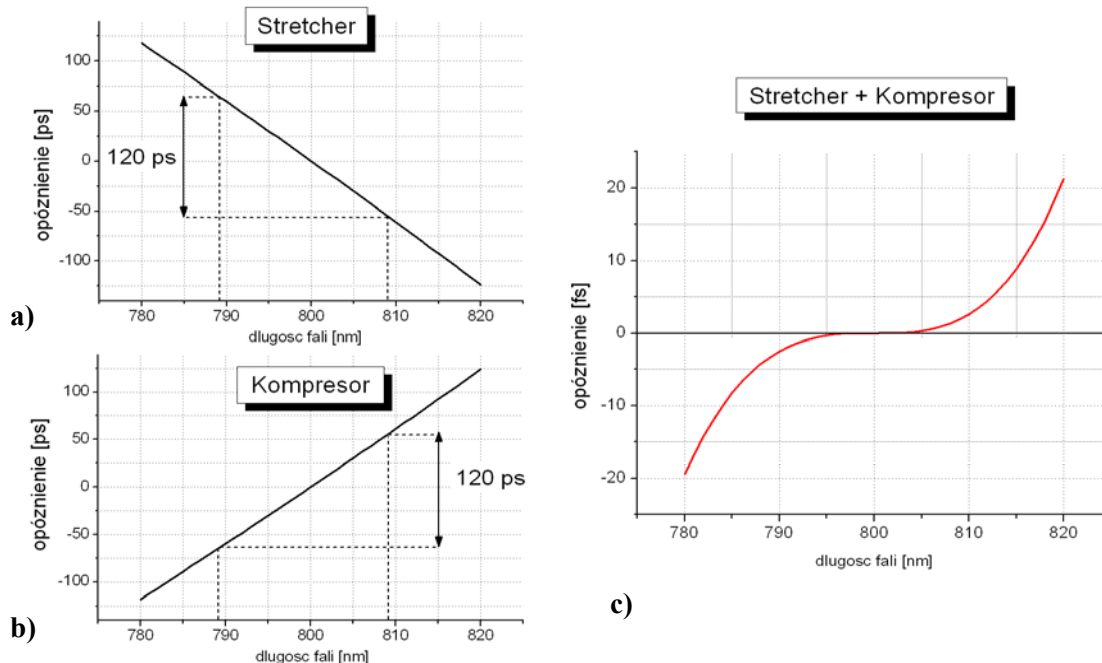


Rys. 6.3. Obszar ogniskowania wiązki pompującej w miejscu położenia kryształu.

polaryzacji poziomej (P) wiązki pompującej, prowadzonej na lustrach, zastosować polaryzację pionową (S). Lustra zoptymalizowane dla wiązki o polaryzacji S, padającej pod kątem 45° , mają lepszy współczynnik odbicia, aniżeli lustra wykorzystane w doświadczeniu – zoptymalizowane na polaryzację P. Z drugiej strony, dla wiązki o polaryzacji P teoretycznie możliwa jest całkowita eliminacja strat na obicie od powierzchni brewsterowskich w kriostacie i kryształach (rozdział 6.1.5). Oba argumenty wskazują na pewien kompromis, który został osiągnięty poprzez wybór polaryzacji P dla wiązki pompującej.

6.1.4 Układ stretcher-kompresor

Przedstawiony na rysunku 6.1 stretcher jest zmodyfikowaną wersją układu rozciągającego impuls w czasie, który został po raz pierwszy zaproponowany przez Oscara Martineza [32] w 1987 roku. Układ ten wprowadza dodatnią dyspersję opóźnienia grupowego, podczas gdy kompresor (taki jak na rysunku 6.1) wprowadza dyspersję ujemną [33]. Dokładna analiza, opierająca się na



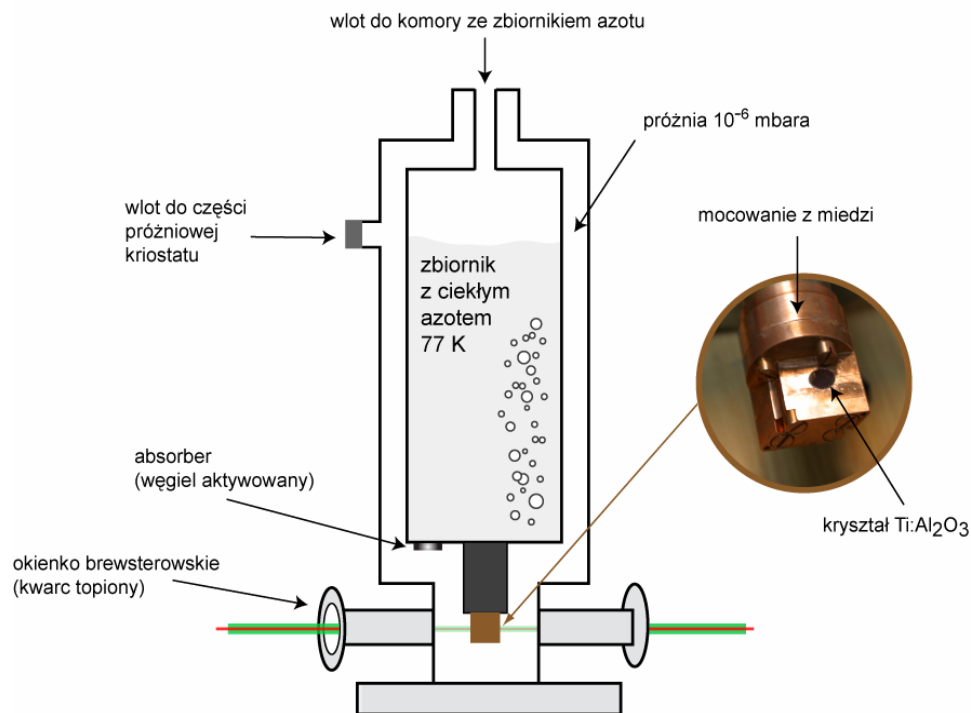
Rys. 6.4. Opóźnienia czasowe poszczególnych składowych spektralnych w stretcherze (a) i kompresorze (b), oraz przewidywane opóźnienie reszkowe (c) tych dwóch układów. Dane pochodzą z programu komputerowego autorstwa dr Yuriy’a Stepanenko.

geometrycznym śledzeniu poszczególnych promieni spektralnych w stretcherze i kompresorze, pozwala obliczyć różnice dróg (albo opóźnienia czasowe) dla skrajnych składowych widma impulsu wejściowego. Dzięki temu można przewidzieć, o jaki czynnik impuls ulegnie rozciągnięciu bądź skróceniu w czasie. Wyniki takiej analizy pokazano na rysunku 6.4. Przy założeniu impulsu wejściowego z widmem o szerokości 20 nm, impuls ulegnie rozciągnięciu do 120 ps. Skądinąd wiadomo, że czas trwania impulsu z oscylatora wynosi 60 fs – oznacza to rozciągnięcie impulsu o czynnik 2000.

6.1.5 Kriostat

Chłodzenie kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ do niskich temperatur odbywa się w układzie kriogenicznym pokazanym na rysunku 6.5. Kryształ zamocowany jest w obudowie wykonanej z miedzi. Pomiedzy powierzchnią kryształu a miedzianą obudową znajduje się cienka warstwa indu, zapewniająca dobry kontakt termiczny kryształu z obudową. Całość przymocowana jest do zbiornika wypełnionego ciekłym azotem. Zbiornik połączony jest z zewnętrzną obudową tylko w górnej części. Ponadto jego boczna powierzchnia pokryta została folią aluminiową, minimalizując straty związane z promieniowaniem termicznym. Jest to zasadne z uwagi na fakt, że pomiędzy zbiornikiem a zewnętrzną obudową znajduje się próżnia. Izoluje ona chłodną część od otoczenia, zapobiegając skraplaniu się pary wody na obudowie kriostatu. Próżnię uzyskuje się poprzez odpompowanie gazów z wnętrza wstępnie pompą rotacyjną, a potem pompą turbomolekularną. Po wielogodzinnej pracy pompy turbomolekularnej oraz zalaniu zbiornika kriostatu azotem, ciśnienie w komorze próżniowej dochodzi do około 10^{-6} mbara ($7.5 \cdot 10^{-4}$ mTorr). Pojemność zbiornika wynosi 5 litrów. Wypełniony w całości wystarcza średnio na jeden dzień pracy. W rzeczywistości uzależnione jest to od mocy lasera pompującego.

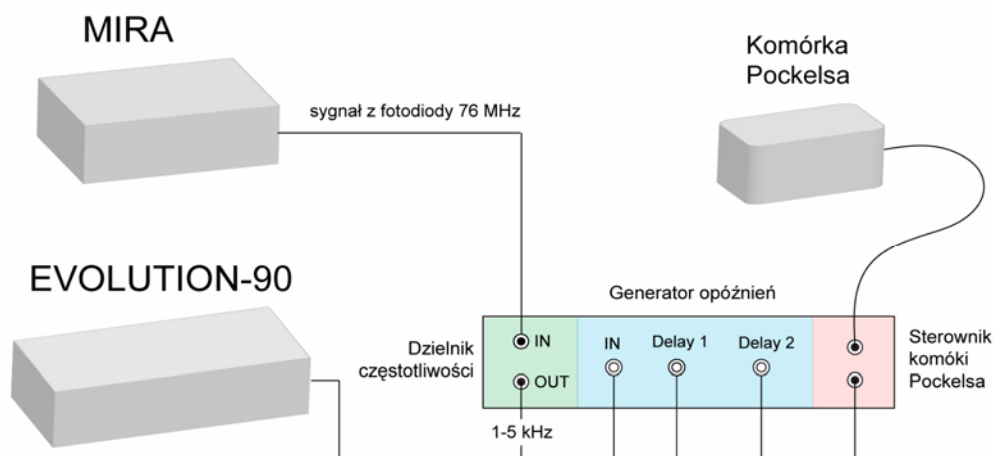
Niemożliwe jest odczytanie rzeczywistej temperatury kryształu podczas pracy układu, konstrukcja kriostatu nie zawiera żadnego czujnika temperatury połączanego z kryształem. W innych układach doświadczalnych, w których wykorzystano podobną konstrukcję, podawane są wartości 88 K [73] przy mocy wiązki pompującej 32 W, oraz 100 K dla mocy wiązki 180 W [23].



Rys. 6.5. Układ kriogeniczny dla kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$

6.1.6 Schemat synchronizacji

Ostatnią ważną kwestią w działaniu układu jest dobór właściwego momentu, w którym impuls z oscylatora zostanie zamknięty we wnęce. Powinno to mieć miejsce chwilę po tym, jak impuls pompujący dokonał inwersji obsadzeń w ośrodku. Podstawą do synchronizacji są impulsy z oscylatora (rys. 6.6). Sygnał pochodzący z fotodiody, umieszczonej w oscylatorze, trafia do dzielnika częstotliwości. Tam ulega zamianie na sygnał kilohercowy. Tak otrzymany sygnał służy do wyzwalania impulsów z lasera pompującego oraz podawany jest na wejście w generatorze opóźnień. Generator wytwarza dwa ciągi impulsów opóźnionych względem sygnału wejściowego. Pierwszy z nich określa moment podania napięcia ćwierćfalowego w komórce Pockelsa, drugi kolejnego stopnia napięcia (napięcia półfalowego). W ten sposób kontrolowany jest czas zamykania i wypuszczania impulsu z wnęki.



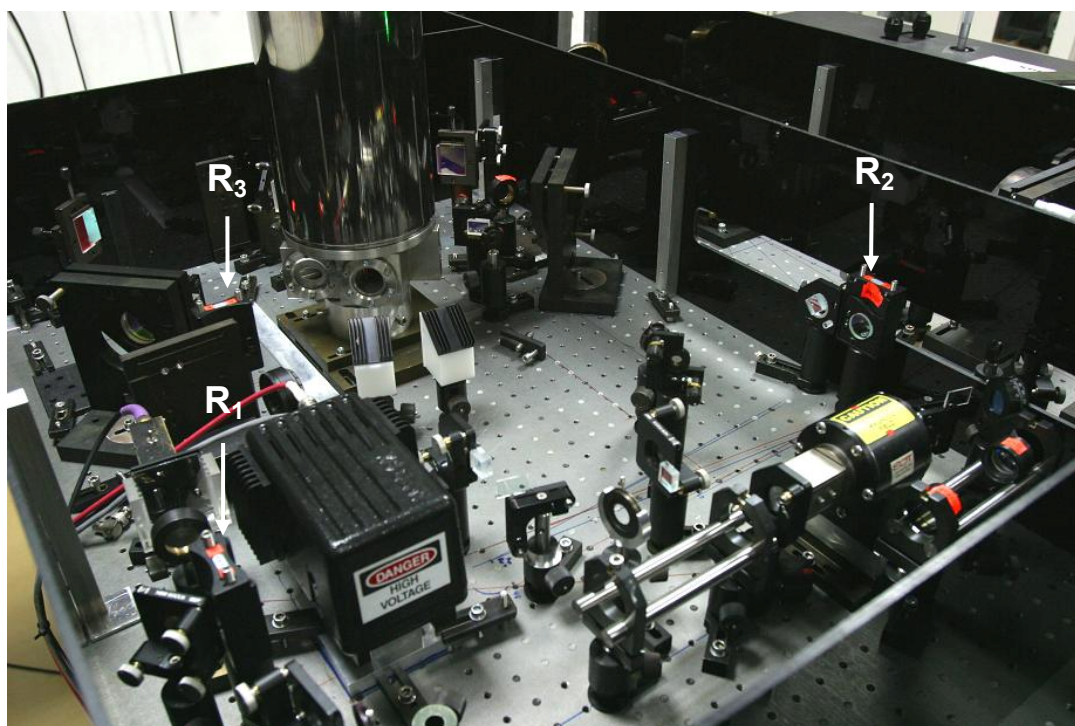
Rys. 6.6. Schemat synchronizacji układu

6.1.7 Fotografie układu

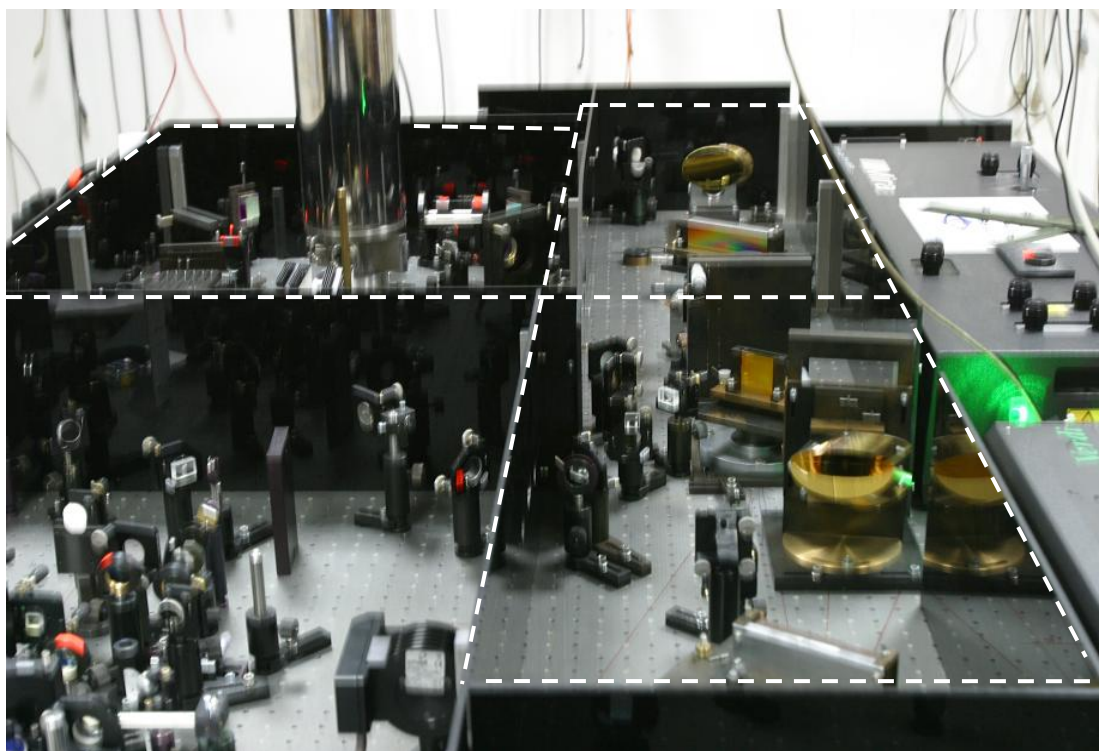
Na kolejnych dwóch stronach zamieszczono wybrane zdjęcia układu doświadczalnego.

6.2 Uwagi na temat budowy układu i jego optymalizacji

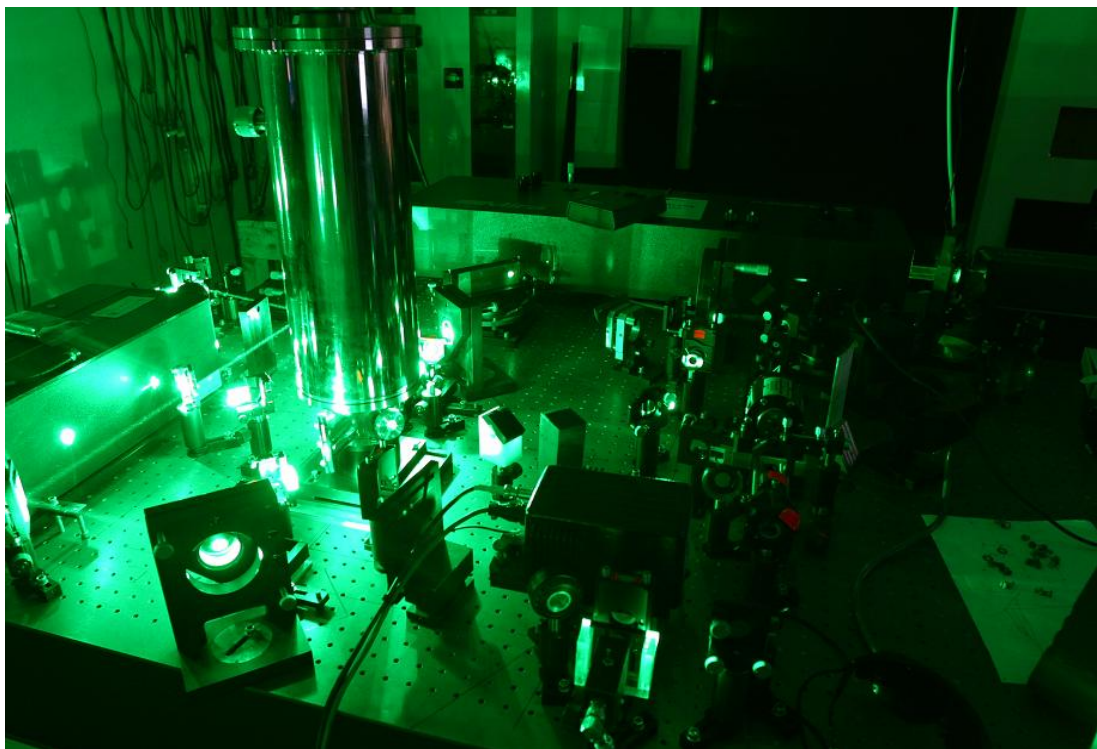
Wzmacniacz regeneratywny jest najważniejszą częścią całego układu doświadczalnego. Od niego zależy, z jaką efektywnością uda się zamienić energię impulsu pompującego na energię impulsu wzmacnianego. Pierwszym krokiem, prowadzącym do zbudowania wzmacniacza, jest zaprojektowanie odpowiedniej wnęki rezonansowej. Kryteria doboru modu w takiej wnęcie zostały już podane w rozdziale 3.3.5. W rzeczywistości, aby mogły one zostać precyzyjnie sformułowane, na początku prac doświadczalnych zbudowano wnękę próbną. Dzięki temu możliwe było m. in. staranne rozplanowanie zagospodarowania przestrzeni na stole optycznym. Pierwsza konfiguracja podobna była do tej z rysunku 2.5a, przy czym wiązka pompująca przechodziła przez lustro wnęki R_2 i R_3 . Szybko się okazało, że uzyskane w ten sposób wzmocnienie jest niewielkie z powodu mało wydajnego nakrywania się modów pompy i rezonatora. Trudność brała się stąd, że wiązki pompującej nie można było zogniskować do dostatecznie



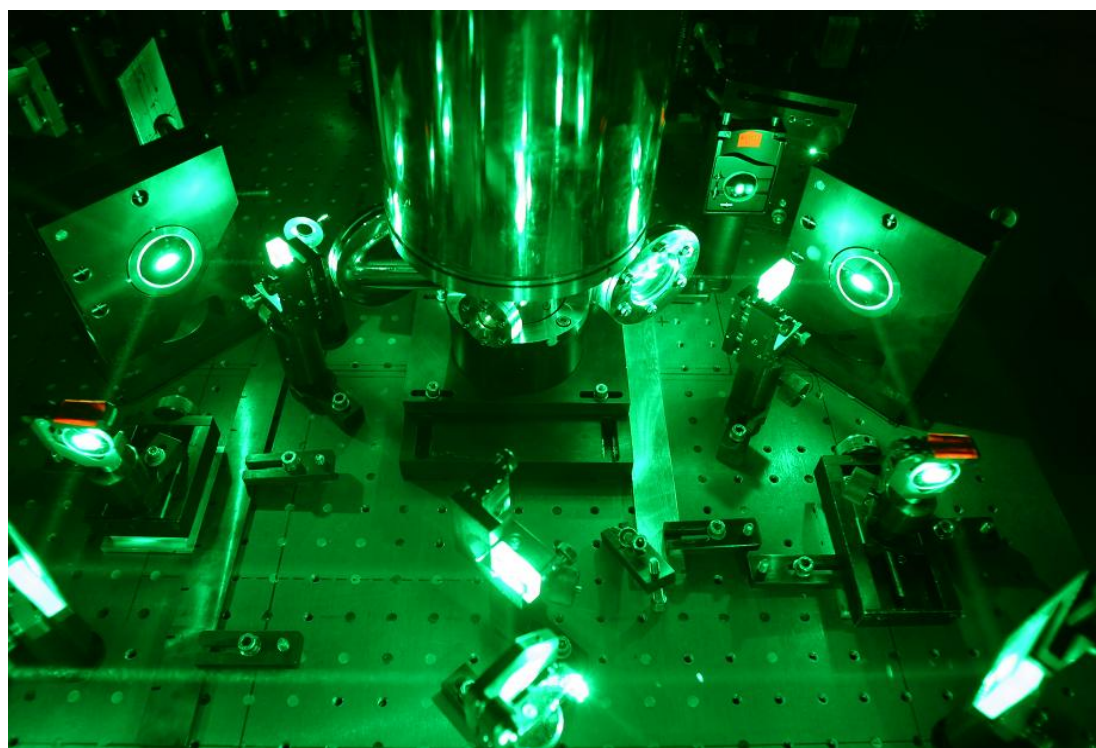
Zdjęcie 1. Wzmacniacz regeneratywny



Zdjęcie 2. Widok na układ doświadczalny z podziałem na wzmacniacz regeneratywny (lewy prostokąt), stretcher (prawy prostokąt w oddali) oraz kompresor.



Zdjęcie 3. Układ doświadczalny podczas pracy (bez osłon widocznych na zdjęciu 2).



Zdjęcie 4. Układ pompujący

małych rozmiarów z powodu zbyt długiego ramienia rezonatora ($R_2 - R_3$). Dodatkowym kłopotem okazała się niska transmisja lustra wnęki dla światła zielonego ($T_{527} = 0,8$). Odpowiedzią na te niedogodności była konfiguracja pokazana na rysunku 6.1. Wewnętrzne lustro wnęki, ustawione pod kątem 45° , ma lepszą transmisję dla światła zielonego. Soczewki ogniskujące wiązkę pompującą mogą się teraz znajdować blisko miejsca położenia kryształu, dzięki czemu wiązka może być zogniskowana do małych rozmiarów. Takie rozwiązanie zapewnia identyczny sposób ogniskowania po obu stronach niezależnie od tego, czy przewężenie modu znajduje się w środku ramienia wnęki czy nie.

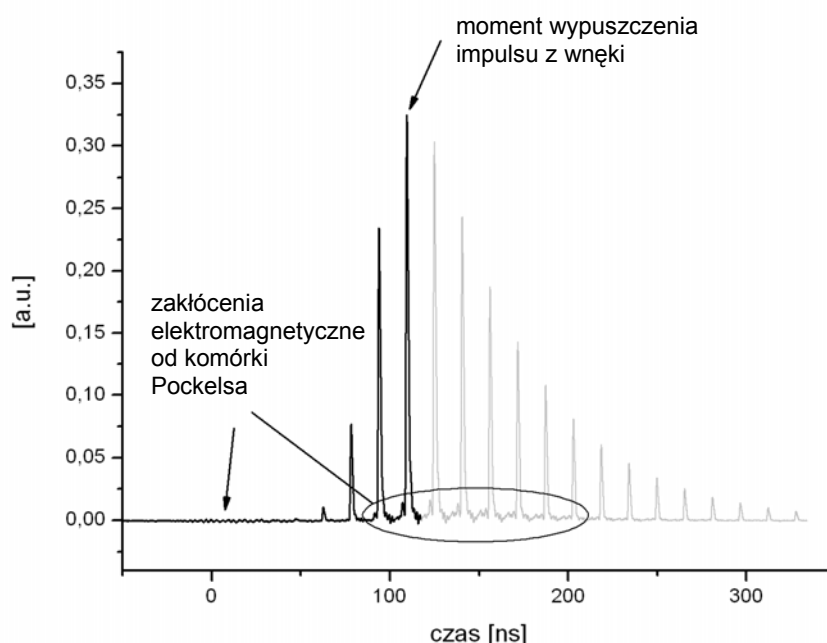
Procedurę, prowadzącą do pierwszego uruchomienia wzmacniacza, można streścić następująco:

- 1) ustawić elementy optyczne wnęki na **wiązce próbnej**, tak by wykonała ona pełny obieg we wnęce. Upewnić się, że porusza się tym samym torem, oraz że nic nie ogranicza jej propagacji. Do wprowadzenia wiązki do wnęki można posłużyć się polaryzatorem i płytką ćwierćfalową.
- 2) wyjąć z wnęki wszystkie elementy, wpływające na polaryzację światła wykorzystane w punkcie 1, i uruchomić laser pompujący. Po przekroczeniu progu akcji laserowej powinno się uzyskać wzmocnienie zainicjowane fotonami, pochodzącymi z emisji spontanicznej ośrodka czynnego. Można teraz dobrać kierunek obu wiązek pompujących (z jednej i z drugiej strony) tak, aby otrzymać oscylacje w modzie podstawowym TEM_{00} , i jednocześnie uzyskać najwyższe możliwe wzmocnienie.
- 3) ustawić **apertury we wnęce** w kilku miejscach dla wiązki otrzymanej w punkcie poprzednim. Wiazka ta stanowi naturalny **mod wnęki**.
- 4) przygotować się do uruchomienia wzmacniacza regeneratywnego poprzez wstawienie do wnęki brakujących elementów (np. komórki Pockelsa).
- 5) poprowadzić wiązkę impulsów ze stretchera po aperturach wnęki
- 6) uruchomić wzmacniacz regeneratywny, dobierając odpowiednie opóźnienia na sterowniku komórki Pockelsa.

Standardową metodą wykorzystywaną przy układach wzmacniających impulsy światła jest obserwowanie kolejnych obiegów impulsu we wnęce za pomocą szybkiej fotodiody. W przypadku opisywanego układu fotodiode

umieszczono za lustrem wnęki R_1 . Część światła przechodząca przez lustro była ogniskowa przez soczewkę i skupiona na fotodiodzie, która połączona z oscyloskopem dawała sygnał taki jak na rysunku 6.7. Czas obiegu światła we wnęce o długości 4,6 m wynosi 15,3 ns, zatem tyle liczy sobie odległość pomiędzy kolejnymi widocznymi tam maksimumami.

Optymalizacja wzmacniacza szafirowego polega na uzyskaniu jak najwyższej energii w impulsie (przy stałej energii impulsu pompującego), zachowując jednocześnie dobrą jakość wiązki wzmocnionej. Wyznacznikiem pierwszego jest czas potrzebny do osiągnięcia przez impuls maksymalnej energii. Im krótszy czas narastania ciągu impulsów (ang. *buildup time*), tym lepsze wzmocnienie. Osiąga się je m. in. przez precyzyjne ustawienie kierunku wiązki pompującej przechodzącej przez kryształ, doprecyzowanie położenia soczewek skupiających, oraz niewielkie justowanie lusterek wnęki. Jakość wiązki wzmacnianej może być kontrolowana w czasie rzeczywistym w trakcie optymalizacji poprzez kamerę CCD, umieszczoną za jednym z lusterek wnęki. Natomiast bardziej miarodajnym wyznacznikiem jakości wiązki jest pomiar M^2 , który zajmuje około 5-10 minut.



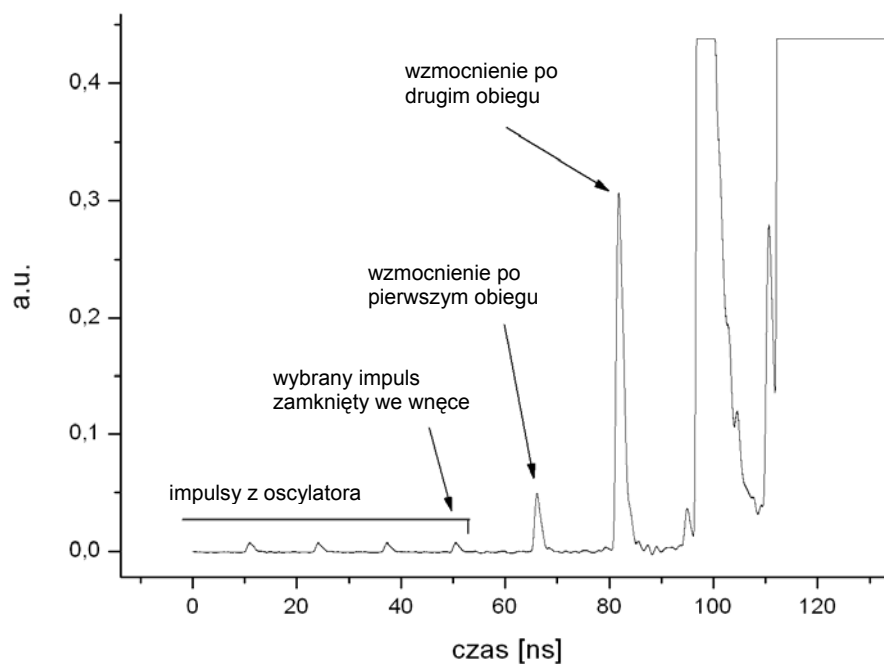
Rys. 6.7. Obraz z oscyloskopu, ukazujący końcowe etapy wzmocnienia impulsu. Czarny kolor odpowiada sytuacji, w której impuls wypuszczany jest z wnęki, gdy tylko wyczerpie inwersję obsadzeń w ośrodku. Jeżeli impuls nie zostaje wypuszczony z wnęki obserwuje się dodatkową strukturę (kolor szary), ukazującą zanik impulsu w wyniku strat we wnęce.

6.3 Parametry końcowej konfiguracji

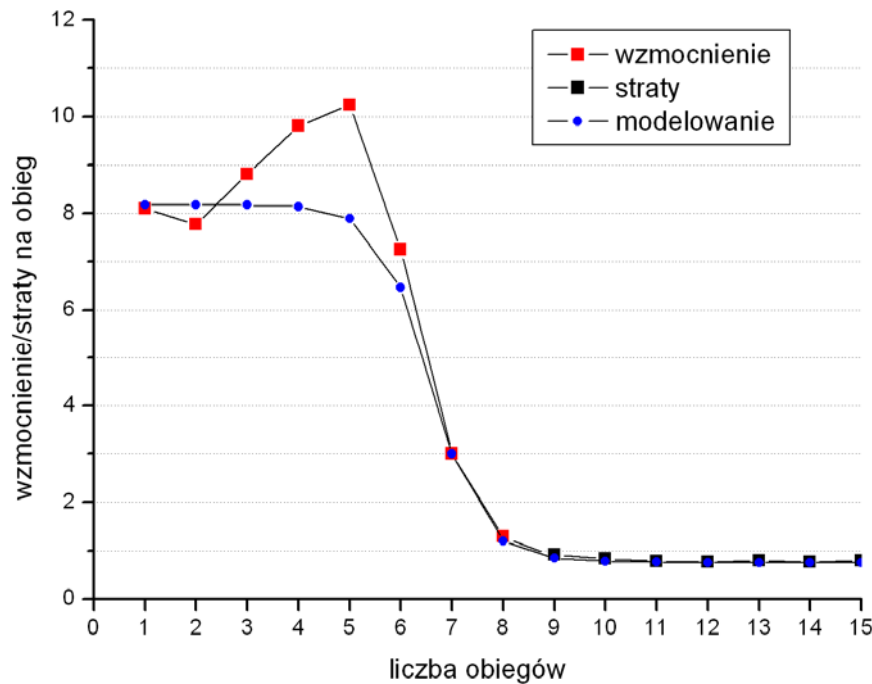
W tej części rozdziału dokonano charakterystyki stabilnego układu pracującego z częstotliwością repetycji 2 kHz i energią impulsu pompującego równą 9 mJ.

6.3.1 Pomiar wzmocnienia

Metoda pomiaru wzmocnienia w trakcie kolejnych obiegów impulsu we wnęce sprowadza się do obliczenia stosunku wysokości sąsiadujących ze sobą maksimów, odczytanych z oscyloskopu (rys. 6.8). Procedurę tę należy powtórzyć dla wszystkich kolejnych maksimów. Z uwagi na ograniczony zakres liniowej odpowiedzi fotodiody oraz skończony zakres dynamiczny oscyloskopu, cała procedura musiała być podzielona na kilka etapów, w których stosowano filtry osłabiające światło. Wyniki pomiarów przedstawiono na rysunku 6.9. Impuls musi dokonać 8 pełnych obiegów (16 przejść przez ośrodek czynny) zanim opuści wnękę. W następnych obiegach straty zaczynają przeważać nad wzmocnieniem. Można przyjąć, że pierwsze 5 obiegów zachodzi w reżimie wzmocnienia



Rys. 6.8. Początkowy etap wzmocnienia.



Rys. 6.9. Wykres wzmocnienia i strat w kolejnych obiegach we wnętrzu uzyskanych w doświadczeniu oraz wynikający z modelowania

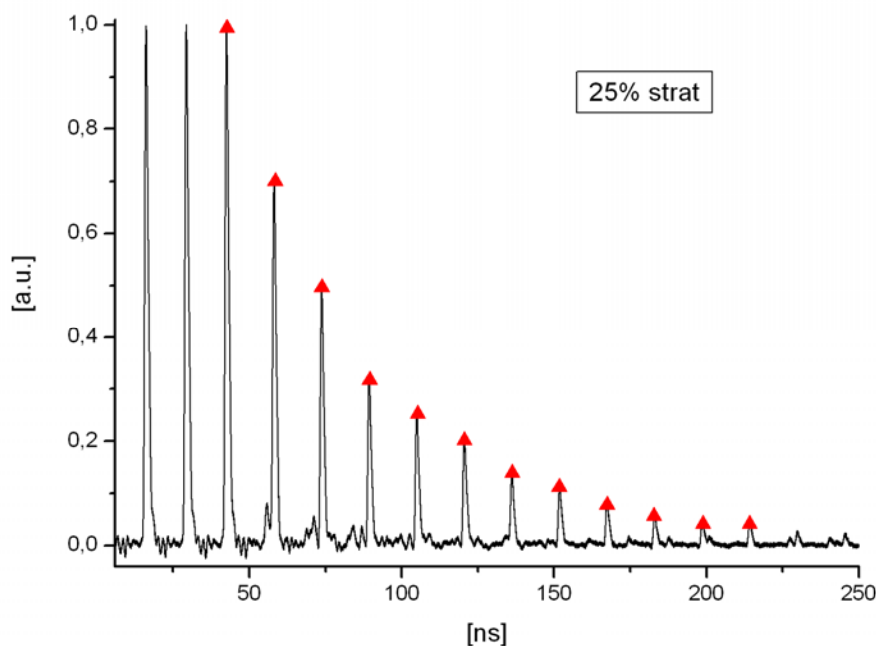
nienasyconego. Wtedy efektywne wzmocnienie liczone na pojedyncze przejście impulsu przez ośrodek wynosi 3.

Na rysunku 6.9 pokazano także wyniki modelowania wzmocnienia impulsu w kolejnych obiegach we wnętrzu w oparciu o równania rekurencyjne podane w rozdziale 5.3. Model i doświadczenie zdają się być spójne jedynie w początkowej i końcowej fazie obiegów. W symulacji wykorzystano wszystkie rzeczywiste parametry układu, otrzymując na końcu wartość energii impulsu zgodną z tą, jaką uzyskano w doświadczeniu. Tylko jeden parametr dobrano swobodnie, jest nim efektywny promień modu $w = 470 \mu\text{m}$, ponieważ nakrywanie modu pompy i rezonatora nie jest jednorodne (por. rys. 6.3). Prosty model dynamiczny nie opisuje dobrze tego, co dzieje się w początkowym etapie wzmocnienia. Rzeczywisty proces wzmacniania impulsów kryje w sobie coś więcej. Widać, że po drugim obiegu współczynnik wzmocnienia systematycznie narasta. Można by to zinterpretować jako powolne dopasowanie wzmacnianego impulsu do modu własnego rezonatora – choć jest to swobodna interpretacja.

6.3.2 Pomiar strat

Do pomiaru strat własnych wnęki zastosowano metodę, która przypomina znaną w spektroskopii metodę CRDS (z ang. *Cavity-Ring Down Spectroscopy*). Impuls zostaje uwięziony we wnęcie przy całkowitym braku promieniowania pompującego – odbija się wielokrotnie, po każdym obiegu tracąc część swojej energii. Na rysunku 6.10 przedstawiono zarejestrowany na oscyloskopie przebieg odpowiadający takiej sytuacji. Dzięki wielu punktom pomiarowym można dokonać statystycznej oceny strat na jeden obieg we wnęcie. Rezultaty tej analizy okazują się być bardzo dobrze odtwarzane przy powtórzeniu pomiaru. Dane zaprezentowane na rysunku 6.10 wskazują na 25-procentowe straty wnęki w jednym obiegu. Zaobserwowano, że nie jest to wielkość stała, a zmieniająca się w skali czasowej rzędu dni (sic!). Powodem są zanieczyszczenia na powierzchni kryształu. Efekt ten będzie dyskutowany w części 6.4.2. W zależności od warunków panujących w kriostacie straty wnęki zawierają się w przedziale 20-28%.

Zmierzono także straty związane z wypuszczeniem impulsu wzmocnionego z wnęki wzmacniacza regeneratywnego – wyniosły one 30%.



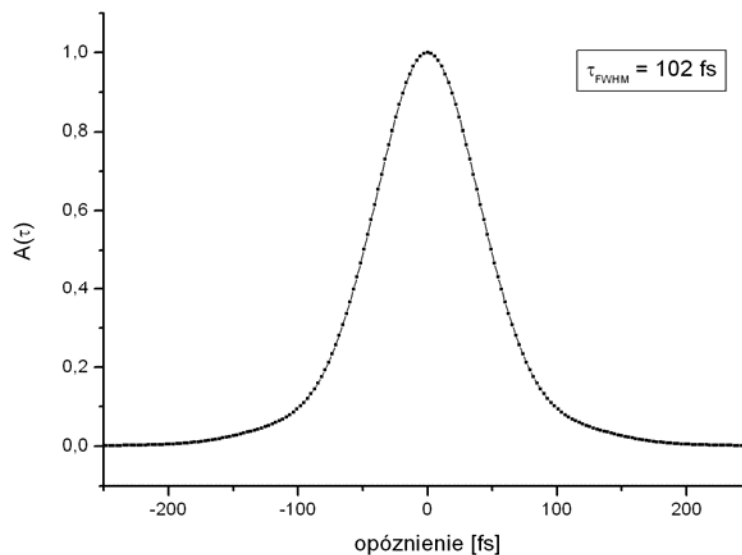
Rys. 6.10. Metoda pomiaru strat wnęki. Wyróżnione punkty biorą udział w statystycznym oszacowaniu strat.

6.3.3 Charakterystyka impulsów

Energia impulsów opuszczających wzmacniacz regeneratywny wyniosła 1,6 mJ, natomiast po kompresorze **0,95 mJ**. Dokonano pomiaru stabilności energetycznej impulsów wzmocnionych. Układ był przykryty ze wszystkich stron płytami, które ograniczały fluktuacje powietrza, istotnie wpływające na warunki pracy wzmacniacza. Poniższa tabela zawiera zestawienie trzech 10-minutowych próbek, każda zawierająca po 100 000 pomiarów energii impulsu. Bezpośredni pomiar energii nie był możliwy, natomiast względne fluktuacje – wykorzystując do tego oscyloskop – tak. Na podstawie tych trzech próbek można sądzić, że stabilność energetyczna impulsów ze wzmacniacza jest nie gorsza niż 0,8%.

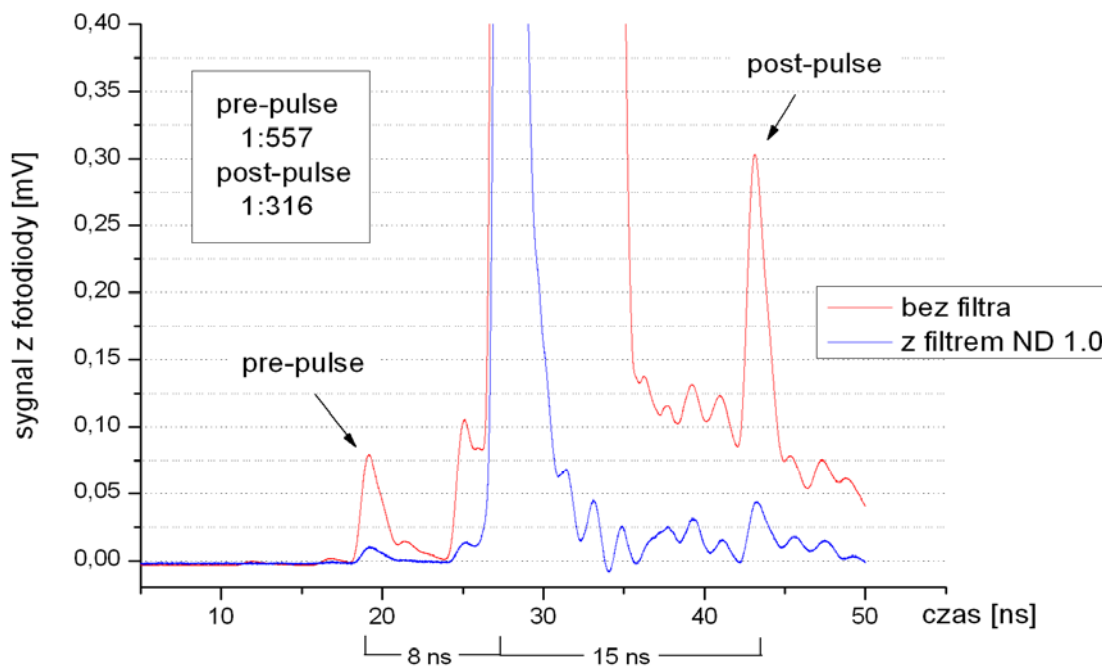
Pomiar	odchylenie standardowe średnia
1 (za kompresorem)	0.00427
2 (przed kompresorem)	0.00758
3 (przed kompresorem)	0.00306

Czas trwania impulsów po kompresorze, zmierzony metodą autokorelacji (rys. 6.11) przy założeniu obwiedni gaussowskiej wyniósł **72 fs** (dla obwiedni w kształcie funkcji sech^2 - 66 fs).



Rys. 6.11. Natężeniowa funkcja autokorelacji impulsu ze wzmacniacza odtworzona z pomiaru kształtu impulsu metodą FROG (*Frequency Resolved Optical Gating*)

Zbadano także tło towarzyszące odosobnionemu impulsowi wzmocnionemu (rys. 6.12). Pomiar był trudny z uwagi na fakt, że fotodioda „wylapywała” wszelkie odbicia i rozproszenia w laboratorium, pochodzące od silnej wiązki wzmocnionej. Po starannej analizie niezmienną strukturą wykazywały się dwa maksima towarzyszące głównemu impulsowi. Pierwsze maksimum poprzedzało główny impuls w czasie 8 ns, drugie następowało po nim w czasie około 15 ns. Pochodzenie drugiego impulsu najprawdopodobniej odpowiada sytuacji, w której część impulsu głównego podczas opuszczania wnęki wzmacniacza zostaje, dokonując kolejnego obrotu. Pochodzenie pierwszego impulsu z czasem 8 ns nie zostało do końca wyjaśnione. Stosunki energii impulsów towarzyszących do energii impulsu głównego podane zostały na rysunku 6.12.



Rys. 6.12. Tło impulsu ze wzmacniacza

6.3.4 Charakterystyka wiązki

Moc wiązki ze wzmacniacza regeneratywnego wyniosła 3,2 W, a po kompresorze **1,9 W**. Pomiar M^2 wiązki, wykonany zgodnie ze standardem ISO 11146, dał następujący wynik:

Przed kompresorem	Za kompresorem
$M^2 X = 1.10$	$M^2 X = \mathbf{1.29}$
$M^2 Y = 1.11$	$M^2 Y = \mathbf{1.16}$

Stabilność kierunkowa wiązki została zmierzona na próbce 21 000 punktów pomiarowych w czasie 56 minut przy użyciu kamery CCD. Wyniki przedstawiają się następująco:

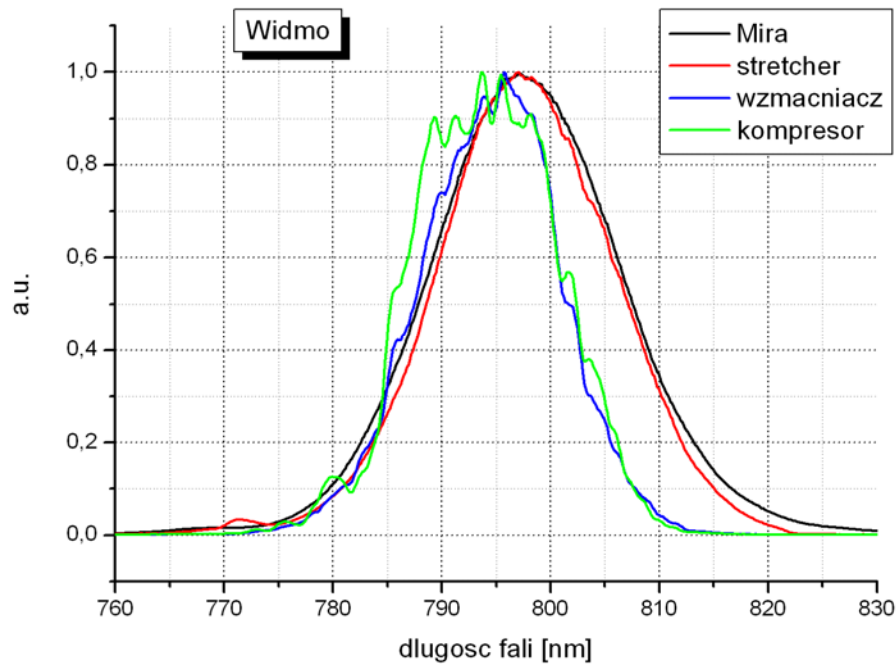
Stabilność kierunkowa
$X \rightarrow 5,2 \mu\text{rad}$
$Y \rightarrow 5,9 \mu\text{rad}$

Przy okazji omawiania charakterystyki wiązki warto wspomnieć o wartości **całki B** układu wzmacniacza regeneratywnego. Znana jest końcowa energia impulsu we wnętrzu, która po uwzględnieniu strat wynosi nie więcej niż 2,1 mJ. Posługując się wyrażeniem (2.3.1), można oszacować wkład do całki B i stwierdzić, że:

$\text{całka B} < 1.4$

6.3.5 Widmo impulsu

Zmierzono widmo impulsu w czterech różnych miejscach układu doświadczalnego. Wyniki przedstawiono na rysunku 6.13. Widmo z oscylatora ulega nieznacznemu zawężeniu po układzie rozciągającym impuls. Po etapie wzmocnienia widmo wyraźnie się zawęża oraz przesuwają w kierunku maksimum krzywej wzmocnienia $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ (por. rys. 2.9). Po kompresorze jest ono wyraźnie zniekształcone, co spowodowane jest wadami siatek dyfrakcyjnych. Poniżej podano wartości wynikające z dopasowania do widma rozkładu gaussowskiego:



Rys. 6.13. Widmo impulsu po kolejnych podzespołach układu.

Podzespół	Maksimum [nm]	FWHM [nm]
Mira	797,7	20.04
stretcher	797,7	18.72
wzmacniacz	794,7	14.85

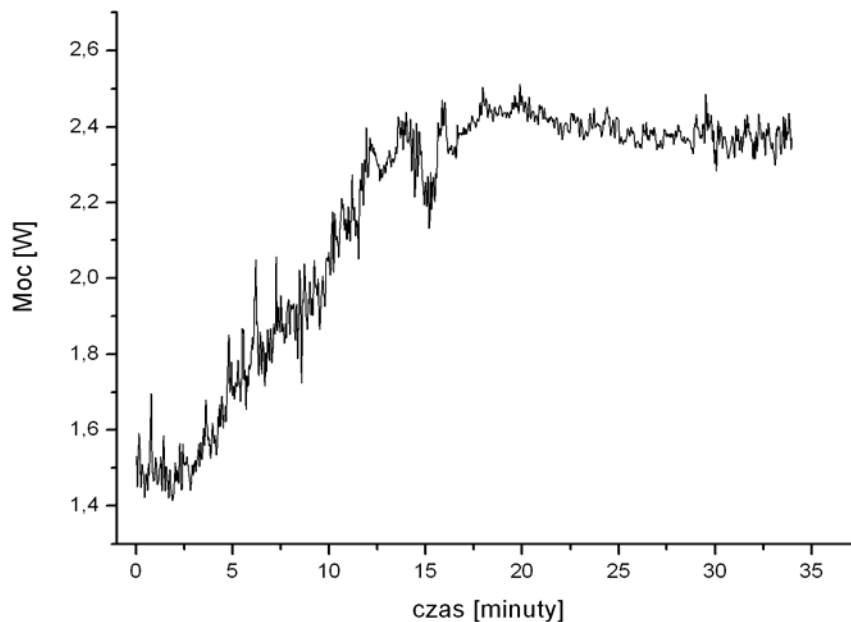
6.4 Efekty niepożądane

Podczas prac nad układem doświadczalnym napotkano kilka efektów, które uniemożliwiły przejście na wyższą częstotliwość repetycji impulsów. Układ był w stanie osiągnąć maksymalną częstotliwość powtarzania impulsów wynoszącą 5 kHz, jednak przy tej częstotliwości wzmacniacz zachowywał się niestabilnie, a jego parametry – efektywność wzmocnienia, jakość wiązki – były niezadowalające. Większa częstotliwość repetycji impulsów oznacza większą moc średnią wiązki, a to przekłada się na silniejsze efekty termiczne. Efekt soczewkowania termicznego w ośrodku czynnym – najistotniejszy ze wszystkich efektów termicznych w

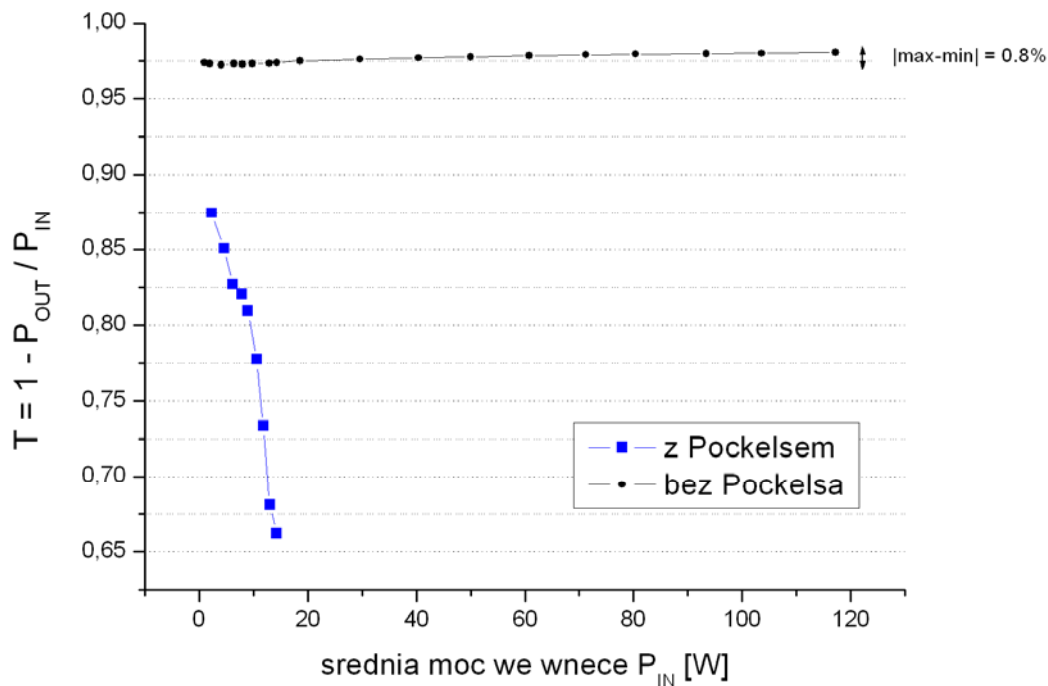
układach tego typu – był istotnie zredukowany dzięki chłodzeniu kriogenicznemu. Pojawiły się natomiast inne problemy, których wcześniej nie przewidywano. Należą do nich efekt depolaryzacji wiązki we wnętrzu oraz zanieczyszczenia powierzchni kryształu – oba prowadzą do strat i spadku jakości wiązki wzmocnionej. Źródłem strat związanych z depolaryzacją był kryształ KDP w komórce Pockelsa.

6.4.1 Dwójłomność naprężeniowa indukowana termicznie w KDP

Impuls wzmacniany wielokrotnie przechodzi przez polaryzator ustawiony we wnętrzu, częściowo się od niego odbijając, ponieważ jego transmisja nie jest 100-procentowa. Należy się liczyć z tym, że przy zamkniętej wnęce w kanale wyjściowym wzmacniacza powinno się rejestrować pewien sygnał. Okazało się jednak, że sygnał ten – moc „wyciekająca” z wnęki, zmienia się w czasie (rys. 6.14), i to w stosunkowo długiej skali czasowej liczonej w minutach. Podejrzanie padło na komórkę Pockelsa, która jest odpowiedzialna za przełączanie polaryzacji impulsu we wnętrzu. Sprawdzono, czy efekt ten występuje, gdy usunie się z wnęki komórkę Pockelsa. Wyniki pokazano na rysunku 6.15. Porównanie to jednoznacznie wskazuje, że źródłem przecieku jest komórka Pockelsa, przez co



Rys. 6.14. Narastanie mocy „wyciekającej” z zamkniętej wnęki oraz powolna stabilizacja. Średnia moc we wnętrzu 10,6 W (5 kHz).

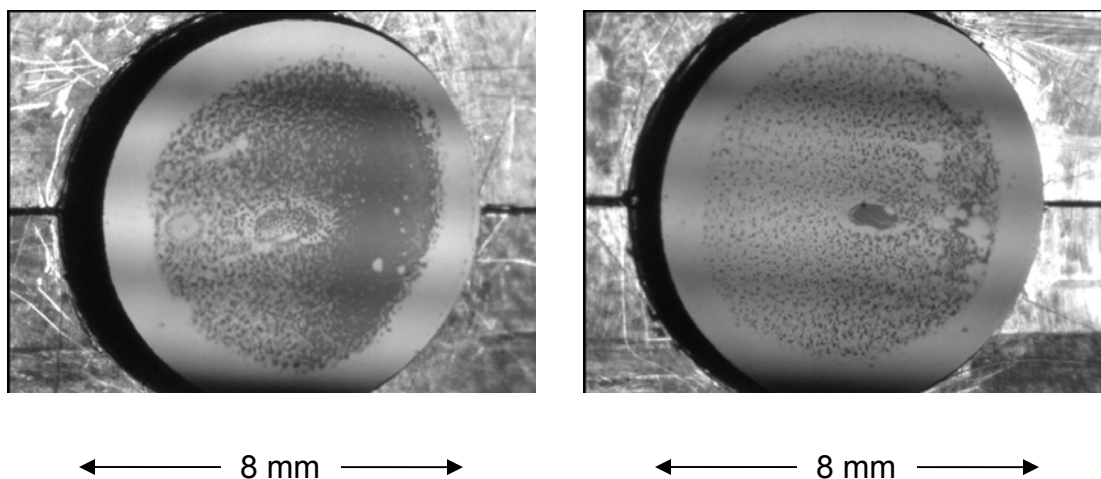


Rys. 6.15. Straty w wyniku depolaryzacji wiązki we wnętrzu. P_{OUT} – moc „wyciekająca” z wnętrza, P_{IN} – średnia moc we wnętrzu. Ta ostatnia wielkość była zmierzona miernikiem mocy ustawionym za jednym z lusterek wnętrza (po uwzględnieniu transmisji lustra równej 0,5%).

straty w wyniku depolaryzacji mogą osiągać nawet 34%. Pochodzenie tego efektu bierze się z resztkowej absorpcji światła przez kryształ KDP w komórce Pockelsa. Prowadzi to do odkładania się w nim ciepła i wytworzenia gradientu temperatury. To z kolei skutkuje indukowaniem się dwójłomności naprężeniowej, powodując depolaryzację wiązki, i w efekcie duże straty we wnętrzu. Optyczny przełącznik przestaje być skuteczny. Studia na tym efekcie [1] dowiodły, iż wpływa on także na jakość wiązki w rezonatorze.

6.4.2 Zanieczyszczenia powierzchni kryształu

Innym efektem, wpływającym istotnie na działanie wzmacniacza, było osadzanie się substancji o nieznanym pochodzeniu na powierzchni kryształu. Z uwagi na to, że wiązka pompująca i mod rezonatora w kryształach mają bardzo małe rozmiary, to wszelkie zanieczyszczenia w tym miejscu znacząco wpływają na parametry wzmacniacza. Wyczyszczenie powierzchni kryształu nie jest łatwe.

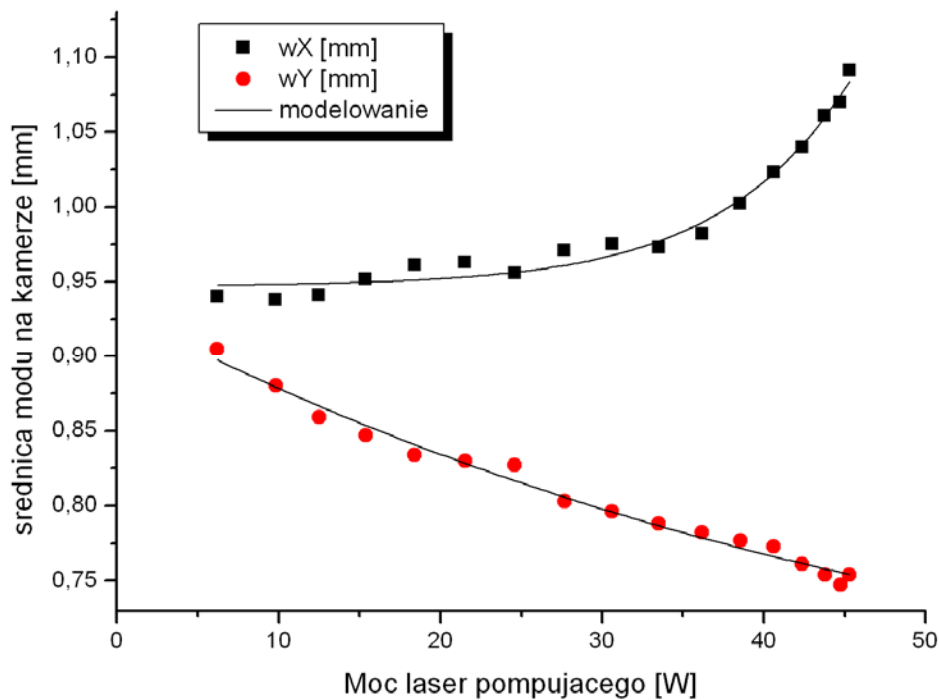


Rys. 6.16. Wybrane zdjęcia powierzchni kryształu zanieczyszczone substancją o nieznanym pochodzeniu.

Wiąże się to z wylaniem azotu ze zbiornika, odczekaniem kilku bądź kilkunastu godzin aż temperatura kriostatu osiągnie temperaturę otoczenia, rozkręceniem, czyszczeniem powierzchni, i ponownym odpompowaniem części próżniowej. Ten długi proces nie może być często powtarzany. Prawdopodobnie źródłem zanieczyszczeń były inne substancje, pochodzące z wnętrza kriostatu. Wielokrotne mycie jego wnętrza doprowadziło do osłabienia tego efektu.

6.4.3 Soczewka termiczna

Kriogeniczne chłodzenia kryształu zgodnie z wnioskami zawartymi w rozdziale 4 zapewnia dużą wartość ogniskowej soczewki termicznej. Mimo to, udało się zaobserwować wpływ powstałej soczewki termicznej na mod rezonatora. Kamera CCD umieszczona była za lustrem R_3 wnęki w odległości 12 cm. Zmieniano moc lasera pompującego, rejestrując rozkład modu na kamerze (rys. 6.17). Z modelowania wynika, że dla skrajnej wartości mocy wiązki z rysunku 6.17 (45 W), soczewka termiczna dla płaszczyzny tangencjalnej (X) wynosi **5 m**, natomiast dla płaszczyzny sagitalnej **9 m**. Ekstrapolacja modu z uwzględnieniem soczewki z rezonatora w funkcji mocy lasera pompującego dobrze wpasowuje się w tendencje wartości uzyskanych eksperymentalnie (rys 6.17). Widoczna jest przede wszystkim narastająca eliptyczność wiązki w miejscu położenia kamery, co

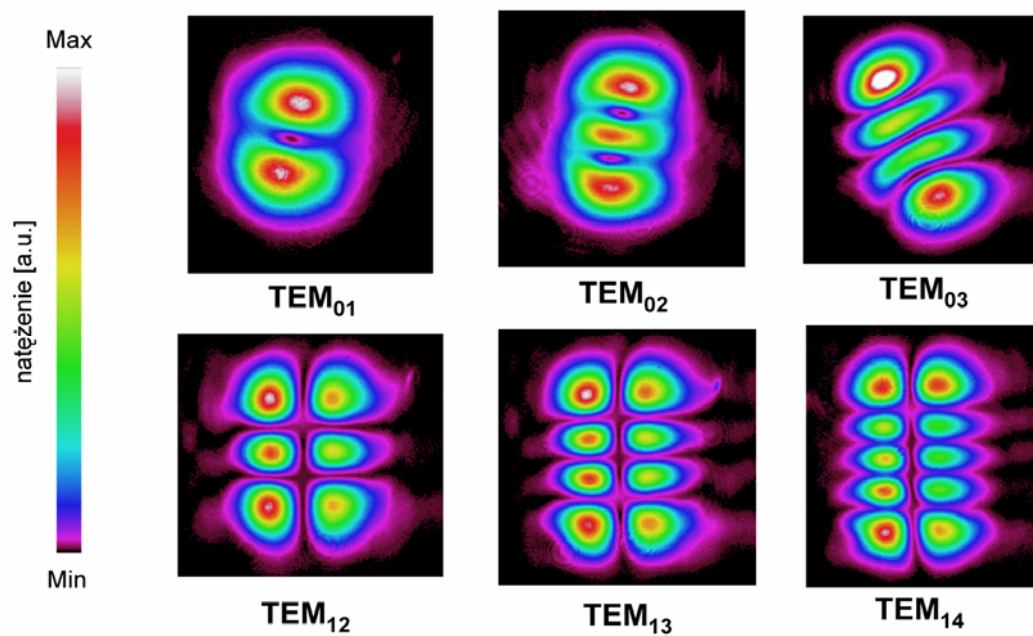


Rys. 6.17. Wpływ mocy lasera pompującego na mod wnęki poprzez zjawisko soczewkowania termicznego

wskazuje na astygmatyczną soczewkę termiczną. Warto zaznaczyć, że żaden analityczny model nie przewiduje takiego efektu.

6.4.4 Wyższe mody Gaussa-Hermita.

Eksperymentalne uzyskanie modu podstawowego w technice miękkiej apertury nie sprawiało większego kłopotu. Natomiast celowa zmiana kierunków wiązek lasera pompującego w kryształach prowadziła do wzbudzenia wyższych modów Gaussa-Hermita. Wzory pokazane na rysunku 6.18 stanowią naoczny dowód zgodności teorii opisanej w rozdziale 3.1 z doświadczeniem.



Rys. 6.18. Wyższe mody Gaussa-Hermita uzyskane w doświadczeniu

Podsumowanie

Przedmiotem niniejszej pracy magisterskiej była budowa układu wzmacniającego femtosekundowe impulsy światła laserowego ze skali energetycznej nJ do mJ. Budowę poprzedziły przygotowania teoretyczne, polegające na modelowaniu różnych zagadnień dotyczących wzmacniacza.

Pracę rozpoczęto od przeglądu podstawowych zagadnień związanych ze wzmacnianiem ultrakrótkich impulsów światła laserowego. Omówiono technikę Chirped Pulse Amplification (CPA) – wykorzystaną w konstrukcji wzmacniacza – polegającą na rozciągnięciu impulsu w domenie czasowej przed etapem wzmocnienia, a potem ponownym jego skróceniu. Podano przykładowe realizacje układów wzmacniających (wzmacniacze regeneratywne i wieloprześciowe), wskazując na ich wady i zalety. Opisano zasadę działania wzmacniacza regeneratywnego. Ośrodkiem czynnym we wzmacniaczu był kryształ korundu domieszkowany jonami tytanu, którego własności fizyczne i chemiczne omówione zostały pod koniec rozdziału drugiego.

W rozdziale trzecim skupiono się na analizie rozkładu pola elektrycznego we wnęce rezonansowej wzmacniacza regeneratywnego. Posłużono się metodą, która łączy ze sobą techniki macierzowe zaczerpnięte z optyki geometrycznej oraz opis propagacji fal elektromagnetycznych w przybliżeniu przyosiowym. Centralną zasadą w tej metodzie jest postulat, mówiący że parametry wiązki gaussowskiej (w i R) po dokonaniu pełnego obiegu w rezonatorze nie ulegają zmianie. Zasadność tego postulatu została przedyskutowana na gruncie pionierskich prac Foxa, Li i innych z początku lat 60-tych. Ponadto przeprowadzono analizę, dotyczącą

wykorzystania tzw. miękkiej apertury. Wprowadzono pojęcie *współczynnika efektywności powierzchniowego nakrywania*, który posłużył do uzasadnienia stosowania techniki miękkiej apertury jako właściwego środka selekcji modu podstawowego wzbudzanego w rezonatorze.

Dużo miejsca poświęcono także efektom termicznym w kryształach $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. Usystematyzowano wpływ poszczególnych czynników fizycznych na zmianę własności optycznych kryształu, skupiając uwagę na tych efektach, które nie były dotąd poruszane w literaturze fachowej (dla kryształu $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$). Są nimi: efekt elastooptyczny oraz deformacja powierzchni bocznych. Przeprowadzono symulacje soczewki termicznej w oparciu o metodę elementu skończonego w pełnym trójwymiarowym modelu ośrodka czynnego z zadaniem źródłem ciepła. Porównano wyniki z danymi doświadczalnymi, pochodzącymi z literatury oraz z wynikami uzyskanymi w doświadczeniu. Dokładny model numeryczny lepiej odtwarzał dane doświadczalne, aniżeli prosty, powszechnie stosowany model soczewki termicznej, który – jak się okazało – **zaniża** wartość ogniskowej soczewki termicznej. Przeprowadzone modelowanie wykazało ponadto silny **astygmatyzm soczewki termicznej**, który rośnie wraz ze zmniejszaniem rozmiaru wiązki pompującej w kryształach. Prawdopodobnie po raz pierwszy zademonstrowano to doświadczalnie poprzez obserwację soczewki termicznej wpływającej na rozmiar modu we wnętrzu. Symulacje przeprowadzono dla dwóch temperatur otoczenia kryształu 283 K oraz 77 K. Stałe materiałowe $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ istotnie zależą od temperatury, możliwa się okazała redukcja efektów termicznych poprzez chłodzenie kryształu do niskich temperatur. Z tego powodu w konstrukcji wzmacniacza wykorzystano kriogeniczny układ, chłodzący kryształ $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ do temperatury 77 K.

W rozdziale piątym poruszono temat dynamiki impulsów wzmacnianych. Podano analityczne wzory, pozwalające śledzić kształt i natężenie impulsu, poruszającego się w ośrodku o zadanej inwersji obsadzeń. Przedstawione tam informacje (nieczęsto podawane w literaturze) pomogły lepiej zrozumieć proces dynamiczny wzmacnianych impulsów. Jednym z wniosków z tego rozdziału było to, że aby osiągnąć jak najlepsze wzmocnienie (mniejsza liczba przejść przez ośrodek, lepsza efektywność wzmocnienia), należy zogniskować wiązkę

pompującą do jak najmniejszych rozmiarów. Wniosek ten został potwierdzony doświadczalnie.

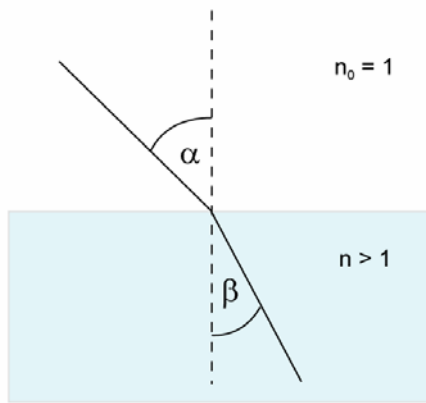
W ostatnim, szóstym rozdziale, opisano konstrukcję wzmacniacza szafirowego i jego parametry. Ostateczna konfiguracja stanowiła stabilny układ wzmacniający 60-femtosekundowe impulsy światła laserowego o energii około 9 nJ do energii wynoszącej 0,95 mJ z częstością powtarzania równą 2 kHz. Energia impulsu pompującego wynosiła 9 mJ. Oznacza to sprawność wzmacniacza wynoszącą 10,5%. Wzmacniacz cechuje dobra jakość wiązki wzmocnionej, bardzo dobra stabilność kierunkowa oraz niskie fluktuacje energii impulsów (poniżej 1%), co stawia zbudowany wzmacniacz wysoko nad innymi komercyjnymi konstrukcjami tego typu. Przejście na wyższą częstość repetycji (maksymalnie 5 kHz) skutkowało nasileniem się efektów termicznych, głównie dwójłomności naprężeniowej w kryształ KDP komórki Pockelsa, prowadzącym do depolaryzacji wiązki we wnętrzu. Wymiana kryształu na inny (np. BBO) mogłaby rozwiązać ten problem. Na końcu zademonstrowano doświadczalnie istnienie wyższych modów Gaussa-Hermitta (rys. 6.18 i rys. 3.3). Dla autora pracy uzyskane wzory natężeń stanowią doskonały przykład zgodności i harmonii, panującą pomiędzy fizyką teoretyczną a fizyką doświadczalną.

Dodatek A

Wyprowadzenie macierzy ABCD dla brewsterowskiej granicy pomiędzy dwoma dielektrykami

Wyprowadzenie zostanie przeprowadzone w dwóch przypadkach, osobno dla płaszczyzny tangencjalnej i sagitalnej. Lecz na początku przedstawione zostaną podstawowe wzory z optyki i kilka elementarnych przekształceń trygonometrycznych, z których wyników będzie się potem korzystać. Prawo Snella [59] zastosowane do przypadku opisanego na rysunku A1 ma postać:

$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (\text{A.1})$$



Rys. A1.

dla dowolnego kąta padania α . W szczególności, kątowi padania równemu kątowi Brewstera α_B będzie odpowiadać kąt załamania β_B . Dla kąta Brewstera relacja wiążąca ten kąt ze współczynnikiem załamania odniesiona do przypadku z rysunku A1 wynosi [59]:

$$\tan \alpha_B = n \quad (\text{A.2})$$

Ze wzorów (A.1) oraz (A.2) wynikają następujące związki:

$$\sin \alpha_B = \cos \beta_B = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \quad (\text{A.3})$$

$$\cos \alpha_B = \sin \beta_B = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \quad (\text{A.4})$$

które otrzymano, dokonując elementarnych przekształceń z wykorzystaniem definicji funkcji tangens i relacji „jedyńki trygonometrycznej”, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Ponadto przydatne będą zależności:

$$\begin{aligned}
 \sin(\alpha + \beta) &= \sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta, \\
 \sin(90^\circ - \alpha) &= \cos\alpha, \quad \tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha \\
 \tan^2\alpha &= 1/\cos^2\alpha - 1
 \end{aligned}
 \tag{A.5}$$

Rzpisane prawo macierzy ABCD dla promieni świetlnych (3.2.1) ma postać:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= Ax_1 + Bx_1' \\
 x_2' &= Cx_1 + Dx_1'
 \end{aligned}
 \tag{A.6}$$

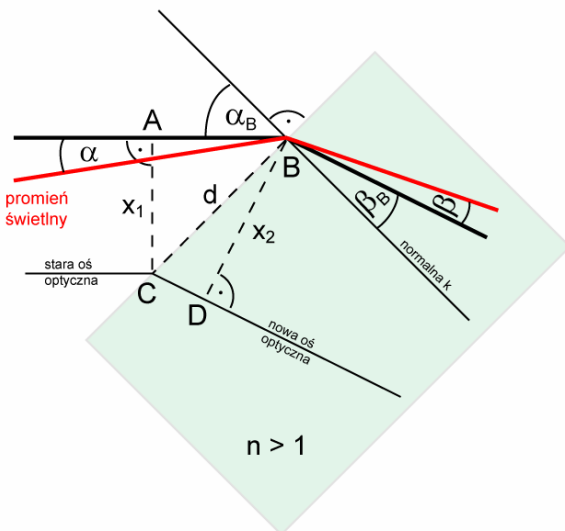
Zadanie polega na znalezieniu niewiadomych współczynników A , B , C i D w obu przypadkach rozpatrywanych płaszczyzn.

a. Płaszczyzna tangencjalna

Ilustracja tego przypadku znajduje się na rysunku A2. Aby pokazać, jak transformuje się odległość promienia od osi optycznej po załamaniu w ośrodku (pierwsza równość w (A.6)) w stosunku do promienia przed załamaniem, należy odnieść oba promienie do odpowiednich lokalnych osi optycznych. Z rysunku A2 wynika, że odległość promienia przed załamaniem jest inna niż po załamaniu, tj. $x_1 \neq x_2$, dlatego należy się spodziewać współczynnika A w (A.6), różnego od

jedności. Odległość od osi optycznej promienia po transformacji nie będzie zależała od kąta padania przed transformacją (kąty α i β pozostają małe), wobec czego współczynnik $B = 0$. W celu znalezienia współczynnika A , należy rozpatrzeć trójkąty $\triangle ABC$ oraz $\triangle BCD$, dla których zachodzą związki:

$$\sin(90^\circ - \alpha_B) = \frac{x_1}{d} \quad \text{oraz} \quad \cos\beta_B = \frac{x_2}{d}$$



Rys. A2. Transformacja promienia świetlnego w płaszczyźnie tangencjalnej

Stosunek tych dwóch równań i wykorzystanie (A.3) oraz (A.4) prowadzi do:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\cos\beta_B}{\sin(90^\circ - \alpha_B)} = \frac{\cos\beta_B}{\cos\alpha_B} = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \frac{\sqrt{1+n^2}}{1} = n$$

Pozostałe dwa współczynniki transformacji można znaleźć, jeśli rozpatrzy się bieg promienia świetlnego lekko nachylonego do osi optycznych (czerwony kolor na rysunku A2). Na początek warto zauważyć, że nachylenie promienia załamanego nie zależy od miejsca, w którym promień wchodzi do ośrodka (odległość d), stąd $C = 0$. Dla tak zorientowanego promienia można dokonać formalnego przypisania: $x_1' = \tan\alpha$ oraz $x_2' = \tan\beta$. Współczynnik wiążący te wielkości jest poszukiwanym współczynnikiem D . Opierając się na oznaczeniach z rysunku A2, prawo Snella (A.1) przybiera postać:

$$\sin(\alpha_B + \alpha) = n \cdot \sin(\beta_B + \beta)$$

Wykorzystanie tożsamości (A.5), (A.3) i (A.4) po lewej stronie i po prawej stronie, oraz faktu, że w przybliżeniu przyosiowym zachodzi: $\sin\alpha \approx \alpha \approx \tan\alpha$ i $\cos\alpha \approx 1$, daje następujący ciąg przekształceń:

$$\begin{aligned} \sin\alpha_B \cos\alpha + \cos\alpha_B \sin\alpha &= n \cdot [\sin\beta_B \cos\beta + \cos\beta_B \sin\beta] \\ \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \cdot 1 + \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \cdot \alpha &\cong n \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \cdot 1 + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \cdot \beta \right] \\ \tan\alpha &= n^2 \tan\beta \end{aligned}$$

co oznacza $x_2' = n^{-2} x_1'$. Ostatecznie postać macierzy, opisująca przejście promienia świetlnego do ośrodka o współczynniku załamania n i padającego pod kątem Brewstera dla płaszczyzny tangencjalnej jest następująca:

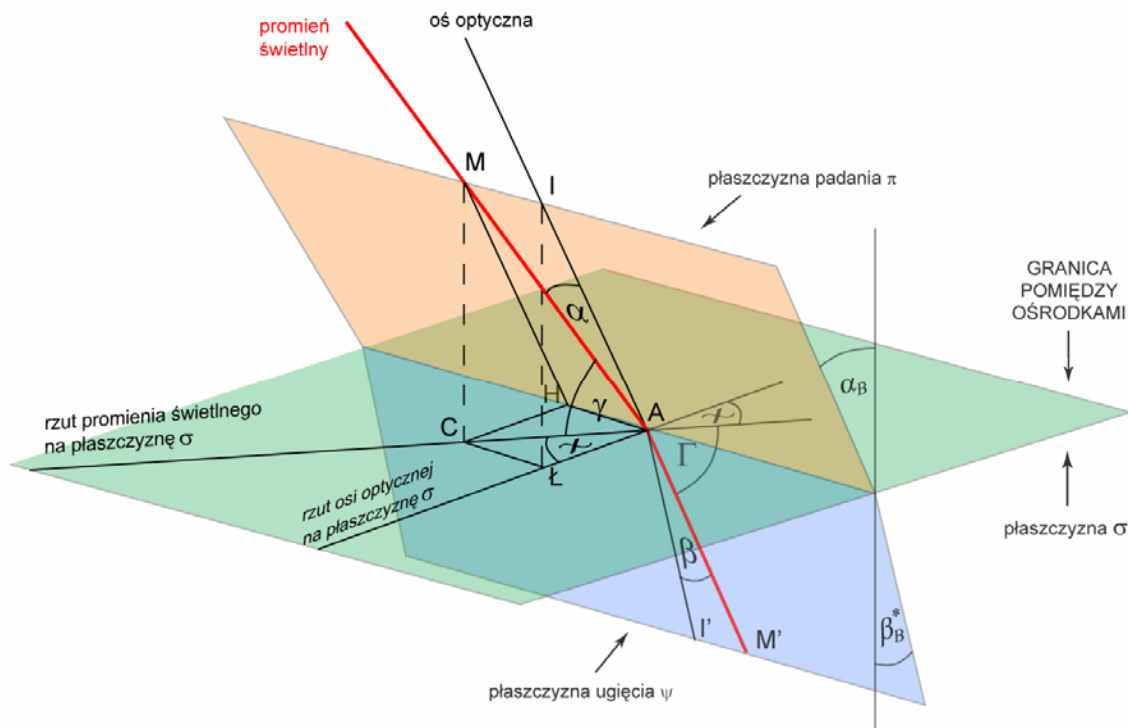
$$M_{TAN(in)} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n^{-2} \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

Dla promienia świetlnego opuszczającego ośrodek wyprowadzenie jest identyczne i można go nie powtarzać. Wystarczy jedynie przeskalować współczynnik załamania $n \rightarrow n^{-1}$ w definicji (A.1) oraz (A.2). Prowadzi to do następującej postaci macierzy:

$$M_{TAN(out)} = \begin{bmatrix} n^{-1} & 0 \\ 0 & n^2 \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

b. Płaszczyzna sagitalna

W tym przypadku należy rozpatrzeć transformację promienia świetlnego odniesionego do osi optycznej zawartych w płaszczyźnie padania π oraz promienia świetlnego po załamaniu odniesionego do osi optycznej zawartych w płaszczyźnie ugięcia ψ (rys. A3). Płaszczyzna padania π tworzy kąt z normalną do płaszczyzny σ (stanowiącej granicę pomiędzy ośrodkami), który jest równy kątowi Brewstera α_B , natomiast kąt pomiędzy płaszczyzną ugięcia ψ a normalną do płaszczyzny σ **nie jest równy** odpowiedniemu kątowi załamania dla kąta Brewstera, to znaczy $\beta_B \neq \beta_B^*$. Promień świetlny przed i po przejściu do ośrodka zgodnie z przybliżeniem przyosiowym leży blisko osi optycznej. Lekkie odchylenie promienia padającego od osi optycznej o kąt α ($\ll MIA$) pomoże znaleźć szukane zależności. Na początek warto zauważyć, że dla małych kątów



Rys. A3. Transformacja promienia świetlnego w płaszczyznach sagitalnych (π oraz ψ) – widok ogólny.

padania będzie zachodzić $x_2 = x_1$, co od razu implikuje $A=1$ oraz $B=0$. Transformacja kąta padania α w kąt β ($\angle MT'A$) nie jest trywialna i wymaga rozpatrzenia geometrycznych związków przestrzennych. Ponieważ kąt α w wyniku zmiany ośrodka, podobnie jak w przypadku opisanym wyżej, nie zależy od miejsca, w którym ta zmiana następuje, to znowu $C=0$, a całe zadanie sprowadzania się do znalezienia współczynnika D , związanego relacją $\tan\beta = D \cdot \tan\alpha$. Z rysunku A3 wynika, że:

$$\tan\chi = \frac{|CL|}{|LA|} = \frac{\sqrt{|CA|^2 - |LA|^2}}{|LA|} = \sqrt{\frac{|CA|^2}{|LA|^2} - 1} \quad (\text{A.9})$$

gdzie skorzystano z twierdzenia Pitagorasa dla $\triangle CLA$. Ponadto dla $\triangle MAC$ i $\triangle ILA$ zachodzą relacje:

$$\tan\gamma = \frac{|MC|}{|CA|} \quad \text{oraz} \quad \tan(90^\circ - \alpha_B) = \frac{|IL|}{|LA|} \quad (\text{A.10})$$

Z połączenia powyższych związków ze sobą i równości odcinków $|MC| = |IL|$ wynika:

$$\frac{|CA|}{|LA|} = \frac{\cot\alpha_B}{\tan\gamma} \quad (\text{A.11})$$

co można podstawić do (A.9) i otrzymać:

$$\tan^2\chi = \frac{\cot^2\alpha_B}{\tan^2\gamma} - 1 \quad (\text{A.12})$$

Analogicznie można postąpić, wypisując relacje trygonometryczne dla trójkątów $\triangle IMA$ oraz $\triangle MAC$, by po kilku przekształceniach otrzymać:

$$\sin\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\alpha_B \quad (\text{A.13})$$

Powyższe kroki zastosowano do bryły geometrycznej (o wierzchołkach $CHALIM$), której dwie powierzchnie są wyznaczone przez płaszczyznę σ i płaszczyznę padania π . Należy sobie teraz wyobrazić podobną bryłę, zawierającą się w płaszczyźnie ugięcia ψ i w płaszczyźnie σ , i posiadającą z tą pierwszą bryłą

wspólny wierzchołek A. Dla tej bryły można znaleźć podobne relacje do (A.12) oraz (A.13). Ponieważ obie bryły są podobne, rozumowanie opisane w (A.9) - (A.13) przebiega identycznie z tą różnicą, że kąty będą inne - ulegną zamianie według przepisu:

$$\begin{aligned}\alpha &\rightarrow \beta \\ \alpha_B &\rightarrow \beta_B^* \\ \gamma &\rightarrow \Gamma\end{aligned}\tag{A.14}$$

Podstawienie ich do wzorów (A.12) oraz (A.13) daje związki:

$$\tan^2 \chi = \frac{\cot^2 \beta_B^*}{\tan^2 \Gamma} - 1\tag{A.15}$$

$$\sin \Gamma = \cos \beta \cdot \cos \beta_B^*\tag{A.16}$$

Kąty γ i Γ można wreszcie związać prawem Snella, które w tym przypadku będzie miało postać:

$$\cos \gamma = n \cdot \cos \Gamma\tag{A.17}$$

Związki (A.12) - (A.13) oraz (A.15) - (A.17) pomocne będą w następującym ciągu przekształceń:

$$\begin{aligned}\frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \beta} &= \frac{\frac{\cos^2 \alpha_B}{\sin^2 \gamma} - 1}{\frac{\cos^2 \beta_B^*}{\sin^2 \Gamma} - 1} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha_B}{\sin^2 \gamma} - 1}{\frac{1}{\left(\frac{n^2 \tan^2 \gamma}{\tan^2 \Gamma} + 1\right) \sin^2 \Gamma} - 1} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha_B}{\sin^2 \gamma} - 1}{\frac{1}{n^2 \tan^2 \gamma \cos^2 \Gamma + \sin^2 \Gamma} - 1} = \frac{\frac{1}{(1+n^2) \sin^2 \gamma} - 1}{\frac{1}{\sin^2 \gamma + \sin^2 \Gamma} - 1} = \\ &= \frac{1 - (1+n^2) \sin^2 \gamma}{(1+n^2) \sin^2 \gamma} \cdot \frac{\sin^2 \gamma + \sin^2 \Gamma}{1 - \sin^2 \gamma - \sin^2 \Gamma} = \\ &= \frac{\cancel{\cos^2 \gamma} \cancel{n^2 \sin^2 \gamma}}{(1+n^2) \sin^2 \gamma} \cdot \frac{\sin^2 \gamma + (1 - \frac{\cos^2 \gamma}{n^2})}{1 - \cancel{\sin^2 \gamma} \cancel{(1 - \frac{\cos^2 \gamma}{n^2})}} \cdot \frac{n^2}{\cancel{n^2}} = \\ &= \frac{n^2 \sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma + n^2}{(1+n^2) \sin^2 \gamma} \xrightarrow[\text{patrz (A.3) i (A.4)}]{\gamma \approx \frac{\pi}{2} - \alpha_B} \frac{\cancel{\frac{n^2}{1+n^2}} - \cancel{\frac{n^2}{1+n^2}} + n^2}{\frac{1+n^2}{1+n^2}} = n^2\end{aligned}$$

W ostatnim przejściu wykorzystano fakt, że kąt nachylenia promienia świetlnego do osi jest niewielki, czyli $\cos \alpha \approx 1$, a z uwagi na (A.13) otrzymujemy $\gamma \approx \frac{\pi}{2} - \alpha_B$. Końcowym wynikiem przekształceń jest $\tan \beta = n^{-1} \cdot \tan \alpha$, a więc ostateczna postać

macierzy, opisująca przejście promienia świetlnego do ośrodka o współczynniku załamania n i padającego pod kątem Brewstera dla płaszczyzny sagitalnej, wynosi:

$$M_{SAG(in)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Wyjście z ośrodka opisuje macierz:

$$M_{SAG(out)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

To kończy wyprowadzenie szukanych macierzy ABCD.

Dodatek B

Wyprowadzenie prawa ABCD

Wyprowadzenie prawa ABCD opisanego równaniem (3.3.3) będzie składało się z trzech części. W pierwszej z nich zostaną podane ogólne relacje dla dowolnego układu optycznego opisanego współczynnikami A, B, C i D, w drugiej części podane zostaną potrzebne związki dla parametru zespolonego q , a w trzeciej dojdzie do połączenie otrzymanych rezultatów w formie końcowego prawa ABCD. Wyprowadzenie zostało ograniczone do przypadku, w którym układ optyczny ma takie własności, że wyznacznik macierzy ABCD wynosi 1, czyli $AD - BC = 1$. Jest to spełnione przez zdecydowaną większość układów optycznych. Rozumowanie przeprowadzone w punkcie pierwszym podał jako pierwszy Herwig Kogelnik [69].

I. Ogólne relacje dla dowolnego układu optycznego ABCD

Opis transformacji promienia świetlnego przez dowolny układ optyczny dany jest przez liniowy związek pomiędzy odległością i nachyleniem promienia do osi optycznej, znajdującym się w płaszczyźnie wyjściowej, a odległością i nachyleniem promienia, umiejscowionym w płaszczyźnie wejściowej (rys. B1):

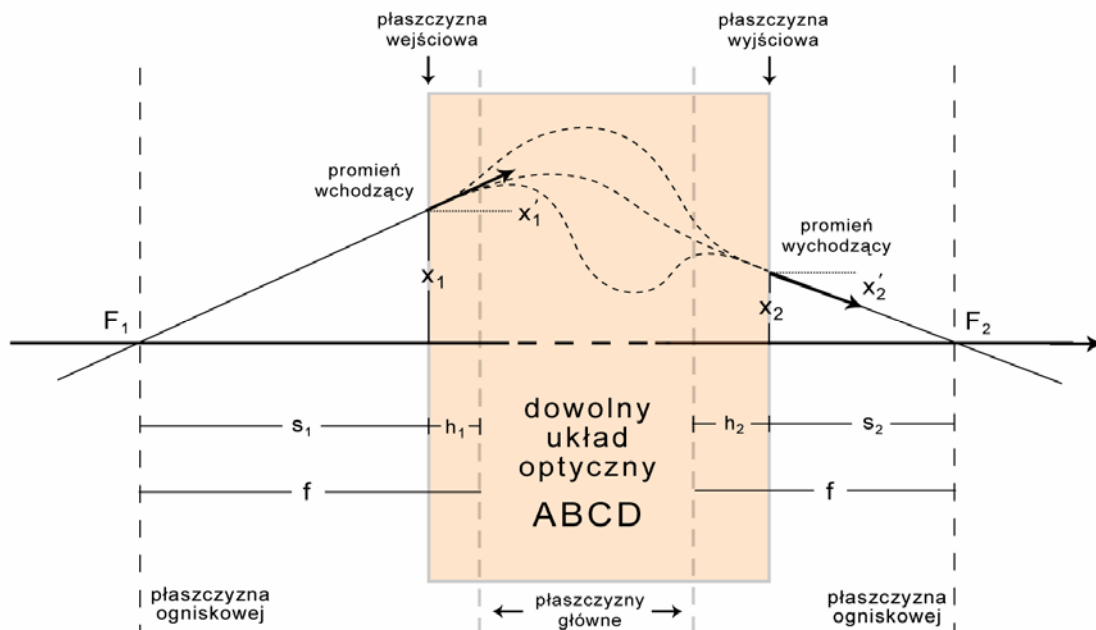
$$\begin{aligned}x_2 &= Ax_1 + Bx'_1 \\ x'_2 &= Cx_1 + Dx'_1\end{aligned}\tag{B.1}$$

W niniejszym wyprowadzeniu zakłada się, że dowolny układ ABCD, dla którego zachodzi $AD - BC = 1$, może oddziaływać na promień jak soczewka i być opisany przez efektywną ogniskową f odniesioną do odpowiednich *płaszczyzn głównych* (rys. B1). Położenie płaszczyzn głównych (odległości h_1 i h_2 na rysunku B1) względem płaszczyzny wejściowej bądź wyjściowej oraz ogniskowa układu są zdeterminowane poprzez współczynniki A, B, C i D danej macierzy. Można też postąpić inaczej i wyrazić współczynniki macierzy przez wielkości h_1 , h_2 i f , co zostanie wykonane. Poniższa analiza promieni świetlnych skupi się na pewnym układzie, który charakteryzuje się ogniskową f odniesioną do płaszczyzn

głównych odpowiednio przed i za układem. Wszystkie potrzebne oznaczenia pokazano na rysunku B1, gdzie obowiązuje konwencja znaków $h_1 > 0$ oraz $h_2 < 0$. Odległość s_1 , mierzoną od ogniska do płaszczyzny wejściowej, można obliczyć śledząc promień świetlny, który wychodzi z ogniska F_1 , przechodzi przez płaszczyznę wejściową i trafia na płaszczyznę główną (oddaloną o h_1 od tej pierwszej), po czym – jak wynika z funkcji płaszczyzny głównej – zaczyna poruszać się równoległe do osi optycznej ($x'_2 = 0$). Korzystając z relacji małych nachyleń dla odpowiedniego trójkąta oraz wykorzystując drugą równość w (B.1) dostaje się:

$$s_1 = \frac{x_1}{x'_1} \bigg|_{x'_2=0} = -\frac{D}{C} \quad (\text{B.2})$$

Podobne kroki można poczynić dla promienia nadbiegającego z lewej strony, początkowo równoległego do osi optycznej ($x'_1 = 0$) i załamującego się na odpowiedniej płaszczyźnie głównej, kierując się do ogniska F_2 . Pamiętając o



Rys. B1. Bieg promienia świetlnego przez układ optyczny reprezentowany macierzą ABCD jest nieznan. Wszystko co zakodowane jest w macierzy ABCD, to zmiana odległości od osi optycznej promienia $x_1 - x_2$ oraz zmiana jego nachylenia.

zmianie znaku przy kącie nachylenia w odniesieniu do odpowiedniego trójkąta oraz wykorzystując pierwszą równość w (B.1) otrzymuje się wzór na odległość s_2 :

$$s_2 = \frac{x_2}{x'_2} \bigg|_{x'_1=0} = -\frac{A}{C} \quad (\text{B.3})$$

Jeśli wyobrazić sobie promienie, które biorą swój początek w ognisku F_1 i po przejściu przez płaszczyznę główną poruszają się równolegle do osi, to należy skupić uwagę na promieniu, którego odległość od osi po zmianie nachylenia będzie wynosiła x_2 . Dla niego łatwo otrzymać następującą relację na odległość h_1 :

$$h_1 = \frac{x_2 - x_1}{x'_1} \bigg|_{x'_2=0} \quad (\text{B.4})$$

Podobne postępowanie dla promienia nadbiegającego z lewej strony równoległego do osi i odległego od niej o x_1 pozwala uzyskać relację na odległość h_2 :

$$h_2 = \frac{x_2 - x_1}{x'_2} \bigg|_{x'_1=0} \quad (\text{B.5})$$

Zgodnie z oznaczeniami ogniskowa soczewki jest powiązana zależnościami:

$$f = s_1 + h_1 \quad (\text{B.6})$$

$$f = s_2 + h_2 \quad (\text{B.7})$$

Podstawienie do (B.7) równań (B.3) oraz (B.5) daje:

$$f = -\frac{x_2}{x'_2} \bigg|_{x'_1=0} + \frac{x_2 - x_1}{x'_2} \bigg|_{x'_1=0} = -\frac{x_1}{x'_2} \bigg|_{x'_1=0} \quad (\text{B.8})$$

Wykorzystując zależności (B.1) w powyższym wyniku otrzymuje się:

$$f = -1/C \quad (\text{B.9})$$

Podstawienie wzorów (B.2) do (B.6) oraz (B.3) do (B.7) i skorzystanie z (B.9), prowadzi do zależności:

$$\begin{aligned} h_1 &= (D-1)/C \\ h_2 &= (A-1)/C \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Równania (B.10) i (B.9) można odwrócić, a dokładając dodatkowo zależność $AD - BC = 1$, otrzymać ostatecznie następujące związki:

$$\begin{aligned} A &= 1 - h_2/f \\ B &= h_1 + h_2 - h_1 h_2/f \\ C &= -1/f \\ D &= 1 - h_1/f \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

II. Zależności dla parametru zespolonego q

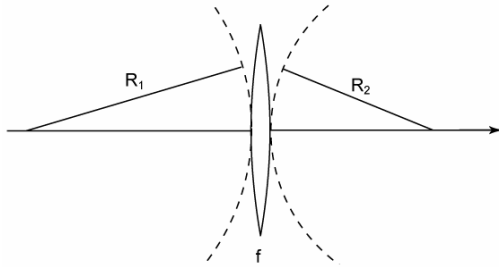
Parametr q zdefiniowany jest następująco:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{n\pi w^2} \quad (\text{B.12})$$

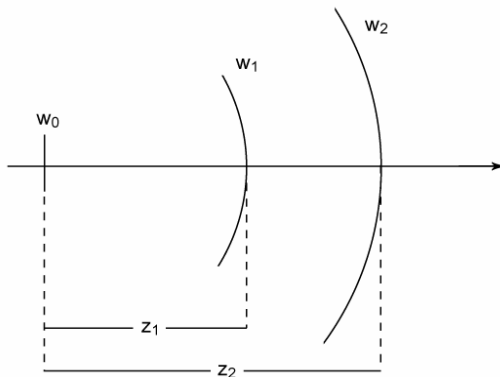
Dla dowolnych q_1 i q_2 zachodzą następujące zależności:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \quad (\text{B.13})$$

$$q_2 = q_1 + z \quad (\text{B.14})$$



Rys. B2



Rys. B3

Pierwsza zależność dotyczy zmiany parametru q podczas przejścia przez cienką soczewkę o ogniskowej f , przy czym wiązka nie pokonuje żadnej odległości w przestrzeni. Drugi związek opisuje zmianę parametru q w trakcie swobodnej propagacji w przestrzeni na odległości z . Aby wykazać pierwszą zależność, należy podstawić (B.12) do (B.13). Z przyrównania części rzeczywistej i

urojonej lewej i prawej strony wynikają:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (B.15)$$

$$w_1 = w_2$$

Pierwszy związek to reguła obrazowania, która może być utożsamiona z przekształceniem sferycznego frontu falowego przez soczewkę o ogniskowej f (rys. B2).

Wykazanie zależności (B.14) jest proste, o ile zauważy się, że wzory opisujące ekspansję wiązki gaussowskiej $w(z)$ i $R(z)$ od przewężenia (wzory (3.1.8)) mogą być zapisane w zwartej formie w postaci:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_0 + z_1 \\ q_2 &= q_0 + z_2 \end{aligned} \quad (B.16)$$

gdzie q_0 oznacza parametr, opisujący miejsce przewężenia wiązki, natomiast z_1 i z_2 dowolne odległości (rys. B3). Odjęcie stronami powyższych równań daje (B.14).

III. Prawo ABCD

Transformacja wiązki gaussowskiej przez soczewkę odnosi się do parametrów q , opisujących wiązkę tuż przy samej soczewce (nieskończenie blisko siebie). Jeśli użyć parametru q przed transformacją w odległości d_1 przed soczewką a parametr po transformacji w odległości d_2 za soczewką, to uprawniony jest zapis:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q'_2} &= \frac{1}{q'_1} - \frac{1}{f} \\ q'_1 &= q_1 + d_1 \\ q'_2 &= q_2 - d_2 \end{aligned} \quad (B.17)$$

gdzie skorzystano ze związków (B.13) oraz (B.14). Eliminacja wielkości primowanych oraz stosowne przekształcenia prowadzą do:

$$q_2 = \frac{(1 - d_2/f)q_1 + (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}{-(q_1/f) + (1 - d_1/f)} \quad (B.18)$$

Podstawienie $d_1 = h_1$ oraz $d_2 = h_2$ i wykorzystanie związków otrzymanych wcześniej w (B.11) na współczynniki macierzy daje szukane prawo ABCD:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}$$

Uwaga końcowa: inny sposób argumentowania słuszności prawa ABCD (bez ograniczania się do relacji $AD - BC = 1$) można znaleźć w [67], choć rozumowanie tam przeprowadzone nie stanowi ścisłego dowodu.

Dodatek C

Wyprowadzenie wzoru na efekt elastooptyczny dla układu heksagonalnego Ti:Al₂O₃

Większość zamieszczonych w tym dodatku informacji będzie opierała się na teorii i konwencji podanych w podręczniku J. F. Nye'a *Własności fizyczne kryształów w ujęciu tensorowym i macierzowym* [76].

Własności dielektryczne dowolnego ośrodka mogą być opisane poprzez składowe symetrycznego tensora *względnej nieprzenikalności dielektrycznej* B_{ij} przy częstościach optycznych w pewnym ortonormalnym układzie odniesienia x_i ($i = 1, 2, 3$) w następujący sposób:

$$B_{ij}x_ix_j = 1^* \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (C.1)$$

Po sprowadzeniu tensora B_{ij} na osie główne otrzymuje się równanie, opisujące tzw. *elipsoidę współczynników załamania*:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (C.2)$$

gdzie skorzystano z definicji $B_{ii} \equiv B_i = 1/n_i^2$, natomiast n_i jest współczynnikiem załamania wzdłuż danej osi głównej x_i .

Mała zmiana współczynników załamania wywołana naprężeniami może być zapisana za pomocą równania:

$$\Delta B_{ij} = p_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (C.3)$$

gdzie p_{ijkl} to *współczynniki elastooptyczne*, a ε_{kl} to składowe tensora odkształceń. Celem prostoty rachunków i wykorzystania pewnych cech symetrii zagadnienia równanie (C.3) przepisuje się na równanie macierzowe w postaci:

* Tu i dalej stosowana będzie konwencja sumacyjna Einsteina

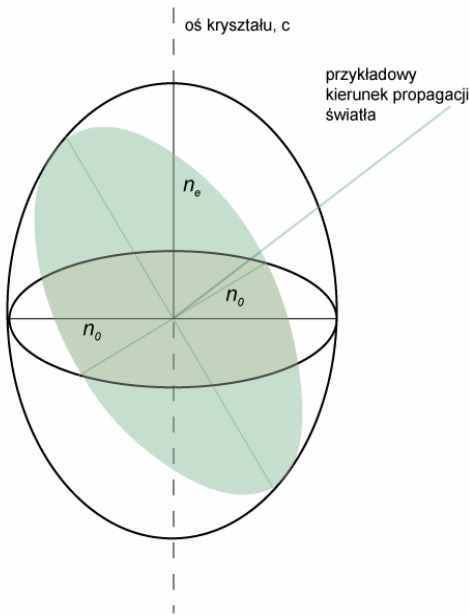
$$\Delta B_m = p_{mn} \varepsilon_n \quad m, n = 1, 2 \dots 6 \quad (C.4)$$

Korzystając z konwencji Nye'a, przejście $\Delta B_{ij} \rightarrow \Delta B_m$ wobec symetrii $\Delta B_{ij} = \Delta B_{ji}$ dokonuje się poprzez następujące przyporządkowanie:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} B_1 & B_6 & B_5 \\ B_6 & B_2 & B_4 \\ B_5 & B_4 & B_3 \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

gdzie 6 elementów B_i stanowią teraz składowe wektora ΔB_m .

Podobnie postępuje się z tensorem odkształceń:



$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \frac{1}{2} \varepsilon_6 & \frac{1}{2} \varepsilon_5 \\ \frac{1}{2} \varepsilon_6 & \varepsilon_2 & \frac{1}{2} \varepsilon_4 \\ \frac{1}{2} \varepsilon_5 & \frac{1}{2} \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

gdzie czynnik $\frac{1}{2}$ wiąże się z podwójnym uwzględnieniem składowych ścinających, które ze względu na symetrię są sobie równe [76].

Postać macierzy p_{mn} dla układu heksagonalnego klasy $6mm$, ma ściśle zdefiniowaną postać [76]:

$$p = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{31} & 0 & 0 & 0 \\ p_{13} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66} \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

przy czym $p_{66} = \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12})$.

Rys. B1. Elipsoida współczynników załamania dla układu heksagonalnego. Płaszczyzna oznaczona kolorem zielonym definiuje płaszczyznę drgań pola elektrycznego dla wybranego kierunku propagacji światła. Rzut półosi wielkich tej płaszczyzny na osie główne pozwala odnieść składową pola elektrycznego do właściwej wartości współczynnika załamania.

Elipsoida współczynników załamania dla niezaburzonego kryształu staje się elipsoidą obrotową dookoła osi symetrii wokół wyróżnionej *osi c* kryształu (rys. B1). Wyraża to równanie:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_e^2} + \frac{z^2}{n_o^2} = 1 \quad (\text{C.8})$$

Współczynniki $n_o = 1/\sqrt{B_o}$ i $n_e = 1/\sqrt{B_e}$ oznaczają odpowiednio współczynnik załamania zwyczajny (*ordinary*) i nadzwyczajny (*extraordinary*). Układ współrzędnych w równaniu (C.8) pokrywa się z osiami głównymi, w szczególności oś *c* pokrywa się z osią *y*. Pod wpływem naprężeń równanie (C.8) przybiera ogólną postać:

$$B_{xx}x^2 + B_{yy}y^2 + B_{zz}z^2 + 2B_{xy}xy + 2B_{xz}xz + 2B_{yz}yz = 1 \quad (\text{C.9})$$

gdzie wprowadzony wcześniej wektor ΔB_m będzie miał składowe:

$$\begin{bmatrix} \Delta B_{xx} \\ \Delta B_{yy} \\ \Delta B_{zz} \\ \Delta B_{yz} \\ \Delta B_{xz} \\ \Delta B_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} - B_o \\ B_{yy} - B_e \\ B_{zz} - B_o \\ B_{yz} \\ B_{xz} \\ B_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

Pozostaje znaleźć składowe tensora odkształceń, wykorzystując jakiś fizyczny model ośrodka, który odkształca się pod wpływem temperatury, dający wyrazić się w sposób analityczny. Takim modelem jest rozkład naprężeń w nieskończonym cylindrze o promieniu r_0 przy zadanym źródle ciepła [79]. Dostosowując ten model do potrzeb skończonego cylindra, w którym powierzchnie boczne (prostopadłe do osi symetrii) mogą również się odkształcać, oraz wykorzystując kwadratową zależność pola temperatury wewnątrz cylindra, można otrzymać następującą postać tensora odkształceń wyrażonych we współrzędnych cylindrycznych [78]:

$$\varepsilon(r, \varphi, z) = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

gdzie poszczególne składowe wynoszą:

$$\varepsilon_r(r) = S \left[(3\nu - 1) - (7\nu - 1) \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (\text{C.12})$$

$$\varepsilon_\varphi(r) = S \left[(3\nu - 1) - (5\nu - 3) \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (\text{C.13})$$

$$\varepsilon_z(r) = 2S(\nu - 1) \left[1 - 2 \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (\text{C.14})$$

$$S = \frac{\alpha Q_{dep} r_0^2}{16(1 - \nu)\kappa} \quad (\text{C.15})$$

przy czym α to współczynnik rozszerzalności termicznej, ν – stała Poissona, κ – współczynnik przewodności termicznej, Q_{dep} – gęstość mocy deponowanej w ośrodku na ciepło. Tensor odkształceń wyrażony we współrzędnych cylindrycznych należy teraz wstawić do równania (C.4), które jest zapisane we współrzędnych kartezjańskich. Należy zatem dokonać transformacji układu cylindrycznego do kartezjańskiego za pomocą przejścia:

$$\varepsilon(x, y, z) = \hat{T}^{-1} \cdot \varepsilon(r, \varphi, z) \cdot \hat{T} \quad (\text{C.16})$$

gdzie $\hat{T}$ jest operatorem obrotu wokół osi z :

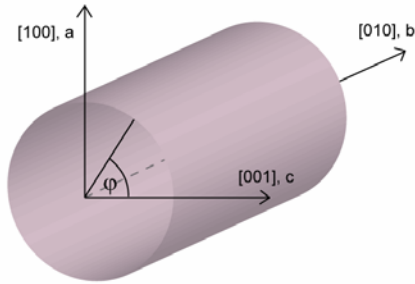
$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.17})$$

Wykonując prawą stronę równości (C.16) i przyrównując wynik do składowych opisanych w przypisaniu (C.6), dostajemy:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{2} \left[\varepsilon_\varphi + \varepsilon_r + (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \cos 2\varphi \right] \\
\varepsilon_2 &= \frac{1}{2} \left[\varepsilon_\varphi + \varepsilon_r - (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \cos 2\varphi \right] \\
\varepsilon_3 &= \varepsilon_z \\
\varepsilon_4 &= 0 \\
\varepsilon_5 &= 0 \\
\varepsilon_6 &= (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \sin 2\varphi
\end{aligned} \tag{C.18}$$

Wektor ΔB_m obliczony na podstawie (C.4) z uwzględnieniem (C.7), pamiętając, że $\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$, daje w wyniku:

$$\begin{bmatrix} \Delta B_{xx} \\ \Delta B_{yy} \\ \Delta B_{zz} \\ \Delta B_{yz} \\ \Delta B_{xz} \\ \Delta B_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 p_{11} + \varepsilon_2 p_{12} + \varepsilon_3 p_{13} \\ \varepsilon_1 p_{12} + \varepsilon_2 p_{11} + \varepsilon_3 p_{13} \\ \varepsilon_1 p_{31} + \varepsilon_2 p_{31} + \varepsilon_3 p_{33} \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_6 p_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) (p_{11} + p_{12}) + p_{66} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \cos 2\varphi + \varepsilon_z p_{13} \\ \frac{1}{2} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) (p_{11} + p_{12}) - p_{66} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \cos 2\varphi + \varepsilon_z p_{13} \\ (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) p_{31} + \varepsilon_z p_{33} \\ 0 \\ 0 \\ p_{66} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \sin 2\varphi \end{bmatrix} \tag{C.19}$$



Rys. B2.

Geometria ośrodka użyta przy obliczaniu efektu elastooptycznego. Definicja kąta φ .

Przedmiotem zainteresowania jest kierunek osi b kryształu jako kierunek rozchodzenia się światła, zatem istotna jest płaszczyzna prostopadła do tego kierunku, gdyż tylko w tej płaszczyźnie zachodzą drgania pola elektrycznego (por. rys. B1 i B2). W tej sytuacji elipsoida współczynników załamania redukuje się do:

$$(B_o + \Delta B_{xx})x^2 + (B_e + \Delta B_{yy})y^2 + 2\Delta B_{xy}xy = 1 \tag{C.20}$$

Sprowadzenie powyższego równania na osie główne, czyli do postaci:

$$(B'_o + \Delta B_{\hat{x}\hat{x}})\hat{x}^2 + (B'_e + \Delta B_{\hat{y}\hat{y}})\hat{y}^2 = 1 \tag{C.21}$$

osiąga się poprzez diagonalizację odpowiedniej macierzy wynikającej z (C.20). Równania na wartości własne takiej macierzy wynoszą:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(B_o + B_e) + \frac{1}{2}(\Delta B_{xx} + \Delta B_{yy}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta B_{xx} - \Delta B_{yy})^2 + 4\Delta B_{xy}^2} \quad (C.22)$$

co po podstawieniu daje wzory na składowe:

$$\Delta B_{\hat{x}\hat{x}} = \frac{1}{2} p_{11} (3\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{2} p_{12} (3\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + p_{13} \varepsilon_z \quad (C.23)$$

oraz

$$\Delta B_{\hat{y}\hat{y}} = \frac{1}{2} p_{11} (3\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + \frac{1}{2} p_{12} (3\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + p_{13} \varepsilon_z \quad (C.24)$$

Małe zmiany względnej nieprzenikalności dielektrycznej w kierunku osi głównej, zważywszy na jej definicję mogą być opisane w następujący sposób:

$$\Delta B_{\hat{x}\hat{x}} = \Delta \left(\frac{1}{n_{\hat{x}}^2} \right) = -\frac{2}{n_{\hat{x}}^3} \Delta n_{\hat{x}\hat{x}} \cong -\frac{2}{n_o^3} \Delta n_{\hat{x}} \quad (C.25)$$

gdzie dokonano aproksymacji $n_{\hat{x}} = n_o + \Delta n_{\hat{x}} \approx n_o \approx \left[\frac{1}{2}(B_o + B_e) \right]^{-2}$. Postępując podobnie dla drugiej składowej, i wykorzystując zależności typu (C.25), (C.23) oraz (C.24) można otrzymać ostateczne wzory na zmianę współczynnika załamania indukowaną przez czynniki termiczne za pośrednictwem efektu elastooptycznego:

$$\Delta n_{\hat{x}} = -\frac{n_o^3}{4} \left[p_{11} (3\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + p_{12} (3\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + 2p_{13} \varepsilon_z \right] \quad (C.26)$$

$$\Delta n_{\hat{y}} = -\frac{n_o^3}{4} \left[p_{11} (3\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + p_{12} (3\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + 2p_{13} \varepsilon_z \right] \quad (C.27)$$

Podstawiając wyrażenia objęte równaniami (C.12) - (C.15) oraz pamiętając, że $n_{\hat{x},\hat{y}} = n_o + \Delta n_{\hat{x},\hat{y}}$, to po przegrupowaniu wyrazów dostaje się wzory na współczynniki załamania zależne od promienia w sposób paraboliczny dla dwóch prostopadłych kierunków:

$$n_{\hat{x}} = n_o - S \left[C + C_x \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (C.28)$$

$$n_{\hat{y}} = n_o - S \left[C + C_y \frac{r^2}{r_0^2} \right] \quad (C.29)$$

gdzie stałe S , C , C_x , C_y wynoszą:

$$S = \frac{\alpha Q_{dep} r_0^2 n_0^3}{64(1-\nu)\kappa} \quad (\text{C.30})$$

$$C = 2(3\nu - 1)(p_{11} + p_{12}) + 4(\nu - 1)p_{13} \quad (\text{C.31})$$

$$C_x = 8(\nu - 1)(2p_{11} + p_{12} + p_{13}) + 16p_{11} \quad (\text{C.32})$$

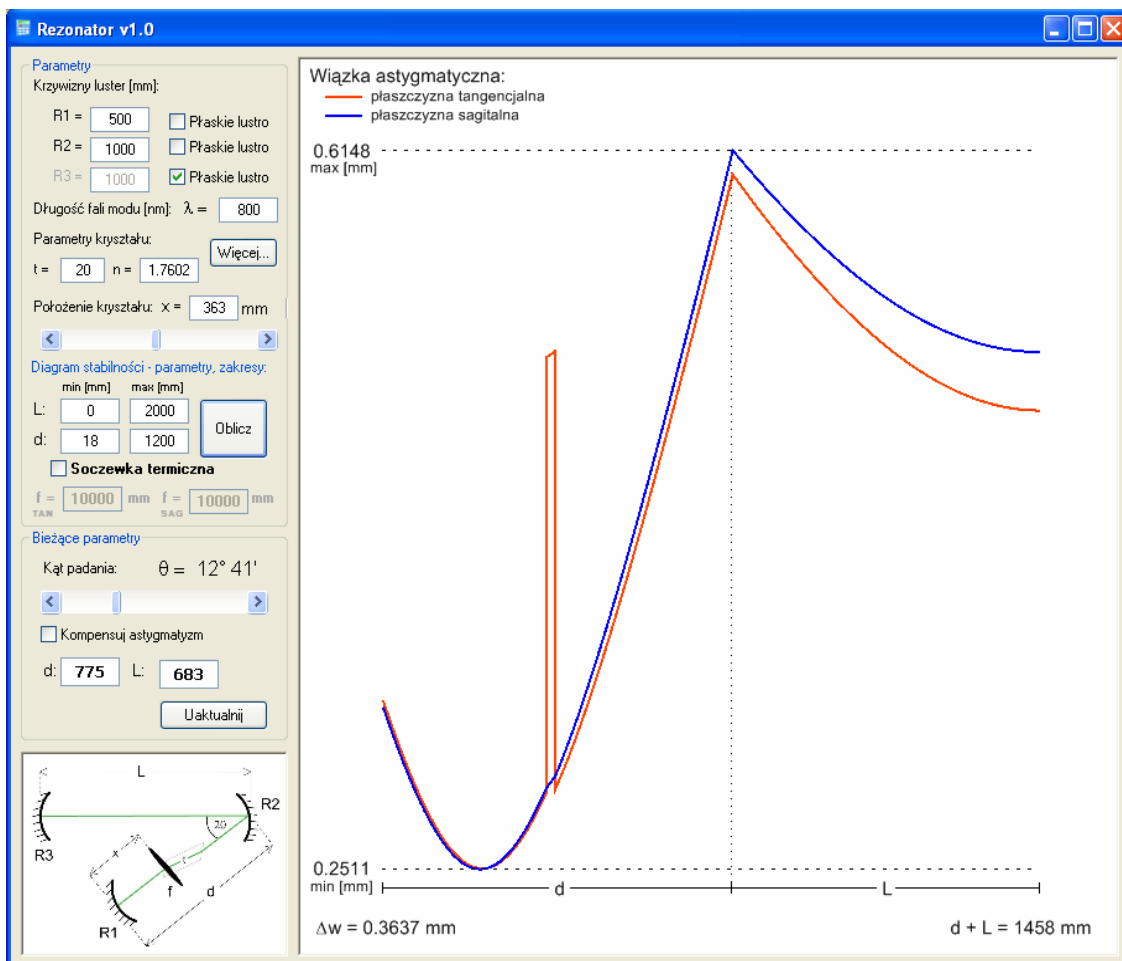
$$C_y = 8(\nu - 1)(p_{11} + 2p_{12} + p_{13}) + 16p_{12} \quad (\text{C.33})$$

Dodatek D

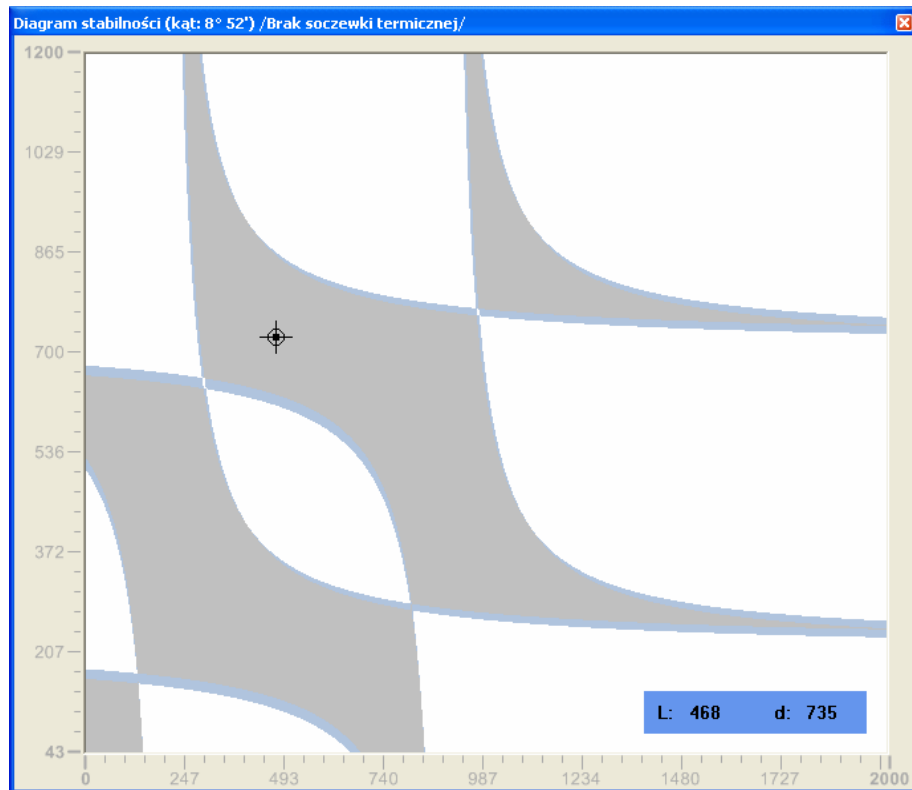
Programy napisane na potrzeby pracy

Dwa zagadnienia opisane na łamach niniejszej pracy, tj. modelowanie wnęki rezonansowej oraz dynamika impulsów we wzmacniaczu, zostały ujęte w formie programów komputerowych. Obie aplikacje zostały napisane w darmowej wersji środowiska programistycznego **Visual Basic .NET 2005** firmy Microsoft. Zaletą obu programów jest łatwy dostęp do zmiennych, przystępna prezentacja wyników oraz analiza problemu w czasie rzeczywistym.

Pierwszy program o nazwie Rezonator w wersji 1.0 (rys. D1) wykorzystuje



Rys. D1. Widok na okno główne aplikacji Rezonator v1.0 wykorzystanej w modelowaniu kształtu modu rezonatora.



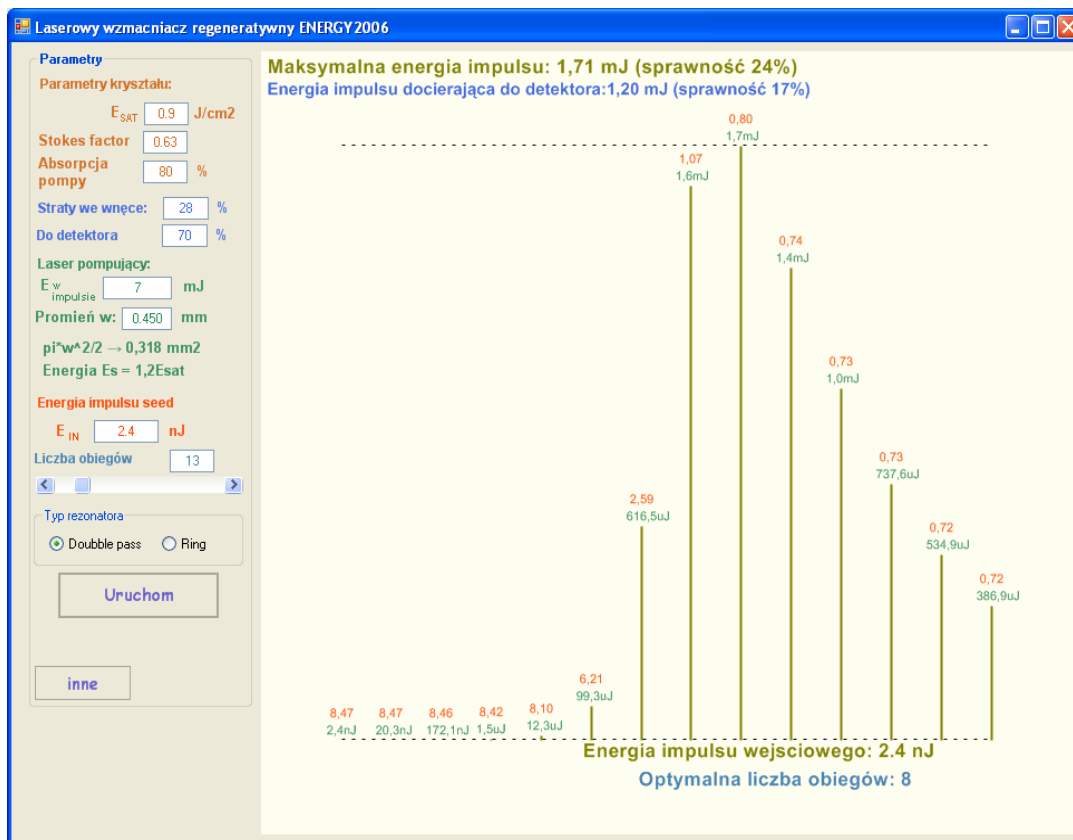
Rys. D2. Okno poboczne aplikacji głównej Rezonator v1.0 ukazujące aktywny diagram stabilności. Szary kolor oznacza obszar, w którym rezonator jest stabilny, niebieski wskazuje na stabilność rezonatora tylko w jednej z płaszczyzn.

teorię podaną w rozdziale 3.3. Potrafi wymodelować kształt modu w dowolnym rezonatorze, składającym się maksymalnie z trzech lusterek. Analiza dokonywana jest niezależnie w dwóch prostopadłych płaszczyznach wiązki, gdy tylko elementy astygmatyczne (kryształ o powierzchniach brewsterowskich, pozaosiowe odbicie od lustra) wystąpią w konfiguracji rezonatora. Dodatkowy moduł aplikacji pozwala uwzględnić wpływ soczewki termicznej na kształt modu rezonatora.

Pobocznym oknem aplikacji jest diagram stabilności (rys. D2) wyrażony we współrzędnych d i L (odległości pomiędzy lustrami). Diagram stanowi *aktywny obszar*, po którym użytkownik może prowadzić kursor, jednocześnie obserwując kształt modu w oknie głównym aplikacji. Obliczenia konfiguracji i kształtu modu w rezonatorze następują w czasie rzeczywistym, dzięki czemu widoczna jest

płynna zmiana modu w oknie głównym. Pozwala to nie tylko lepiej zrozumieć wpływ czynników geometrycznych na kształt modu, ale bardzo istotnie skraca czas spędzony na modelowaniu. Czas potrzebny na odnalezienie kształtu modu o zadanych cechach, liczony od momentu uruchomienia aplikacji, wynosi niespełna kilka minut.

Drugi program (rys. D3) stanowi implementację wzorów rekurencyjnych podanych w rozdziale 5.3, dotyczących opisu wzmacniania impulsów podczas wielokrotnych przejść przez ośrodek czynny. Program umożliwia śledzenie wpływu różnych parametrów (patrz rys. D3) na proces wzmocnienia. Uzyskane wyniki są zgodne z doświadczeniem, jeśli odnaleziony zostanie efektywny promień nakrywania w .



Rys. D3. Program do śledzenia ewolucji energii wzmacnianego impulsu. Forma prezentacji wyników nawiązuje do obrazu, jaki uzyskuje się z oscyloskopu.

Bibliografia

Rozdział 2

- [1] W. KOECHNER, Solid-State Laser Engineering, (Springer, Berlin, Heidelberg, 1999) 5th ed.; a – str. 2, b – str. 524, c – str. 481, d – str. 78, e – str. 423.
- [2] J. T. VERDEYEN, Laser electronics, (Prentice-Hall, 1995), 3rd ed., str. 181
- [3] J. P. GORDON, H. J. ZEIGER, C. H. TOWNES, Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of NH₃, Phys. Rev. **95**, 282 (1954)
- [4] A. L. SCHAWLOW, C. H. TOWNES, Infrared and Optical Masers, Phys. Rev. **112**, 1940 (1958)
- [5] T. H. MAIMAN, Stimulated optical radiation in ruby, Nature **187**, 493 (1960)
- [6] B. A. LENGYEL, Evolution of masers and lasers, Am. J. Phys. **34**, 903 (1966)
- [7] H. W. MOCKER, R. J. COLLINS, Mode competition and self-locking effects in a Q-switched ruby laser, Appl. Phys. Lett. **7**, 270 (1965)
- [8] P. F. MOULTON, Spectroscopic and laser characteristics of Ti:Al₂O₃, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 125 (1986)
- [9] D. E. SPENCE, P. N. KEAN, W. SIBBET, 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser, Opt. Lett. **16**, 42 (1991)
- [10] M. T. ASAKI, CHUNG-PO HUANG, D. GARVEY, J. ZHOU, H. KAPTEYN, M. M. MURNANE, Generation of 11-fs pulses from a self-mode-locked Ti: sapphire laser, Opt. Lett. **18**, 977 (1991)
- [11] J. ZHOU, G. TAFT, CHUNG-PO HUANG, M. M. MURNANE, H. KAPTEYN, Pulse evolution in a broad-bandwidth Ti: sapphire, Opt. Lett. **19**, 1149 (1994)
- [12] I. D. JUNG, F. X. KÄRTNER, N. MATUSCHEK, D. H. SUTTER, F. MORIER-GENOUD, G. ZHANG, AND U. KELLER, Self-starting 6.5-fs pulses from a Ti:sapphire laser, Opt. Lett. **22**, 1009 (1997)
- [13] D. STRICKLAND, G. MOUROU, Compression of amplified chirped optical pulses, Opt. Commun. **56**, 219 (1985)
- [14] <http://www.clf.rl.ac.uk/Facilities/vulcan/projects/10petawatt.htm>
(Dostęp dn. 20.12.2006)
- [15] G. A. MOUROU, C. P. J. BARTY, AND M. D. PERRY, Ultrahigh-intensity laser: physics of the extreme on a tabletop, Phys. Today **51**, 22 (1998)
- [16] G. MOUROU, D. UMSTADTER, Extreme Light, Scientific American Magazine, May 2002
- [17] D. M. GAUDIOSI, E. GAGNON, A. L. LYTLE, J. L. FIORE, E. A. GIBSON, S. KANE, J. SQUIER, M. M. MURNANE, H. C. KAPTEYN, R. JIMENEZ, S. BACKUS, Multi-kilohertz repetition rate Ti:sapphire amplifier based on down-chirped pulse

- amplification, *Opt. Express* **14**, 9277 (2006)
- [18] T. B. NORRIS, Femtosecond pulse amplification at 250 kHz with a Ti:sapphire regenerative amplifier and application to continuum generation, *Opt. Lett.* **17**, 1009 (1992)
- [19] J. Z. H. YANG, B. C. WALKER, 0.09-terrawatt pulses with a 31% efficient, kilohertz repetition-rate Ti:sapphire regenerative amplifier, *Opt. Lett.* **26**, 453 (2000)
- [20] N. ZHAVORONKOV, G. KORN, Regenerative amplification of femtosecond laser pulses in Ti:sapphire at multikilohertz repetition rates, *Opt. Lett.* **29**, 198 (2003)
- [21] M. HENTSCHEL, Z. CHENG, F. KRAUSZ, CH. SPIELMANN, Generation of 0.1-TW optical pulses with a single-stage Ti:sapphire amplifier at 1-kHz repetition rate, *Appl. Phys. B* **70**, S161 (2000)
- [22] I. MATSUSHIMA, H. YASHIRO, T. TOMIE, A 37% efficiency, kilohertz repetition rate cryogenically cooled Ti:Sapphire regenerative amplifier, *Jpn. J. Appl. Phys. Part 2* **44**, L823 (2005)
- [23] I. MATSUSHIMA, H. YASHIRO, T. TOMIE, 10 kHz 40 W Ti:sapphire regenerative ring amplifier, *Opt. Lett.* **31**, 2066 (2006)
- [24] S. BACKUS, CH. G. DURFEE III, G. MOUROU, H. C. KAPTEYN, M. M. MURNAME, 0.2-TW laser system at 1kHz, *Opt. Lett.* **22**, 1256 (1997)
- [25] V. BAUGNOUD, F. SALLIN, Amplifying laser pulses to the terawatt level at a 1-kilohertz repetition rate, *Appl. Phys. B* **70**, S165 (2000)
- [26] Y. NABEKAWA, T. TOGASHI, T. SEKIKAWA, S. WATANABE, S. KONNO, T. KOJIMA, S. FUJIKAWA, K. YASUI, All-solid-state high-peak-power Ti:sapphire laser system above 5-kHz repetition rate, *Appl. Phys. B* **70**, S171 (2000)
- [27] S. BACKUS, R. BARTELS, S. THOMPSON, R. DOLLINGER, H. C. KAPTEYN, AND M. M. MURNANE, High-efficiency, single-stage 7-kHz high-average-power ultrafast laser system, *Opt. Lett.* **26**, 465-467 (2001).
- [28] http://www.rp-photonics.com/b_integral.html (Dostęp dn. 22.12.2006)
- [29] P. SPRANGLE, J.R. PEÑANO, AND B. HAFIZI, Propagation of Intense Short Laser Pulses in the Atmosphere, *Phys. Rev. E* **66**, 046418 (2002)
- [30] R. W. BOYD, *Nonlinear Optics*, (Academic Press, Amsterdam, Boston, 1992), 2nd ed., str. 356
- [31] B. E. A. SALEH, M. C. TEICH, *Fundamentals of photonics*, (John Wiley & Sons, Inc., 1991), str. 921
- [32] O. E. MARTINEZ, 3000 Times grating compressor with positive group velocity dispersion: application to fiber compensation in 1.3-1.6 μm region, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-23**, 59 (1987)
- [33] E. B. TREACY, Optical pulse compression with diffraction gratings, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 454 (1969)

- [34] V. YANOVSKY, C. FELIX, G. MOUROU, Why ring regenerative amplification (regen)?, *Appl. Phys. B* **74**, S181 (2002)
- [35] TECHNICAL BULLETIN, Regenerative amplifiers vs. multipass amplifier in CPA, Positive Light, Inc. 2002, <http://www.coherent.com>
- [36] PRODUCT LITERATURE, A comparison of multipass vs. regenerative Ti:sapphire laser amplifiers, KM Labs Inc., <http://www.kmlabs.com/lit.html> (Dostęp dn. 27.12.2006)
- [37] E. D. NELSON, J. Y. WONG, A. L. Schawlow, Far infrared spectra of $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$ and $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Ti}^{3+}$, *Phys. Rev.* **156**, 298 (1967)
- [38] D. S. MCCLURE, Optical Spectra of Transition-Metal Ions in Corundum, *J. Chem. Phys.* **36**, 2757 (1962)
- [39] R. M. MACFARLANE, J. Y. Wong, Dynamic Jahn-Teller effect in octahedrally coordinated d1 impurity systems, *Phys. Rev.* **166**, 250 (1968)
- [40] B. F. GÄCHTER, J. A. KONINGSTEIN, Zero phonon transitions and interacting Jahn-Teller phonon energies from the fluorescence spectrum of $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3:\text{Ti}^{3+}$, *J. Chem. Phys.* **60**, 2004 (1974)
- [41] C. E. BYVIK, A. M. BUONCRISTIANI, Analysis of vibronic transitions in titanium doped sapphire using the temperature of the fluorescence spectra, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-21, 1619 (1985)
- [42] Thermophysical Properties of Matter, red. Y. S. TOULOUKIAN, C. Y. HO, (IFI/Plenum TPRC Data Series 2, New York, 1972), str. 93–97
- [43] Properties of optical and laser-related materials: A handbook, red. D. N. NIKOGOSYAN, (John Wiley & Sons, Inc., 1997)
- [44] A. C. DEFranzo, B. G. PAZOL, Index of refraction measurement on sapphire at low temperatures and visible wavelengths, *Appl. Opt.* **32**, 2224 (1993)
- [45] R. W. DIXON, Photoelastic properties of selected materials and their relevance for applications to acoustic light modulators and scanners, *J. Appl. Phys.* **38**, 5149 (1967)
- [46] S. SMOLORZ, F. WISE, Time-resolved nonlinear refraction in femtosecond laser gain media, *Opt. Lett.* **23**, 1381 (1998)

Rozdział 3

- [47] A. E. SIEGMAN, Lasers, (University Science Books Mill Valley, 1986); a – str. 628, b – str. 642, c – str. 588, d – str. 386
- [48] L. W. DAVIS, Theory of electromagnetic beams, *Phys. Rev. A* **19**, 1177 (1979)
- [49] J. T. VERDEYEN, Laser electronics, (Prentice-Hall, 1989), 2nd ed.; a – str. 74, b – str. 55

- [50] B. E. A. SALEH, M. C. TEICH, Fundamentals of photonics, (John Wiley & Sons, Inc., 1991); a – str. 100, b – str. 20
- [51] A. B. RUFFIN, J. V. RUDD, J. F. WHITAKER, S. FENG, H. G. WINFUL, Direct Observation of the Gouy Phase Shift with Single-Cycle Terahertz Pulses, Phys. Rev. Lett. **83**, 3410 (1999)
- [52] W. KOECHNER, *Solid-State Laser Engineering*, (Springer, Berlin, Heidelberg, 1999) 5th ed.; a – str. 196, b – str. 209
- [53] H. KOEGLNIK, T. LI, Laser Beams and Resonators, Appl. Opt. **5**, 1550 (1966)
- [54] M. A. BANDRES, J. C. GUTIÉRREZ-VEGA, Ince–Gaussian beams, Opt. Lett. **29**, 144 (2004)
- [55] U. T. SCHWARZ, M. A. BANDRES, J. C. GUTIÉRREZ-VEGA, Observation of Ince–Gaussian modes in stable resonators, Opt. Lett. **29**, 1870 (2004)
- [56] A. E. SIEGMAN, S. W. TOWNSEND, Output beam propagation and beam quality from a multimode stable-cavity laser, IEEE J. Quantum Electron. **QE-29**, 1212 (1993)
- [57] R. DITTEON, Modern Geometrical Optics, (John Wiley & Sons, Inc New York, 1998)
- [58] Handbook of Optics, Fundamentals, Techniques and design, red. M. BASS, (OSA Mc Graw Hill, 1995, Vol. 1), 1.48
- [59] M. BORN, E. WOLF, Principles of optics, (Pergamon Press, 1985) 6th ed., str. 36
- [60] A. G. FOX, T. LI, Resonant Modes in a Maser Interferometer, Bell Syst. Tech. J. **40**, 453 (1961)
- [61] G. D. BOYD, J. P. GORDON, Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers, Bell Syst. Tech. J. **40**, 489 (1961).
- [62] A. L. SCHAWLOW, C. H. TOWNES, Infrared and Optical Masers, Phys. Rev. **112**, 1940, (1958)
- [63] J. T. VERDEYEN, Laser electronics, (Prentice-Hall, 1995), 3nd ed.; a – str. 546; b – str. 135
- [64] A. E. SIEGMAN, Laser Beams and Resonators: The 1960s, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **6**, 1380 (2000)
- [65] G. D. BOYD AND H. KOEGLNIK, Generalized confocal resonator theory, Bell Sys. Tech. J. **41**, 1347 (1962)
- [66] H. STATZ, C. L. TANG, Problem of mode deformation in optical masers, J. Appl. Phys. **36**, 1816 (1965)
- [67] H. KOEGLNIK, On the propagation of gaussian beams of light through lenslike media including those with a loss or gain variation, Appl. Opt. **4**, 1562 (1965)

- [68] H. KOGELNIK, E. P. IPPEN, A. DIENES, C. V. SHANK, Astigmatically compensated cavities for cw Dye lasers, IEEE J. Quantum Electron. **QE-8**, 373 (1972)

Rozdział 4

- [69] H. KOGELNIK, Imaging of optical modes – resonators with internal lenses, Bell System Tech. J. **44**, 455 (1965)
- [70] J. D. FOSTER, L. M. OSTERINK, Thermal Effects in Nd:YAG laser, J. Appl. Phys. **41**, 3656 (1970)
- [71] M. E. INNOCENZI, H. T. YURA, C. L. FINCHER, R. A. FIELDS, Thermal modeling of continuous-wave end-pumped solid-state laser, Appl. Phys. Lett. **56**, 1831 (1990)
- [72] W. KOECHNER, D. K. RICE, Birefringence of YAG:Nd laser rods as a function of growth direction, J. Opt. Soc. Amer. **61**, 758 (1971)
- [73] I. MATSUSHIMA, H. YASHIRO, T. TOMIE, Cryo Ti:Sapphire regenerative amplifier for multi kHz operation, International Symposium on Technologies and Applications of Photoelectron Micro-Spectroscopy with Laser-based VUV sources (2002.12.03, Tsukuba Japan)
- [74] D. C. BROWN, Nonlinear thermal distortion in YAG rod amplifiers, IEEE J. Quantum Electron. **QE-34**, 2383 (1998)
- [75] W. KOECHNER, *Solid-State Laser Engineering*, (Springer, Berlin, Heidelberg, 1999) 5th ed., str. 415-416
- [76] J. K. NYE, Własności fizyczne kryształów w ujęciu tensorowym i macierzowym, rozdział XIII, Warszawa PWN, 1952
- [77] W. KOECHNER, Thermal lensing in a Nd:YAG laser rod, Appl. Opt. **9**, 2548 (1970)
- [78] W. KOECHNER, D. K. RICE, Effect of birefringence on the performance of linearly polarized YAG:Nd lasers, IEEE J. Quantum Electron. **QE-6**, 557 (1970)
- [79] S. TIMOSHENKO, Theory of elasticity, (McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1934), str. 366
- [80] S. B. SUTTON, G. F. ALBRECHT, Optical distortion in end-pumped solid-state rod lasers, Appl. Opt. **32**, 5256 (1993)
- [81] J. N. REDDY, Finite element method, (McGraw-Hill, Inc., 1993); a – str. 69, b – str. 5
- [82] COMSOL Multiphysics User's Guide, ver. 3.2, September 2005
- [83] COMSOL Heat Transfer Module User's Guide, ver. 3.2, September 2005

- [84] COMSOL Structural Mechanics Module User's Guide, ver. 3.2, September 2005
- [85] G. WAGNER, M. SHILER, V. WULFMEYER, Simulations of thermal lensing of a Ti:Sapphire crystal end-pumped with high average power, *Opt. Express* **13**, 8045 (2005)
- [86] V. MAGNI, G. CERULLO, S. DE SILVESTRI, ABCD matrix analysis of propagation of gaussian beams through Kerr media, *Opt. Comm.* **96**, 348 (1993)
- [87] M. ZAVELANI-ROSSI, F. LINDER, C. LE BLANC, G. CHÉRIAUX, J. P. CHAMBARET, Control of thermal effects for high-intensity Ti:sapphire laser chains, *Appl. Phys. B* **70**, S193 (2000)
- [88] PRODUCT LITERATURE, The advantages of cryogenically cooled ultrafast laser amplifier systems, KM Labs Inc., <http://www.kmlabs.com/lit.html> (Dostęp dn. 03.01.2007)

Rozdział 5

- [89] W. H. LOWDERMILK, J. E. MURRAY, The multipass amplifier: theory and numerical analysis , *J. Appl. Phys.* **51**, 2436 (1980)
- [90] L. M. FRANTZ, J. S. NODVIK, Theory of pulse propagation in a laser amplifier, *J. Appl. Phys.* **34**, 2346 (1963)
- [91] J. E. MURRAY, W. H. LOWDERMILK, ND: YAG regenerative amplifier, *J. Appl. Phys.* **51**, 3548 (1980)