

Rozdział 4

Optyka jonowa



122

Elementy układu jonowo-optycznego

Jony opuszczające tarczę – produkty reakcji i wiązka pierwotna – przechodzą następnie przez układ jonowo-optyczny (**separator**), którego celem jest :

- ▶ **separacja**, czyli oddzielenie wiązki pierwotnej (!) i selektywna transmisja wybranych produktów,
- ▶ **transport** produktów do układu detekcyjnego,
- ▶ umożliwienie **identyfikacji** jonów.

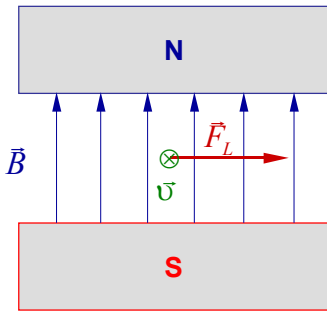
W skład **separatora** mogą wchodzić następujące części :

- ▶ obszar dryfu (jonowód poza polem e-m),
- ▶ element dyspersyjny (sektor pola magnetycznego, magnes dipolowy),
- ▶ element ogniskujący (soczewka kwadropolowa),
- ▶ element korekcyjny (soczewka sekstupolowa),
- ▶ układ filtrujący (np. filtr prędkości Wiena).



123

Magnes dipolowy



► Na cząstkę o ładunku elektrycznym q , poruszającą się z prędkością v w polu magnetycznym B , działa siła Lorentza :

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Gdy pole jest jednorodne, a prędkość prostopadła do linii pola, tor jest okręgiem o promieniu ρ :

$$qvB = \frac{mv^2}{\rho},$$

czyli

$$B\rho = \frac{mv}{q} = \frac{p}{q} \quad \text{– sztywność magnetyczna.}$$

W przypadku relatywistycznym :

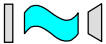
$$B\rho = \frac{p}{q} = \frac{\gamma mv}{q} \cong \frac{\gamma Au\beta c}{eQ} = \frac{uc}{e} \gamma \beta \frac{A}{Q}.$$

$$\frac{uc}{e} = \frac{931.49 \cdot 10^6 \text{ eV}/c^2 \cdot c}{e} = \frac{931.49 \cdot 10^6 \text{ Vs}}{2.9978 \cdot 10^8 \text{ m}} = 3.107 \text{ Tm}$$

$$vB = E$$

$$\frac{m}{s} T = \frac{V}{m} \Rightarrow T = \frac{Vs}{m^2}$$

Ważny związek : $B\rho [\text{Tm}] = 3.107\gamma \beta \frac{A}{Q}$.



124

Dyspersja w stałym polu magnetycznym

Promień toru cząstki w polu B jest proporcjonalny do jej pędu. Odchylenie toru cząstki po przejściu przez sektor pola B zależy więc od jej pędu (**dyspersja**).

Załóżmy, że dwie cząstki o takim samym ładunku, ale o pędach p_0 i p , wchodzi w obszar pola B w tym samym miejscu. Jaka jest odległość między nimi po przebyciu toru o długości L ?

Cząstki poruszają się po okręgach o promieniach odpowiednio :

$$\rho_0 = p_0/qB \quad \text{ i } \quad \rho = p/qB$$

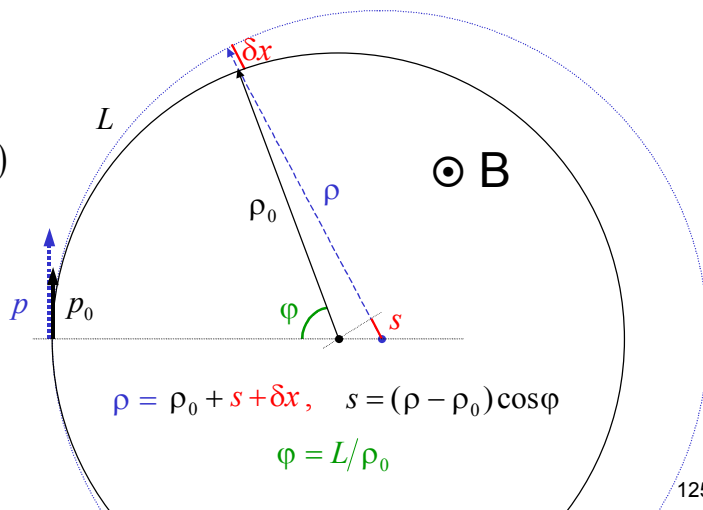
$$\delta x = (\rho - \rho_0)(1 - \cos(L/\rho_0))$$

$$\delta x = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \rho_0 (1 - \cos(L/\rho_0))$$

$$\delta x = \frac{\Delta(B\rho)}{B\rho_0} D$$

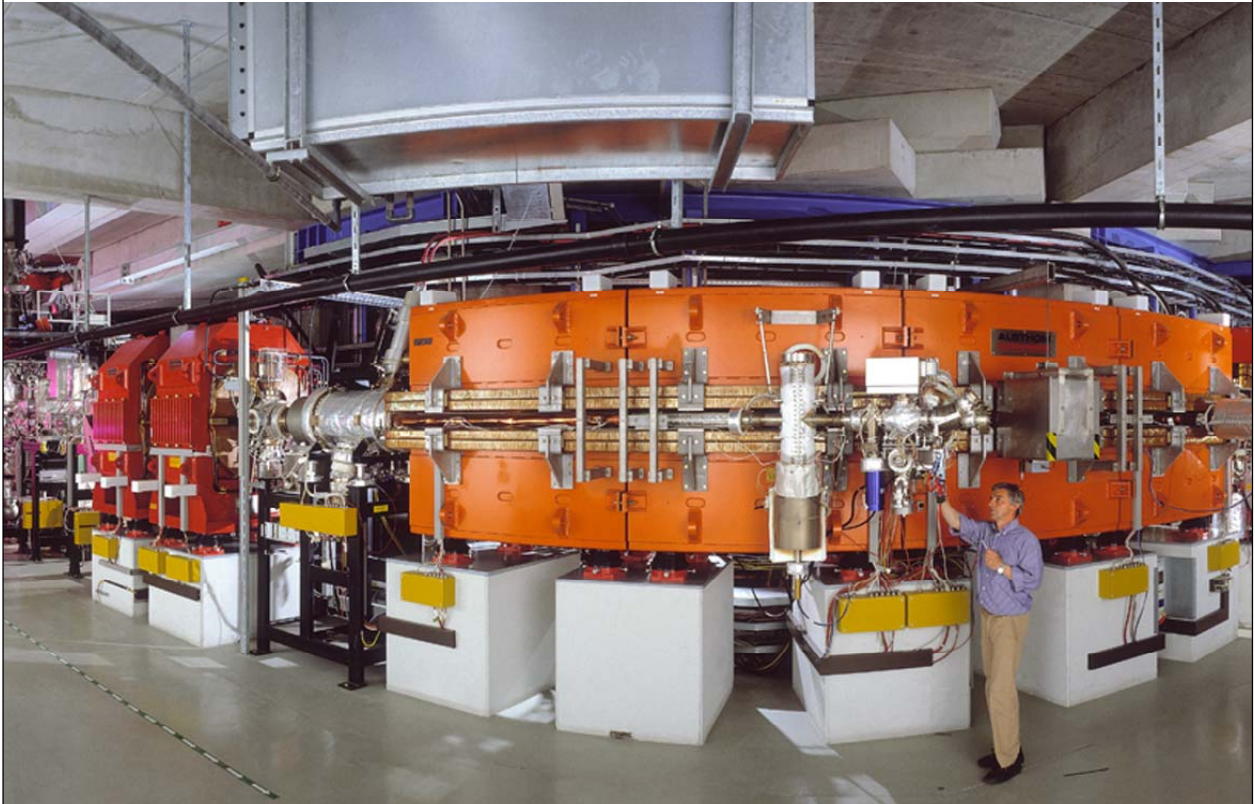
Dyspersja :

$$D = \rho_0 (1 - \cos(L/\rho_0))$$

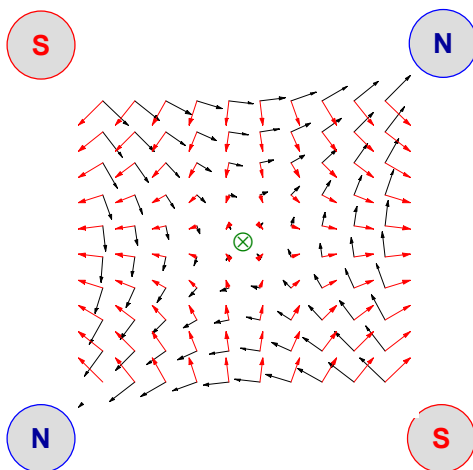


125

Magnes dipolowy (GSI)



Soczewka kwadrupolowa



- Kwadrupolowe pole magnetyczne, w płaszczyźnie prostopadłej do prędkości cząstki, w pobliżu osi :

$$\vec{B} = (Gy, Gx),$$

wówczas siła Lorentza :

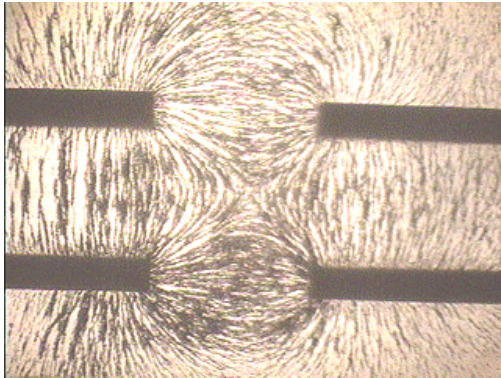
$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} = qv_z G(-x, y).$$

Jeśli $qv_z G < 0$ (tak jak na rysunku), to występuje efekt ogniskowania w kierunku pionowym (y) i rozpraszania w kierunku poziomym (x).

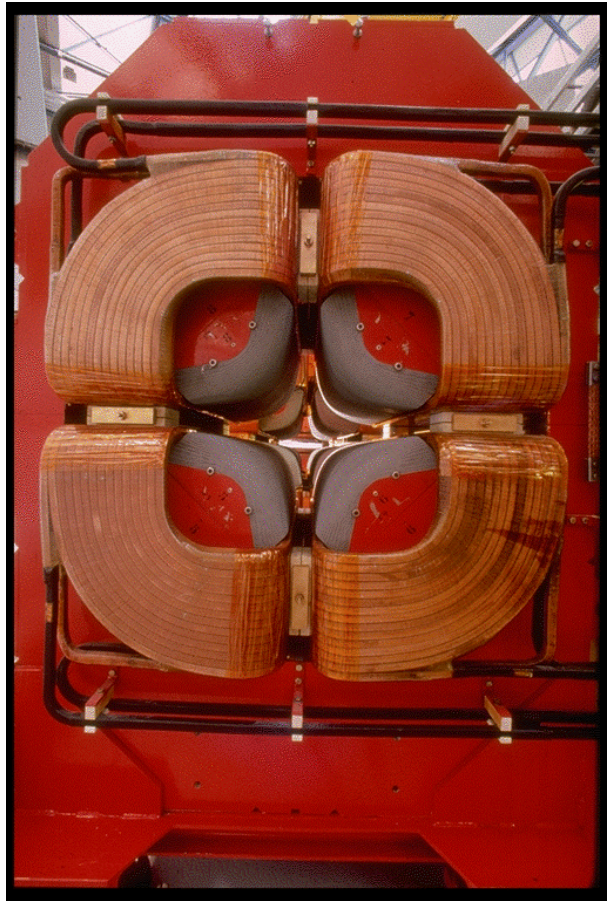
Obrót układu biegunów o 90° (równoważny zmianie znaku G) zmienia kierunek ogniskowania. Układ dwóch soczewek kwadrupolowych, jednej ogniskującej w kierunku x i drugiej ogniskującej w kierunku y , ma własność ogniskowania w obydwu kierunkach. Dlatego w separatorach zawsze występują dublety i tryplety takich soczewek.



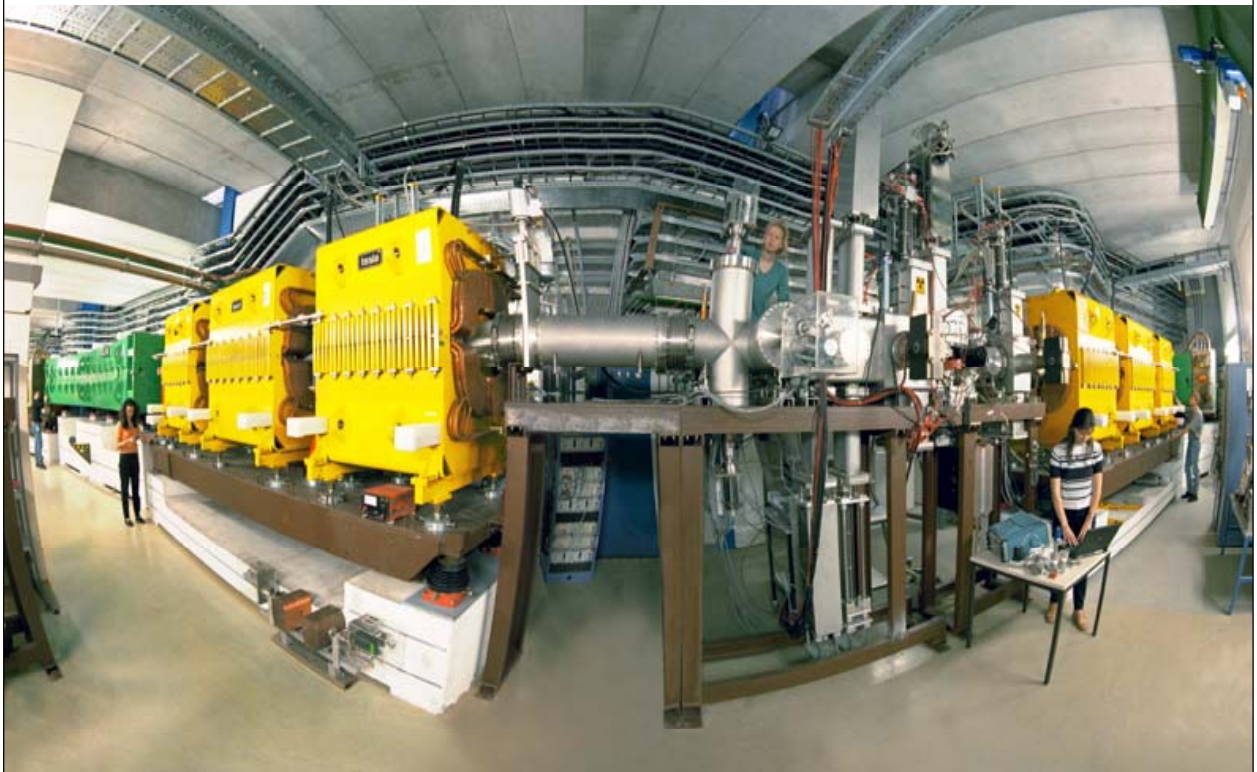
Model soczewki kwadropolowej
(4 magnesy sztabkowe),



i prawdziwy „kwadropol”
(ESR w GSI)

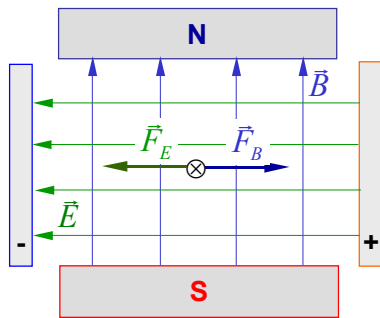


Obszar dryfu i magnesy kwadropolowe (FRS w GSI)



Filtr prędkości Wiena

Układ skrzyżowanych pól E i B :



- ▶ Na cząstkę naładowaną, poruszającą się z prędkością v prostopadle do linii pól E i B, działają przeciwnie skierowane siły o wartościach :

$$F_E = qE \quad \text{ i } \quad F_B = qvB .$$

Siły te równoważą się wtedy gdy :

$$v = \frac{E}{B} .$$

Tylko cząstki o tej prędkości v przechodzą przez układ bez odchylenia.

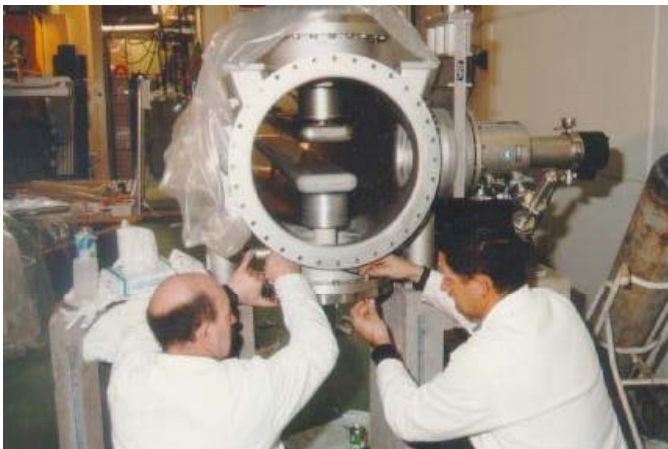
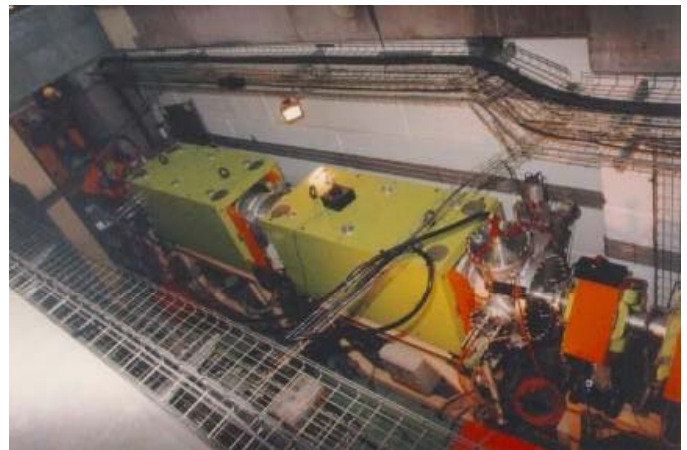


130

Przykład : Filtr Wiena na separatorze LISE w GANIL.

▶ **Parametry :**

długość : 2 x 2.5 m,
wysokie napięcie : do 350 kV,
odleg. między elektr. : 10 cm,
pole B : 0.01 – 0.1 T.



Maksymalna dyspersja : 3 cm/%

131

Macierzowy opis układu optycznego

Bieg jonów w dowolnym układzie jonowo-optycznym wygodnie opisuje się przy pomocy formalizmu macierzowego. Występuje tu daleko posunięta analogia do opisu promieni świetlnych w zwykłych układach optycznych.

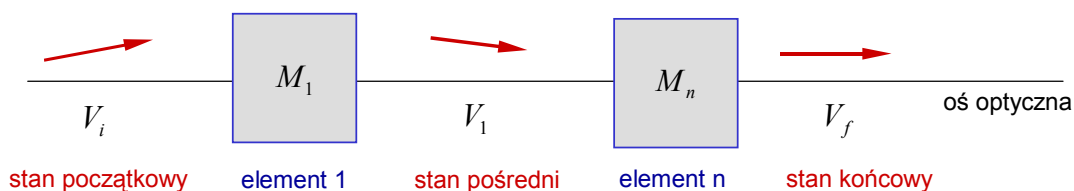
► Główne założenia tego formalizmu :

1. W każdym punkcie układu stan cząstki (promienia) opisuje wektor (tablica 1-wym.) jego parametrów zawierający wszystkie istotne zmienne, jak położenie (x, y) , nachylenie toru (x', y') , pęd itp.
2. Każdy element układu optycznego opisany jest przez macierz (tablica 2-wym.), która opisuje wpływ tego elementu na stan cząstki.
3. Macierz układu złożonego z wielu elementów jest iloczynem macierzy odpowiadających tym elementom.
4. Stan cząstki po przejściu przez dowolny układ optyczny dany jest jako wynik mnożenia macierzy tego układu przez wektor opisujący stan początkowy cząstki (przed układem).



132

Zasada opisu macierzowego



$$V_i = \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad M_1 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots \\ m_{21} & m_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad V_1 = M_1 \times V_i, \quad \dots, \quad V_f = M_n \times V_{n-1}.$$

Działanie układu n elementów optycznych można opisać poprzez jedną macierz M :

$$V_f = M \times V_i, \quad \text{gdzie} \quad M = M_n \times M_{n-1} \times \dots \times M_1.$$

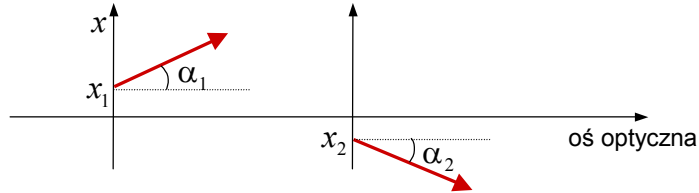


133

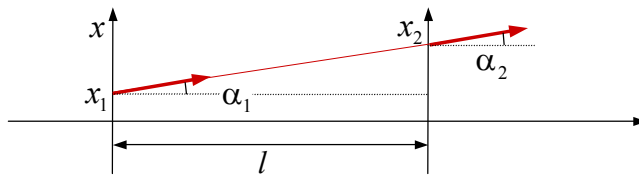
Prosty przykład :

Zastosowanie formalizmu macierzowego w optyce geometrycznej.
Stosujemy przybliżenie 1-go rzędu (liniowe).

- ▶ W każdym punkcie układu opisujemy promień świetlny podając jego odległość od osi optycznej (x) i kąt między jego kierunkiem a osią (α).



- ▶ **Obszar dryfu o długości l**



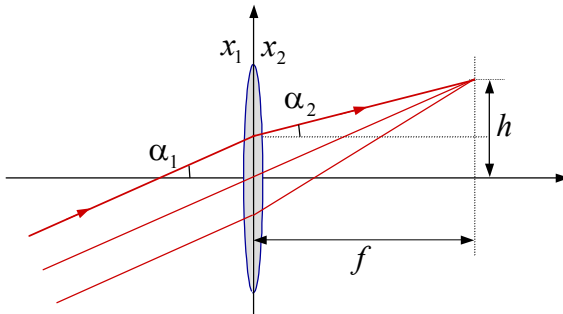
Łatwo zobaczyć, że : $x_2 = x_1 + \alpha_1 l$,
 $\alpha_2 = \alpha_1$.



$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \alpha_1 l, \\ \alpha_2 &= \alpha_1. \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_d(l)} \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

$M_d(l)$ – macierz dla odcinka dryfu długości l

- ▶ **Cienka soczewka skupiająca o ogniskowej f**



Zauważamy, że :

$$x_2 = x_1 \quad \text{– bo soczewka jest cienka}$$

$$\begin{aligned} h &= \alpha_1 f, \\ h &= x_2 + \alpha_2 f, \end{aligned} \Rightarrow \alpha_2 = -\frac{x_1}{f} + \alpha_1.$$

Soczewce o ogniskowej f odpowiada więc macierz : $M_s(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$.



► Cienka soczewka rozpraszająca o ogniskowej f

Łatwo sprawdzić (ćwiczenie !), że macierz dla soczewki rozpraszającej otrzymujemy biorąc macierz dla soczewki skupiającej o takiej samej ogniskowej i zmieniając znak f .

Przykład 1 : Złożenie dwóch soczewek o ogniskowych f_1 i f_2

$$M_{12} = M_2 M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 - 1/f_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_{12} & 1 \end{pmatrix}.$$

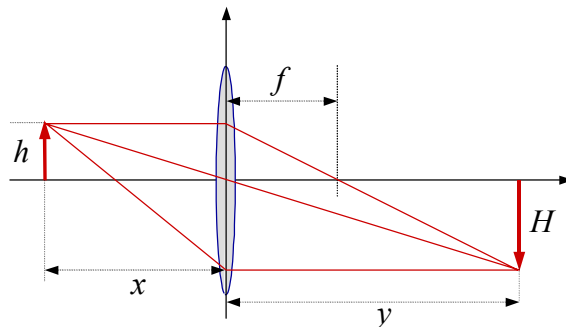
Otrzymaliśmy znane prawo, że dwie cienkie soczewki (blisko siebie) odpowiadają jednej soczewce, której ogniskowa wynosi :

$$\frac{1}{f_{12}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$



Przykład 2 : Wyprowadzenie wzoru soczewkowego

Załóżmy, że w odległości x przed soczewką o ogniskowej f umieszczamy przedmiot o wysokości h . **Pytanie :** w jakiej odległości od soczewki utworzy się obraz przedmiotu i jaka będzie jego wysokość ?



Układ optyczny składa się tu z trzech elementów : dryfu o długości x , cienkiej soczewki o ogniskowej f i dryfu o długości y . Macierz odpowiadającą temu układowi konstruujemy przez złożenie elementów składowych :

$$M_{xy} = M_d(y) \times M_s(f) \times M_d(x).$$



$$M_{xfy} = M_d(y) \times M_s(f) \times M_d(x) = \begin{pmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ -1/f & -x/f + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - y/f & x + y - \frac{xy}{f} \\ -1/f & -x/f + 1 \end{pmatrix}.$$

Warunek utworzenia obrazu oznacza, że wartość x_2 nie może zależeć od kąta α_1 (pęk promieni wychodzących z jednego punktu przedmiotu jest skupiany też w jednym punkcie).

Warunek ten jest spełniony wtedy, gdy $m_{12} = 0$:

$$x + y = \frac{xy}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} !$$

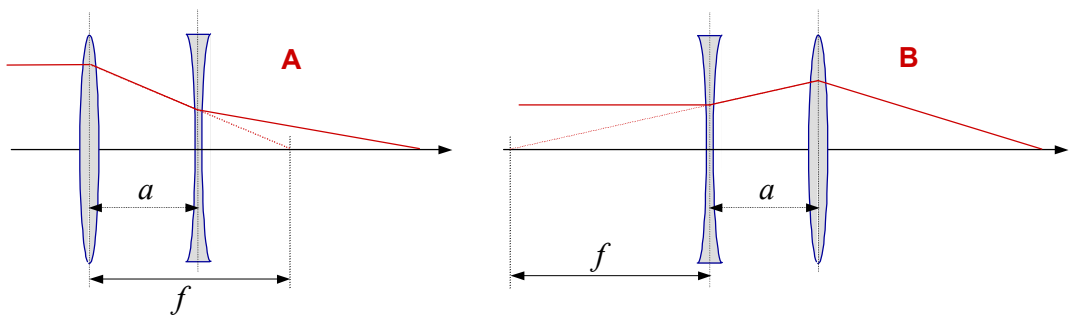
Z kolei element m_{11} określa powiększenie układu :

$$\frac{H}{h} = m_{11} = 1 - \frac{y}{f} = 1 - \frac{y}{\frac{xy}{x+y}} = 1 - \frac{x+y}{x} = -\frac{y}{x} !$$



Przykład 3 : Połączenie soczewki skupiającej i rozpraszającej

Załóżmy, że obie soczewki mają tę samą wartość ogniskowej (z przeciwnymi znakami), i że odległość między nimi wynosi a ($a < f$).



W układzie A : $M_A = M_s(-f) \times M_d(a) \times M_s(f)$.

$$M_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - a/f & a \\ -1/f & 1 + a/f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - a/f & a \\ -a/f^2 & 1 + a/f \end{pmatrix}.$$

W układzie B : $M_B = M_s(f) \times M_d(a) \times M_s(-f) = \begin{pmatrix} 1 + a/f & a \\ -a/f^2 & 1 - a/f \end{pmatrix}.$



Jeśli $a/f \ll 1$, to :

$$M_A = M_B \cong \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a/f^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

W tym przybliżeniu powyższa macierz jest równoważna złożeniu dryfu na odległość a i soczewki skupiającej :

$$M_s(f') \times M_d(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1/f' & 1 - a/f' \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix},$$

$$M_d(a) \times M_s(f') = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - a/f' & a \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix}.$$

Istotnie, oba układy są równoważne jeśli : $f' = f^2/a$.

Widać, przy okazji, że $f' = f f/a \gg f$.



Przykłady macierzy jonowo-optycznych

Wektor zmiennych :

$$V = \begin{pmatrix} x \\ \alpha_x \\ y \\ \alpha_y \\ \delta \end{pmatrix}$$

- położenie horyzontalne (w płaszczyźnie dyspersyjnej),
- $= p_x/p_z = dx/dz$ – kąt w płaszczyźnie horyzontalnej,
- położenie wertykalne,
- $= p_y/p_z = dy/dz$ – kąt w płaszczyźnie wertykalnej,
- $= \delta p/p_0 = (p - p_0)/p_0 = (B\rho - B\rho_0)/B\rho_0$ – odchylenie pędu (sztywności) od wartości na osi optycznej.

Magnes dipolowy,

czyli sektor jednorodnego pola magnetycznego, w którym oś optyczna ma promień krzywizny ρ_0 i długość $L = \varphi \rho_0$:

$$M_{\text{dip}}(\rho_0, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \rho_0 \sin\varphi & 0 & 0 & \rho_0(1 - \cos\varphi) \\ -\sin\varphi/\rho_0 & \cos\varphi & 0 & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Magnes kwadrupolowy

Dla cząstki poruszającej się w polu : $\vec{B} = G(y, x, 0)$ z prędkością $\vec{v} = (0, 0, v)$ siła Lorentza ma postać : $\vec{F} = qvG(-x, y, 0)$.

Równania ruchu są wtedy następujące :

$$\begin{array}{l} m \frac{d^2 x}{dt^2} = -qvGx, \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = qvGy, \end{array} \quad \begin{array}{l} (z = vt) \\ \implies \end{array} \quad \begin{array}{l} mv^2 \frac{d^2 x}{dz^2} = -qvGx, \\ mv^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = qvGy, \end{array} \quad \begin{array}{l} \left(k^2 = \frac{qG}{mv} \right) \\ \implies \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dz^2} + k^2 x = 0, \\ \frac{d^2 y}{dz^2} - k^2 y = 0. \end{array}$$

Rozwiązania tych równań są w postaci :

$$\begin{array}{l} x = a \cos kz + b \sin kz, \\ y = c \cosh kz + d \sinh kz, \end{array} \quad \implies \quad \begin{array}{l} \alpha_x = x' = -ak \sin kz + bk \cos kz, \\ \alpha_y = y' = ck \sinh kz + dk \cosh kz, \end{array}$$

Stałe wyznaczamy z warunków początkowych :

$$z = 0 \implies \begin{array}{l} x = x_0, \alpha_x = \alpha_{x0}, \\ y = y_0, \alpha_y = \alpha_{y0}, \end{array} \implies \begin{array}{l} a = x_0, b = \alpha_{x0}/k, \\ c = y_0, d = \alpha_{y0}/k. \end{array}$$



Ostatecznie otrzymujemy :

$$\begin{array}{l} x(z) = x_0 \cos kz + \frac{\alpha_{x0}}{k} \sin kz, \quad \alpha_x(z) = -x_0 k \sin kz + \alpha_{x0} \cos kz, \\ y(z) = y_0 \cosh kz + \frac{\alpha_{y0}}{k} \sinh kz, \quad \alpha_y(z) = y_0 k \sinh kz + \alpha_{y0} \cosh kz. \end{array}$$

Jeśli obszar pola magnetycznego (długość kwadrupola) wynosi L , to odpowiednia macierz ma postać :

$$M_{\text{quad}}(k, L) = \begin{pmatrix} \cos kL & \frac{1}{k} \sin kL & 0 & 0 & 0 \\ -k \sin kL & \cos kL & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh kL & \frac{1}{k} \sinh kL & 0 \\ 0 & 0 & k \sinh kL & \cosh kL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

gdzie $k = \sqrt{\frac{qG}{mv}}$.



Jeśli magnes jest krótki, a dokładniej $kL \ll 1$, to możemy przybliżyć :

$$\sin x \approx x, \quad \sinh x \approx x,$$

$$\cos x \approx 1, \quad \cosh x \approx 1.$$

Macierz przyjmuje wtedy postać :

$$M_{\text{quad}}(k, L) \approx \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 & 0 \\ -k^2 L & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 \\ 0 & 0 & k^2 L & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

W dobrym przybliżeniu jest to
złożenie obszaru dryfu o długości L
i cieniowej soczewki skupiającej o
ogniskowej $f = \frac{1}{k^2 L}$

Złożenie obszaru dryfu o długości L
i cieniowej soczewki rozpraszającej o
ogniskowej

$$f = \frac{1}{k^2 L}$$



Uproszczony model separatora

Macierze dla magnesów dipolowego i kwadrupolowego, uzupełnione o macierz dla obszaru dryfu, pozwalają już modelować realistyczne układy do separacji cząstek.

- ▶ Podstawowe zasady działania separatora fragmentów można jednak opisać i zrozumieć dzieląc go na **bloki funkcjonalne**, z których każdy, poprzez jedną macierz, może reprezentować złożenie wielu elementów jonowo-optycznych (magnesów).

Sekcja dipolowa (dyspersyjna)



– składa się z jednego lub więcej magnesów dipolowych; po obu stronach każdego z nich znajduje się układ soczewek ogniskujących i korekcyjnych. Sekcję tę charakteryzuje wartość $B\rho$ – sztywność cząstek na osi optycznej.

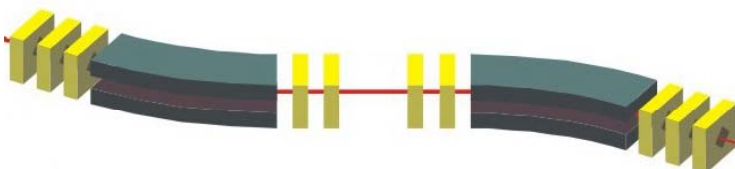
Sekcja dipolowa ma zazwyczaj własność obrazowania : w płaszczyźnie ogniskowej za tą sekcją tworzy się obraz przedmiotu umieszczonego w ognisku przed nią.



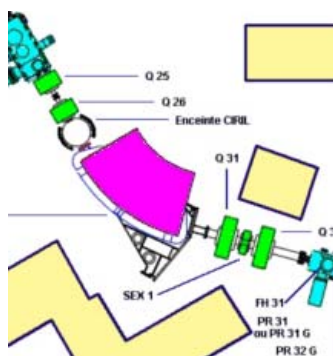
Przykłady sekcji dipolowych



Schemat pojedynczej sekcji dipolowej separatora FRS. Nie pokazano soczewek korekcyjnych. $\rho \approx 11 \text{ m}$.



Podwójna sekcja dipolowa separatora FRS



Sekcja dipolowa separatora LISE $\rho \approx 2.6 \text{ m}$.



146

- Własności optyczne sekcji dipolowej opisuje jedna macierz. W dalszej dyskusji, dla uproszczenia, pomijamy współrzędne prostopadłe do płaszczyzny dyspersyjnej (czyli y i α_y).

Wektor zmiennych : $V = \begin{pmatrix} x \\ \alpha_x \\ \delta \end{pmatrix}$ – położenie horyzontalne (w płaszczyźnie dyspersyjnej),
 $= p_x/p_z = dx/dz$ – kąt w płaszczyźnie horyzontalnej,
 $= \delta p/p_0 = (p - p_0)/p_0 = (B\rho - B\rho_0)/B\rho_0$ – odchylenie pędu (sztywności) od wartości na osi optycznej.

Warunek obrazowania : położenie w ognisku
nie zależy od kąta początkowego

$$B\rho \longleftrightarrow M_{B\rho} = \begin{pmatrix} V & 0 & D \\ W & 1/V & D' \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

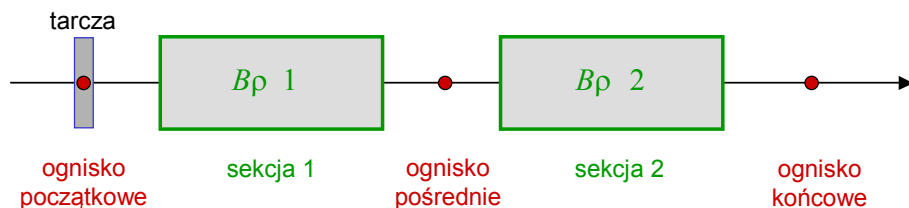
- V – powiększenie liniowe,
- W – powiększenie kątowe,
- D – dyspersja (położenia),
- D' – dyspersja kąta.

Twierdzenia Liouville'a :
objętość przestrzeni fazowej
jest stała $\rightarrow \text{Det}(M) = 1$.



147

Najprostszy separator : dwie sekcje dipolowe



Macierz całego układu :

$$\begin{aligned}
 M = M_{B\rho}(2) \times M_{B\rho}(1) &= \begin{pmatrix} V_2 & 0 & D_2 \\ W_2 & 1/V_2 & D'_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_1 & 0 & D_1 \\ W_1 & 1/V_1 & D'_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} V_1 V_2 & 0 & D_2 + D_1 V_2 \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 + D_1 W_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Jeśli $m_{13}=0$, to cały układ będzie **achromatyczny**. Wymaga to by : $D_2 = -D_1 V_2$

W ognisku końcowym tworzy się obraz „przedmiotu” z ogniska początkowego bez zniekształceń związanych z rozkładem pędu.



148

- ▶ Pierwsza sekcja dipolowa ($B\rho_1$) przepuszcza cząstki, których sztywność magnetyczna zawiera się w pewnym przedziale wokół wartości $B\rho_1$ określonym przez konstrukcję spektrometru (akceptancja) i ew. ustawienie szczelin. Wartość $B\rho_1$ wybiera się dowolnie w granicach zadanych przez konstrukcję magnesów.

Przykład : Separator FRS przepuszcza cząstki o sztywności $B\rho \pm 1.5\%$.
Wartość $B\rho$ może być wybrana w przedziale od 5 do 18 Tm.

- ▶ Jeśli między sekcjami dipolowymi pęd cząstek nie zmienia się (straty energii w ew. detektorach są do zanedbania, lub w ogóle nie występują), to ustawienie drugiej sekcji dipolowej musi odpowiadać pierwszej : $B\rho_2 = B\rho_1$.

Separator przepuszcza wtedy wszystkie cząstki, dla których wartości $\gamma \beta \frac{A}{Q}$ mieszczą się w pewnym przedziale. Ponieważ prędkości wszystkich cząstek są podobne, warunek ten w przybliżeniu oznacza, że : $\frac{A}{Q} \cong \left(\frac{A}{Q}\right)_0 \pm \delta \%$

Ograniczenie to jest zazwyczaj niewystarczające !



149

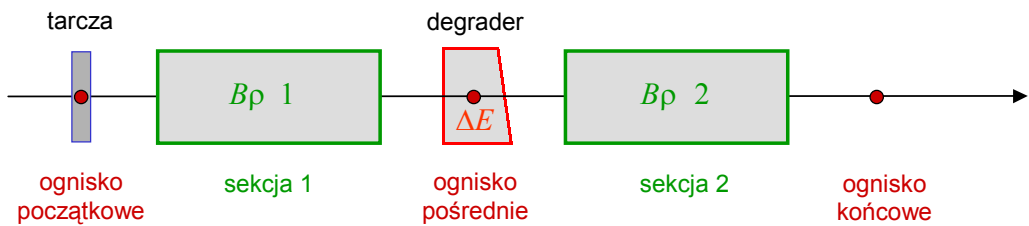
- ▶ W celu dodatkowej selekcji jonów przepuszczanych przez separator, między sekcjami dipolowymi (w ognisku pośrednim) umieszcza się **degrader**.

Sekcja degradera

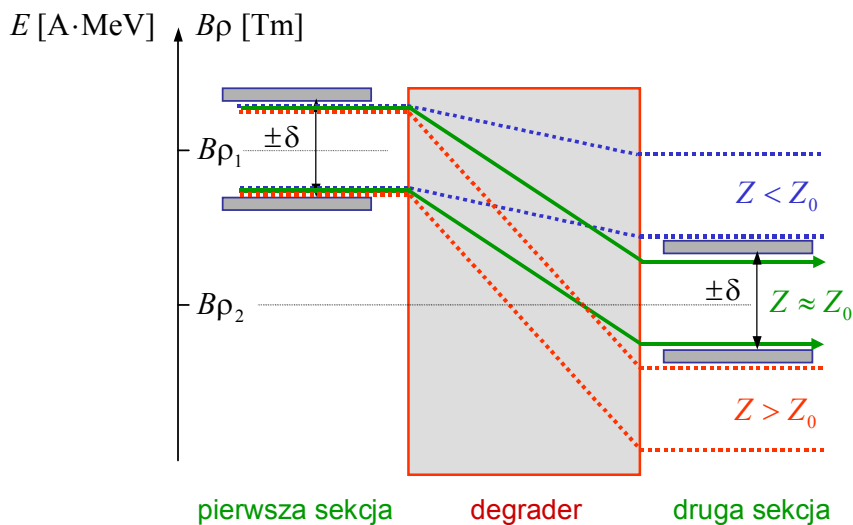


– warstwa materiału, którą umieszcza się na drodze jonów w celu zmniejszenia ich energii kinetycznej (pędu). Zwykle ma kształt klina, tzn. jego grubość zależy od położenia w płaszczyźnie dyspersyjnej (x).

Model separatora fragmentów z degraderem :



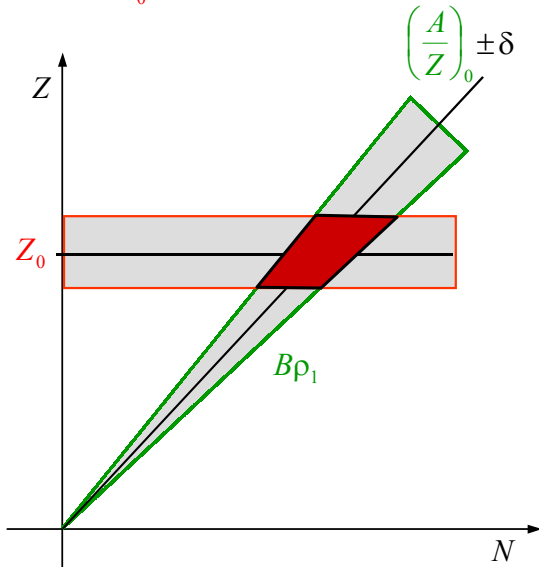
Zasada działania degradera opiera się na tym, że strata energii jonów w materiale, przy określonej prędkości, zależy tylko od Z^2 . Wartość $B\rho_2$ (drugiej sekcji dipolowej) dobiera się tak, aby optymalnie przepuszczać jony o wybranej liczbie Z .



Separacja jonów z degraderem

Załóżmy, że wszystkie jony są całkowicie odarte z elektronów. Wówczas $\frac{A}{Q} = \frac{A}{Z}$.

- Pierwsza sekcja dipolowa przepuszcza jony o ustalonym stosunku $\left(\frac{A}{Z}\right)_0$.
- Przez drugą sekcję (po degraderze) przechodzą już tylko jony w wybranym przedziale $Z_0 \pm dZ$.



$$\frac{A}{Z} = \frac{N+Z}{Z}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{1}{1+A/Z} N$$

$$= \alpha N$$



152

Degrader jako element optyczny

Warstwa materii na drodze jonów zmienia ich prędkości i w ogólności zakłóca optykę spektrometru. Poprzez specjalnie dobrany kształt degradera można zmniejszać te zakłócenia, a nawet modyfikować własności optyczne separatora.

Macierz optyczna dla degradera :

$$\longleftrightarrow M_{\Delta E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ D_K & 0 & V_K \end{pmatrix}$$

D_K – „dyspersja”, czyli jak położenie wpływa na zmianę pędu,
 V_K – „powiększenie”, czyli jak pęd początkowy wpływa na końcowy.

► Do dalszej dyskusji przyjmujemy następujące uproszczenia :

1. Degrader ma kształt klina, tzn. $d(x) = d_0 \left(1 + \frac{x}{x_K} \right) = d_0 + \theta_K x$,

gdzie : d_0 jest grubością na osi optycznej,

$d_0/x_K = \theta_K$ jest kątem jaki tworzy nachylona powierzchnia degradera z osią x – dla $\theta_K = 0$ ma on stałą grubość.



153

2. Zasięg jonów w materiale opisujemy przybliżonym wzorem (patrz str. 89) :

$$r = k \frac{A}{Z^2} \left(\frac{p}{mc} \right)^\lambda = \alpha p^\lambda .$$

► Przy tych założeniach możemy wyznaczyć elementy macierzy $M_{\Delta E}$.

$$\begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_f = D_K x_i + V_K \begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_i$$

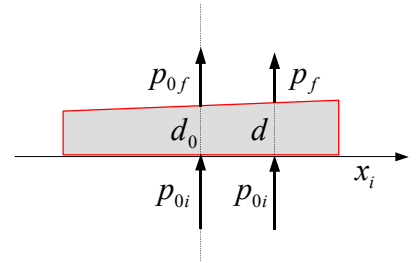
• „Dyspersja” D_K

$$r_{0i} = d_0 + r_{0f} \Rightarrow \alpha p_{0i}^\lambda = d_0 + \alpha p_{0f}^\lambda ,$$

$$p_{0f}^\lambda = p_{0i}^\lambda \left(1 - \frac{d_0}{\alpha p_{0i}^\lambda} \right) \Rightarrow p_{0f} = p_{0i} \left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)^{\frac{1}{\lambda}} ,$$

$$r_{0i} = d + r_f \Rightarrow \alpha p_{0i}^\lambda = d + \alpha p_f^\lambda ,$$

$$\Rightarrow p_f = p_{0i} \left(1 - \frac{d}{r_{0i}} \right)^{\frac{1}{\lambda}} = p_{0i} \left(1 - \frac{d_0 + \theta_K x_i}{r_{0i}} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \cong \underbrace{p_{0i} \left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)^{\frac{1}{\lambda}}}_{p_{0f}} - \frac{\theta_K}{\lambda r_{0i}} \frac{p_{0i} \left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)^{\frac{1}{\lambda}}}{\left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)} x_i ,$$



154

$$p_f \cong p_{0f} - \frac{\theta_K}{\lambda r_{0i}} \frac{p_{0f}}{\left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)} x_i , \quad \begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_f = \frac{p_f - p_{0f}}{p_{0f}} \cong - \frac{\theta_K}{\lambda r_{0i}} \frac{1}{\left(1 - \frac{d_0}{r_{0i}} \right)} x_i ,$$

$$D_K = - \frac{\theta_K}{\lambda} \frac{1}{r_{0i} - d_0} = - \frac{\theta_K}{\lambda} \frac{1}{r_{0f}} = - \frac{1}{\lambda x_K} \frac{d_0 / r_{0i}}{1 - d_0 / r_{0i}} .$$

• „Powiększenie” V_K

$$r_f = \alpha p_f^\lambda , \quad r_{0f} = \alpha p_{0f}^\lambda ,$$

$$p_f = \left(\frac{r_f}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \cong \left(\frac{r_{0f}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\lambda}} + \frac{1}{\lambda \alpha} \left(\frac{r_{0f}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\lambda} - 1} (r_f - r_{0f}) =$$

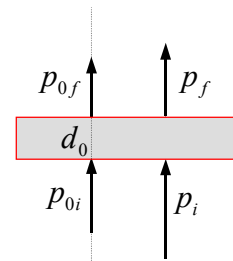
$$= p_{0f} + \frac{1}{\lambda \alpha} \frac{p_{0f}}{r_{0f} / \alpha} (r_f - r_{0f}) = p_{0f} + \frac{1}{\lambda} \frac{p_{0f}}{r_{0f}} (r_f - r_{0f}) ,$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_f = \frac{1}{\lambda} \frac{r_f - r_{0f}}{r_{0f}} , \quad \begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_i = \frac{1}{\lambda} \frac{r_i - r_{0i}}{r_{0i}} , \quad \text{ale } r_f - r_{0f} = r_i - r_{0i} ,$$

bo $r_f - r_i = r_{0f} - r_{0i} = d_0 .$

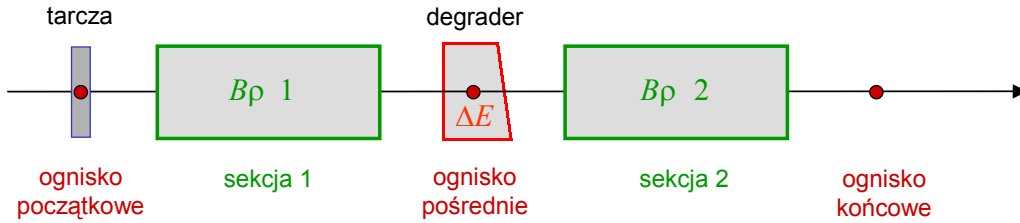
$$\begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_f = \frac{r_{0i}}{r_{0f}} \begin{pmatrix} \delta p \\ p_0 \end{pmatrix}_i$$

$$V_K = \frac{r_{0i}}{r_{0f}} = \frac{r_{0i}}{r_{0i} - d_0} = \frac{1}{1 - d_0 / r_{0i}} = 1 + d_0 / r_{0f} .$$



155

Wracamy do modelu separatora z degraderem :

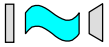


Macierz całego układu :

$$M = M_{B\rho(2)} \times M_{\Delta E} \times M_{B\rho(1)} = \begin{pmatrix} V_2 & 0 & D_2 \\ W_2 & 1/V_2 & D'_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ D_K & 0 & V_K \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_1 & 0 & D_1 \\ W_1 & 1/V_1 & D'_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} V_1 V_2 + V_1 D_2 D_K & 0 & D_1 D_2 D_K + D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 D_K D'_2 + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 D_K D'_2 + D_1 W_2 \\ D_K V_1 & 0 & D_1 D_K + V_K \end{pmatrix}. \quad \text{Det}[M] = V_K.$$

Własność obrazowania jest zachowana, ale własności optyczne zależą od doboru parametrów D_K i V_K . Pojawiają się dzięki temu nowe możliwości.



156

$$\begin{pmatrix} V_1 V_2 + V_1 D_2 D_K & 0 & D_1 D_2 D_K + D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 D_K D'_2 + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 D_K D'_2 + D_1 W_2 \\ D_K V_1 & 0 & D_1 D_K + V_K \end{pmatrix}.$$

1. Tryb monoenergetyczny $m_{33} = 0 \Rightarrow D_K = -\frac{1}{D_1} V_K$

Aby spełnić ten warunek, możemy dowolnie wybrać grubość degradera na osi optycznej (d_0), a następnie odpowiednio dopasować jego nachylenie :

$$D_K = -\frac{\theta_K}{\lambda} \frac{1}{r_{0f}} = -\frac{1}{D_1} \left(1 + \frac{d_0}{r_{0f}} \right),$$

$$\theta_K = \frac{\lambda}{D_1} (d_0 + r_{0f}) = \frac{\lambda}{D_1} r_{0i}$$

Wszystkie jony (ze źródła punkowego w tarczy) mają tę samą energię w ognisku końcowym. Cały układ jest jednak dyspersyjny : $m_{13} = D_1 V_2$.



157

$$\begin{pmatrix} V_1 V_2 + V_1 D_2 D_K & 0 & D_1 D_2 D_K + D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 D_K D'_2 + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 D_K D'_2 + D_1 W_2 \\ D_K V_1 & 0 & D_1 D_K + V_K \end{pmatrix}$$

2. Tryb dopasowanego degradera $m_{33} = 1 \Rightarrow D_K = -\frac{1}{D_1}(V_K - 1)$

Parametry degradera muszą wtedy spełniać związek :

$$D_K = -\frac{\theta_K}{\lambda} \frac{1}{r_{0f}} = -\frac{1}{D_1} \left(1 + \frac{d_0}{r_{0f}} - 1 \right) = -\frac{d_0}{D_1} \frac{1}{r_{0f}}, \quad \text{czyli } \theta_K = \frac{\lambda}{D_1} d_0$$

Macierz układu ma wtedy postać :

$$M = \begin{pmatrix} V_1 V_2 - \frac{V_1 D_2}{D_1} (V_K - 1) & 0 & D_2 + D_1 V_2 \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 W_2 - \frac{V_1 D'_2}{D_1} (V_K - 1) & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 + D_1 W_2 \\ -\frac{V_1}{D_1} (V_K - 1) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Z dokładnością do czynnika $(V_K - 1)$ jest to taka sama macierz jak dla układu bez degradera (patrz Wykład 12, str. 10) ! W szczególności, jeśli układ bez degradera był achromatyczny ($D_2 = -D_1 V_2$), to taki pozostaje.



$$\begin{pmatrix} V_1 V_2 + V_1 D_2 D_K & 0 & D_1 D_2 D_K + D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 D_K D'_2 + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 D_K D'_2 + D_1 W_2 \\ D_K V_1 & 0 & D_1 D_K + V_K \end{pmatrix}$$

3. Tryb achromatyczny $m_{13} = 0 \Rightarrow D_K = -\frac{1}{D_1} \left(V_K + \frac{D_1 V_2}{D_2} \right)$

Uzyskujemy tu tryb achromatyczny nawet wtedy, gdy separator przed włożeniem degradera nie był achromatyczny. Jeżeli był ($D_2 = -D_1 V_2$), to przypadek ten sprowadza się do poprzedniego.

$$\text{Mamy wtedy : } D_K = -\frac{\theta_K}{\lambda} \frac{1}{r_{0f}} = -\frac{1}{D_1} \left(1 + \frac{d_0}{r_{0f}} \right) + \frac{V_2}{D_2},$$

$$\text{czyli : } \theta_K = \frac{\lambda}{D_1} \left(d_0 + r_{0f} \left(1 + \frac{D_1 V_2}{D_2} \right) \right)$$

$$\text{Przypadek szczególny : } \frac{D_1 V_2}{D_2} = -\frac{1}{2}, \Rightarrow D_K = -\frac{1}{D_1} \left(V_K - \frac{1}{2} \right), \quad \theta_K = \frac{\lambda}{D_1} \left(d_0 + \frac{r_{0f}}{2} \right)$$

Nachylenie degradera pośrednie między trybem monoenergetycznym a dopasowanym przez co układ staje się achromatyczny.



$$\begin{pmatrix} V_1 V_2 + V_1 D_2 D_K & 0 & D_1 D_2 D_K + D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 D_K D'_2 + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 D_K D'_2 + D_1 W_2 \\ D_K V_1 & 0 & D_1 D_K + V_K \end{pmatrix}.$$

4. Jednorodny degrader $\theta_K = 0 \Rightarrow D_K = 0$

Macierz układu przyjmuje wtedy postać :

$$M = \begin{pmatrix} V_1 V_2 & 0 & D_1 V_2 + D_2 V_K \\ \frac{W_1}{V_2} + V_1 W_2 & \frac{1}{V_1 V_2} & \frac{D'_1}{V_2} + D'_2 V_K + D_1 W_2 \\ 0 & 0 & V_K \end{pmatrix}.$$

Jest to tryb komplementarny do dopasowanego : pierwsze dwie kolumny są takie, jak dla układu bez degradera.

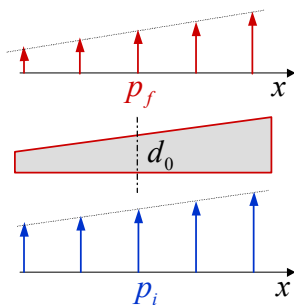
Kładąc $D_2 = \frac{D_1 V_2}{V_K}$ otrzymujemy układ achromatyczny !

Układ taki nosi nazwę spektrometru strat energii.



160

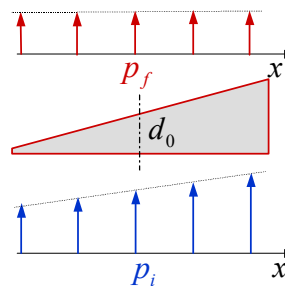
dopasowany (separator achromatyczny)



$$D_K = -\frac{1}{D_1} (V_K - 1)$$

$$\theta_K = \frac{\lambda}{D_1} d_0$$

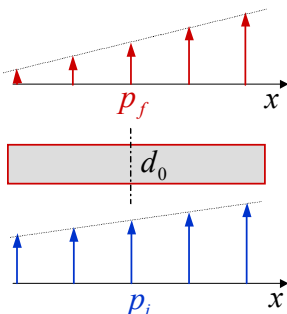
monoenergetyczny



$$D_K = -\frac{1}{D_1} V_K$$

$$\theta_K = \frac{\lambda}{D_1} (d_0 + r_{0,f})$$

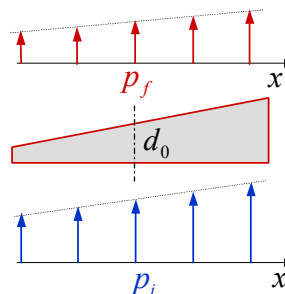
jednorodny



$$D_K = 0$$

$$\theta_K = 0$$

achromatyczny (separator dyspersyjny)



$$D_K = -\frac{1}{D_1} \left(V_K - \frac{1}{2} \right)$$

$$\theta_K = \frac{\lambda}{D_1} \left(d_0 + \frac{r_{0,f}}{2} \right)$$



161

Przykład trybów pracy separatora

- Zależność pędu ($B\rho$) od położenia (x) dla wybranego fragmentu w ognisku końcowym separatora FRS obliczona w przybliżeniu liniowym.

Przykład dla reakcji : $^{238}\text{U} @ 1 \text{ AGeV} + ^9\text{Be} \rightarrow ^{212}\text{Pb}$ (E.Hanelt, Ph.D, TH Darmstadt, 1991)

Parametry w a), b) i c) :

$$D_1 = 6.52 \text{ cm}/\% ,$$

$$D_2 = -8.35 \text{ cm}/\% ,$$

$$V_1 = 0.78 ,$$

$$V_2 = 1.28 ,$$

$$d_0 = 5.3 \text{ g/cm}^2 (\text{Al}) = 2 \text{ cm} ,$$

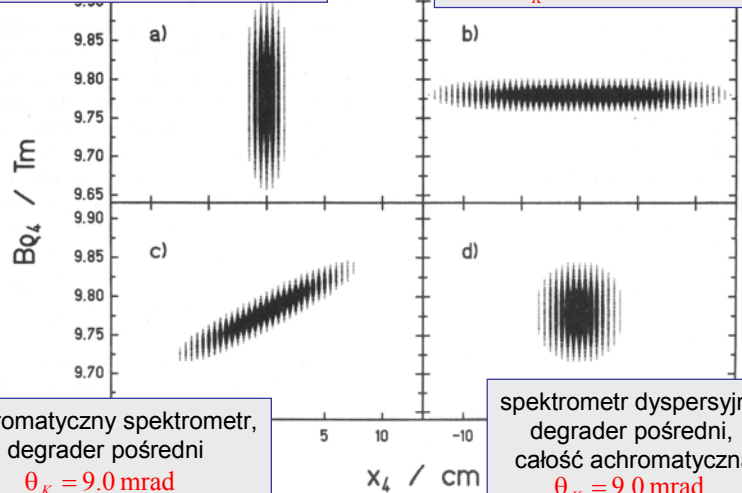
$$V_K = 2 .$$

W przypadku d) D_2 powiększone $2\times$, tak że

$$\frac{D_1 V_2}{D_2} = -\frac{1}{2} ,$$

achromatyczny spektrometr
z dopasowanym degraderem
 $\theta_K = 5.5 \text{ mrad}$

achromatyczny spektrometr,
degrader monoenergetyczny
 $\theta_K = 12.4 \text{ mrad}$



achromatyczny spektrometr,
degrader pośredni
 $\theta_K = 9.0 \text{ mrad}$

spektrometr dyspersyjny,
degrader pośredni,
całość achromatyczna
 $\theta_K = 9.0 \text{ mrad}$

