4. $*$ **Atom wodoru**

Widmo energetyczne atomu wodoru ma postać

$$E_n = -\frac{R}{n^2}$$

gdzie R jest stałą Rydberga. Dodatkowo degenracja n-tego stanu energetycznego wynosi $g_n = n^2$ (jeśli nie rozważamy spinu). Policzmy sumę statystyczną atomu wodoru o temperaturze T. Sumę statystyczną można zapisac w postaci sumy po poziomach energetycznych

$$Z = \sum_n g_n e^{-\beta E_n}$$

gdzie g_n jest degeneracją n-tego poziomu, a E_n - jego energią. Dla atomu wodoru przybierze to postać

$$Z = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{\frac{\beta R}{n^2}}$$

Sumę tę łatwo oszacować z dołu:

$$Z > \sum_{n=1}^{\infty} n^2$$

Jednakże szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$ jest rozbieżny, a więc nasza suma - również. Wzięcie pod uwagę stanów z widma ciągłego rozbieżność tę jeszcze wzmacnia. Wygląda więc na to, że prawdopodobieństwo, że atom wodoru będzie znaleziony w stanie podstawowym (które wynosi $P_0 = e^{\beta R}/Z$) jest równe zeru. Wydaje się to dziwne, bo czasem jednak spotyka się atomy wodoru w stanie podstawowym. Co ciekawe, wynik ten nie zależy od temperatury, a przecież w dostatecznie niskich temperaturach, kiedy kT jest dużo mniejsze niż energia stanów wzbudzonych, spodziewamy się, że $P_0 \to 1$. Czy oznacza to, że fizyka statystyczna nie potrafi opisać nawet atomu wodoru?

Rozwiązania (samodzielne!) nie więcej niż jednego z powyższych problemów można przynieść na pierwszy wykład w Nowym Roku.

Wesołych Świąt!