

## Pytania na egzamin ustny, Analiza III 2015/2016

Ocena udzielonej odpowiedzi:

- sformułowanie twierdzenia/definicji i zilustrowanie przykładem do 5 pkt
  - idea dowodu do 2.5 pkt
  - szczegóły dowodu do 2.5 pkt
  - razem do 10 pkt
- (1) Przestrzeń  $\Omega^k(V)$   $k$ -form na przestrzeni  $\mathbb{R}^n$ . Wymiar przestrzeni  $\Omega^k(V)$ .
  - (2) Iloczyn zewnętrzny  $\omega \wedge \eta$   $k$ -formy  $\omega$  i  $l$ -formy  $\eta$ . Definicja, własności. Dowód łączności operacji  $\wedge$ .
  - (3) Formy różniczkowe  $\Omega_{rozn}^k(\mathcal{O})$  na podzbiornie otwartym  $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^n$ . Pochodna zewnętrzna  $d\omega$   $k$ -formy różniczkowej  $\omega$ . Własności operacji pochodnej zewnętrznej  $d$ .
  - (4) Lemat Poincaré.
  - (5) Singularne  $k$ -kostki i  $k$ -łańcuchy. Brzeg  $\partial c$   $k$ -łańcucha  $c$ . Wykazać  $\partial\partial c = 0$ .
  - (6) Twierdzenie Stokes'a dla  $k$ -łańcuchów.
  - (7) Formy różniczkowe na rozmaitościach  $M$ . Pochodna zewnętrzna formy różniczkowej  $\omega \in \Omega_{rozn}^k(M)$ .
  - (8) Orientacja rozmaitości. Rozmaitości z brzegiem. Indukowana orientacja brzegu. Całkowanie  $k$ -formy różniczkowej po rozmaitości zorientowanej.
  - (9) Twierdzenie Stokes'a na rozmaitościach.
  - (10) Funkcje holomorficzne. Równania Cauchy'ego-Riemanna a holomorficzność.
  - (11) Wzór Cauchy'ego i wyższe pochodne funkcji holomorficznych.
  - (12) Podstawowe twierdzenie algebry.
  - (13) Rozwinięcie w szereg Taylora.
  - (14) Rozwinięcie w szereg Laurenta.
  - (15) Izolowane punkty osobliwe. Residuum izolowanego punktu osobliwego. Obliczanie całek metodą residuów.
  - (16) Całki  $\int_0^{2\pi} Q(\sin(x), \cos(x))dx$  i całki po kości.
  - (17) Całki  $\int_{-\infty}^{\infty} Q(x)$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax}Q(x)$  i całki po dziurce od klucza.
  - (18)  $\infty$  jako izolowany punkt osobliwy. Residuum w  $\infty$ . Zastosowanie w teorii funkcji  $\Gamma$ .
  - (19) Przestrzeń funkcji próbnych i przestrzeń funkcji Schwartza. Dystrybucje i dystrybucje temperowane. Pochodna dystrybucji. Definicje i przykłady.
  - (20) Transformacja Fouriera. Dowód twierdzenia o odwrotnej transformacji Fouriera.
  - (21) Twierdzenia Payleya - Wienera.
  - (22) Zasada nieoznaczoności.

- (23) Dystrybucje okresowe i szeregi Fouriera. Tożsamość Plancherela dla szeregów Fouriera.
- (24) Równania dytrybucyjne, rozwiązanie fundamentalne, spłot dystrybucji.