

## Zbiór zadań wzorcowych do wykładu *Fizyka* dla kierunków *Geologia* oraz *Geologia stosowana*

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Uwagi proszę kierować na adres [Piotr.Niezurawski@fuw.edu.pl](mailto:Piotr.Niezurawski@fuw.edu.pl)

*Gdy jestem pytany, dlaczego zajmuję się nauką, odpowiadam: aby zaspokoić moją ciekawość, gdyż jestem z natury poszukiwaczem zrozumienia. Jeśli nie zdziwiło cię coś przez cały dzień, to nie był on zbyt udany.*

John A. Wheeler (1911–2008)

Zadania na sprawdzianach i egzaminach będą modyfikacjami zadań z tego zbioru. Zadanie za dodatkowe punkty na egzaminie może być spoza tego zestawu. Zbiór jest udostępniony w czterech wersjach:

- 1) z samymi treściami zadań,
- 2) z treściami zadań i wskazówkami
- 2) z treściami zadań i odpowiedziami oraz
- 3) z treściami zadań, wskazówkami i odpowiedziami.

Taka też jest zalecana kolejność korzystania z wersji zbioru.

**Na sprawdzianach i egzaminach należy posiadać kalkulator naukowy!**

## Kinematyka

### 1 Zadanie – Prędkość człowieka

*Joanna Drabarz, update: 2016-07-14, id: pl-prędkość-droga-czas-0003000, diff: 2*

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 116850 metrów w ciągu 285 minut?

**Wskazówka:** Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 410 m.

**Wskazówka:** Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 24600 m.

**Wskazówka:** Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 24,6 km.

**Odpowiedź:** Człowiek porusza się z prędkością 24,6 km/h.

## 2 Zadanie – Prędkość jazdy rowerem

Piotr Nieżurawski, update: 2016-07-30, id: pl-prędkość-droga-czas-0004000-dpc, diff: 3

Jaś wyruszył rowerem z linii startu i jechał ze średnią prędkością 6 m/s. Maciek, który wyruszył 5 s po Jasiu z linii startu, ukończył wyścig 5 s przed Jasiem. Oba chłopcy przebyli tę samą odległość. Z jaką średnią prędkością jechał Maciek, jeśli całą trasę przejechał w trakcie 30 s?

**Wskazówka:** Ile czasu jechał Jaś? Odpowiedź: 40 s.

**Wskazówka:** Jaka była długość trasy? (Jaś...) Odpowiedź: 240 m.

**Odpowiedź:** Maciek jechał z prędkością 8 m/s.

## 3 Zadanie – Samochód

Joanna Drabarz, update: 2016-07-09, id: pl-prędkość-droga-czas-0005000, diff: 2

Samochód pana Krzysztofa spala 4 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 4 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 2 zł?

**Wskazówka:** Na ile litrów benzyny wystarczy równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej? Odpowiedź: 0,5 litra.

**Odpowiedź:** Za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej samochód przejedzie 12 pełnych km.

## 4 Zadanie – Droga do szkoły

Zofia Drabek, update: 2018-10-04, id: pl-prędkość-droga-czas-0004600, diff: 1

Jaś pokonuje swoją drogę do szkoły ze średnią szybkością 21 km/h. Pierwszą część drogi pokonuje rowerem miejskim, a drugą autobusem. Oba odcinki drogi są sobie równe. Rowerem porusza się ze średnią szybkością 19 km/h. Oblicz średnią szybkość jazdy autobusem. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

**Wskazówka:** Zastanów się, w jaki sposób obliczyć średnią szybkość przy znanej szybkości autobusu i roweru. Możesz prowadzić przekształcenia wzorów tak, jakby dystans przejechany przez Jasia do szkoły był znany, zobaczysz, że w późniejszych obliczeniach ten dystans nie będzie istotny.

**Wskazówka:** Przyjmijmy oznaczenia:  $v_a$  - szybkość autobusu,  $v_r$  - szybkość jazdy rowerem,  $v$  - szybkość średnia,  $s$  - długość całej drogi Jasia do szkoły,  $t_a$  - czas jazdy autobusem,  $t_r$  - czas jazdy rowerem.

Średnia szybkość jest to iloraz całej drogi i całego czasu, tj.

$$v = \frac{s}{t_a + t_r}, \quad t_a = \frac{s}{2v_a}, \quad t_r = \frac{s}{2v_r}.$$

Podstawiając odpowiednio czas jazdy autobusem oraz czas jazdy rowerem do pierwszego z równań, otrzymujemy równanie:

$$v = \frac{s}{\frac{s}{2v_a} + \frac{s}{2v_r}}.$$

Po skróceniu przez  $s$  i uproszczeniu równania otrzymujemy:

$$v = \frac{2}{\frac{1}{v_a} + \frac{1}{v_r}}.$$

Jest to tzw. średnia harmoniczna. Końcowy wzór na prędkość autobusu to:

$$v_a = \frac{vv_r}{2v_r - v}.$$

**Odpowiedź:** Autobus jedzie ze średnią szybkością ok. 23 km/h.

## 5 Zadanie – Koło ratunkowe

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-08-06, id: pl-prędkość-droga-czas-0006000-dpc, diff: 2*

Wioślarz płynął łodzią w górę szerokiej, prostej i równomiernie płynącej rzeki. Gdy przepływał pod kładką, z jego łodzi wypadło koło ratunkowe. Po 12 min. wioślarz zauważył zgubę. Natychmiast zaczął płynąć w dół rzeki i dopędził koło w odległości 1200 m od kładki. Oblicz prędkość prądu rzeki względem brzegu w km/h, jeżeli wioślarz cały czas wiosłował z jednakowym wysiłkiem i w jednakowy sposób, a koło od chwili, gdy wypadło z łodzi, nie poruszało się względem wody.

**Wskazówka:** Rozważ całe zdarzenie w układzie związanym z wodą.

**Odpowiedź:** Prędkość prądu rzeki to 3 km/h.

## 6 Zadanie – Startujący samolot

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-07-09, id: pl-kinematyka-0000500-dpc, diff: 1*

Samolot, stojący początkowo na lotnisku, ruszył wzdłuż pasa startowego ze stałym przyspieszeniem  $4 \text{ m/s}^2$ . Jaka prędkość osiągnie po czasie równym  $4 \text{ s}$ ?

**Wskazówka:**  $v = at$

**Odpowiedź:** 16 m/s

## 7 Zadanie – Na zakręcie

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-07-04, id: pl-kinematyka-0002000, diff: 2*

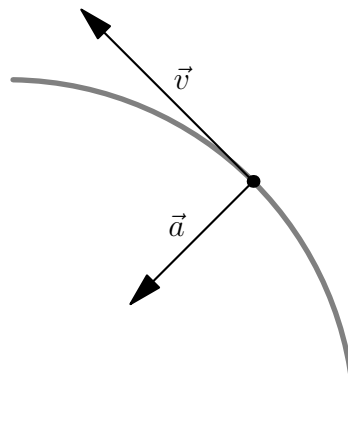
Samochód jedzie po łuku o promieniu  $75 \text{ m}$  ze stałą wartością prędkości  $135 \text{ km/h}$ .

a) Narysuj fragment toru samochodu, zaznacz jego przykładowe położenie i narysuj wektor jego prędkości oraz wektor jego przyspieszenia, opisz elementy rysunku.

b) Oblicz wartość przyspieszenia samochodu w  $\text{m/s}^2$ .

**Wskazówka:** Wartość prędkości (szybkość)  $v = 37,5 \text{ m/s}$ . Przyspieszenie  $a = v^2/R$ .

**Odpowiedź:** a) Wektor prędkości  $\vec{v}$  jest styczny do toru, a wektor przyspieszenia  $\vec{a}$  jest skierowany do środka okręgu, po fragmencie którego porusza się samochód.



b) Wartość przyśpieszenia dośrodkowego to ok.  $18,8 \text{ m/s}^2$ .

## 8 Zadanie – Prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-10-27, id: pl-kinematyka-0010000, diff: 2*

Oblicz prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego w chwili  $t_1 = 4,1 \text{ s}$ , którego położenie na osi  $X$  jest opisane równaniem

$$x(t) = A \left( 1 - e^{-\lambda(t-t_0)} \right)$$

gdzie  $A = 3,1 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,5 \text{ s}^{-1}$  oraz  $t_0 = 1 \text{ s}$ .

**Wskazówka:**  $v = \frac{dx}{dt}$

**Wskazówka:**  $a = \frac{dv}{dt}$

**Odpowiedź:** Prędkość i przyśpieszenie:

$$v(t) = A \lambda e^{-\lambda(t-t_0)}$$

$$v(t_1) \approx 0,329 \text{ m/s}$$

$$a(t) = -A \lambda^2 e^{-\lambda(t-t_0)}$$

$$a(t_1) \approx -0,164 \text{ m/s}^2$$

## 9 Zadanie – Prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego 3D

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-23, id: pl-kinematyka-0010100, diff: 2*

Punkt materialny porusza się w przestrzeni. W wybranym układzie kartezjańskim wektor położenia tego punktu jest równy

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} f_x t^2 + g_x t + h_x \\ g_y t + h_y \\ e_z t^3 + f_z t^2 + g_z t \end{bmatrix}$$

gdzie  $t$  oznacza czas, a wartości stałych wynoszą odpowiednio:

$f_x$	$g_x$	$h_x$	$g_y$	$h_y$	$e_z$	$f_z$	$g_z$
$3 \text{ m/s}^2$	$-1 \text{ m/s}$	$23 \text{ m}$	$5 \text{ m/s}$	$-9 \text{ m}$	$-2 \text{ m/s}^3$	$1 \text{ m/s}^2$	$-5 \text{ m/s}$

Oblicz prędkość i przyspieszenie tego punktu materialnego w chwili  $t_1 = 2$  s.

**Wskazówka:**  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

**Wskazówka:**  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

**Wskazówka:**

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{db_x}{dt} \\ \frac{db_y}{dt} \\ \frac{db_z}{dt} \end{bmatrix}$$

**Wskazówka:**

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 2f_x t + g_x \\ g_y \\ 3e_z t^2 + 2f_z t + g_z \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 2f_x \\ 0 \\ 6e_z t + 2f_z \end{bmatrix}$$

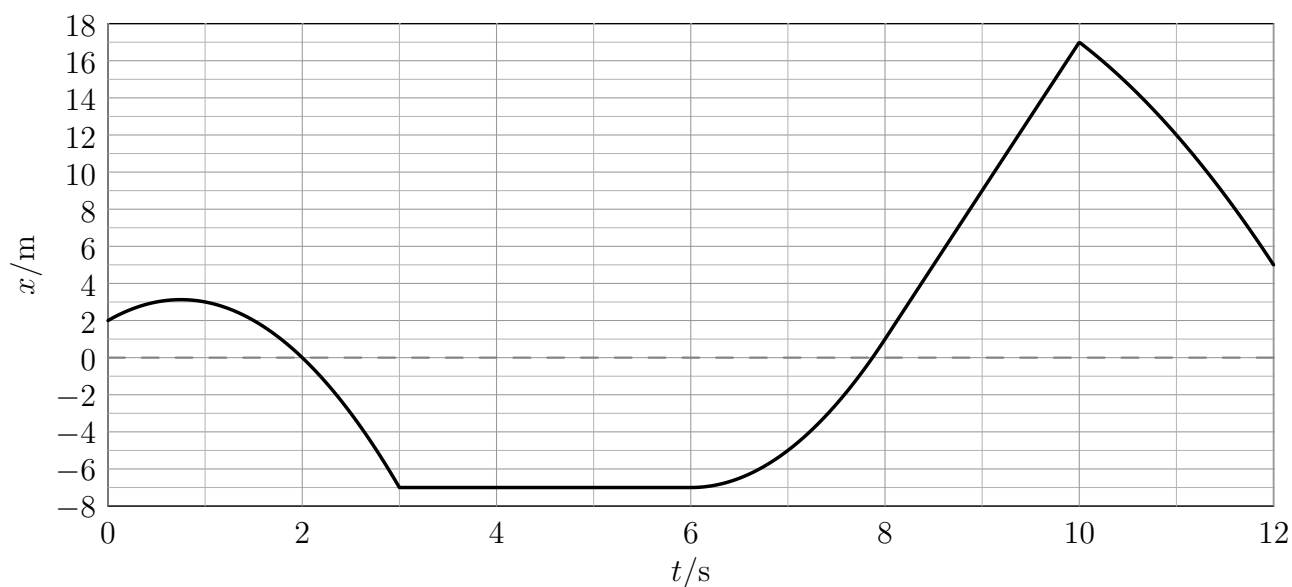
**Odpowiedź:** Prędkość i przyspieszenie:

$$\vec{v}(t_1) = \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \\ -25 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \vec{a}(t_1) = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -22 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## 10 Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-21, id: pl-kinematyka-0001000, diff: 2*

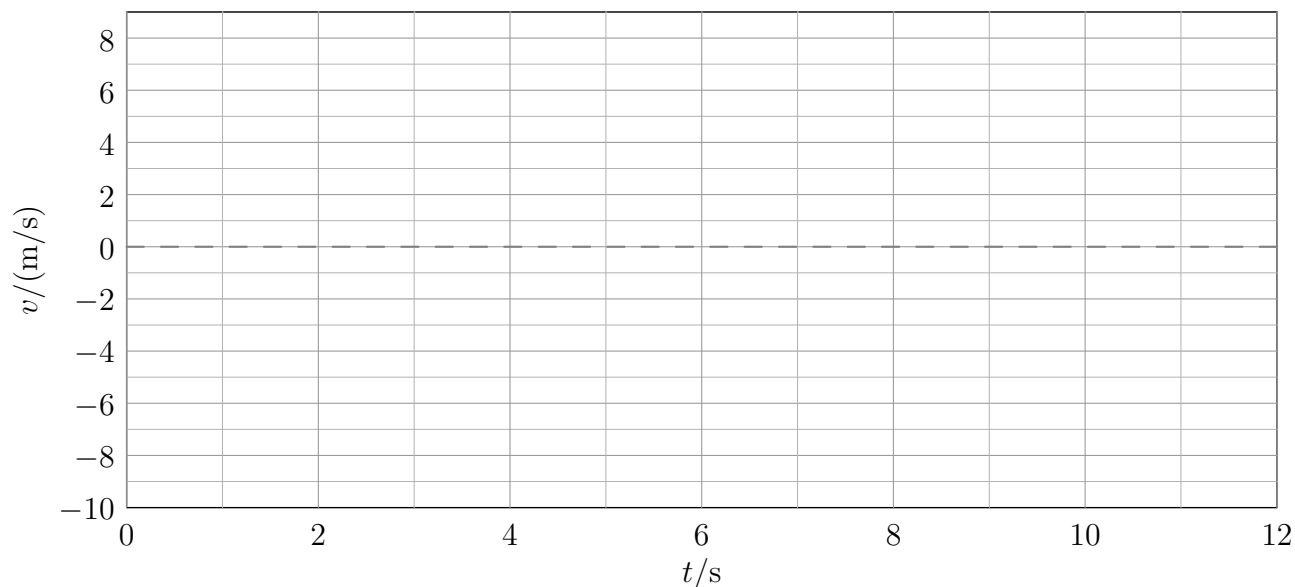
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi  $X$ . Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia  $x$  od czasu  $t$ .



W tabeli podano przyspieszenie  $a$  punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

$t/s$	[0, 3[	]3, 6[	]6, 8[	]8, 10[	]10, 12]
$a/(m/s^2)$	-4	0	4	0	-2

Wykonaj wykres zależności prędkości  $v$  od czasu dla tego punktu materialnego dla  $t \in [0, 12]$  s.



**Wskazówka:** Jeśli  $v$  jest dodatnie, to punkt materialny porusza się zgodnie ze zwrotem osi  $X$ , a jeśli  $v$  jest ujemne, to punkt materialny porusza się w przeciwną stronę.

**Wskazówka:**

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

**Wskazówka:** Wygodniej będzie posłużyć się zmianami wielkości. Po danym interwale czasowym  $\Delta t$  mamy:

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2}a \Delta t^2,$$

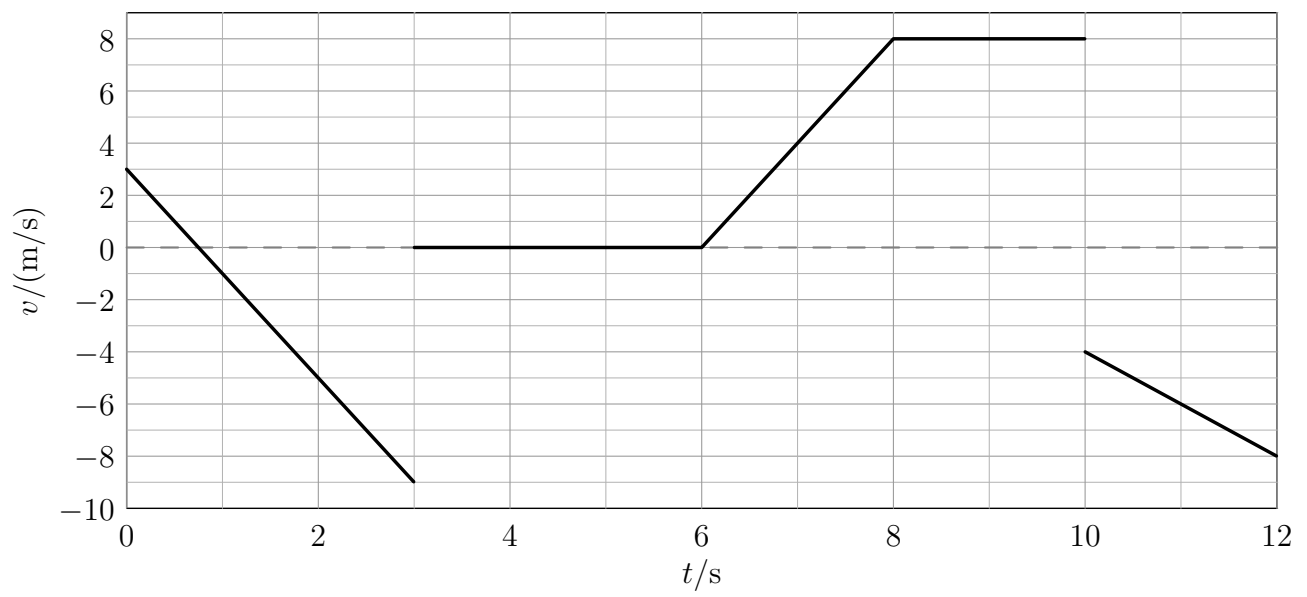
więc prędkość na początku przedziału to

$$v_0 = \Delta x / \Delta t - \frac{1}{2}a \Delta t$$

**Wskazówka:** Na końcu interwału czasowego  $\Delta t$  prędkość to

$$v_f = v_0 + a \Delta t = \Delta x / \Delta t + \frac{1}{2}a \Delta t$$

**Odpowiedź:** Poprawny wykres:



## Dynamika, statyka...

### 11 Zadanie – Statek kosmiczny Zazula

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-03-18, id: pl-dynamika-0000500, diff: 1*

W przestrzeni kosmicznej, z dala od innych ciał spoczywał w układzie inercyjnym statek międzygalaktyczny Zazula. Na skutek eksplozji rozpadł się na trzy części. Jedna część o masie  $15,9 \cdot 10^3$  kg porusza się z szybkością 2,3 m/s. Druga część o masie  $24,4 \cdot 10^3$  kg nadal spoczywa. Oblicz masę trzeciego fragmentu statku, jeśli jego szybkość jest równa 9,1 m/s.

**Wskazówka:** Jakie wielkości są zachowane?

**Wskazówka:** Którą z zachowanych wielkości można obliczyć na podstawie danych?

**Odpowiedź:** Z zasady zachowania pędu układu,  $\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$ , oraz z  $\vec{p}_0 = 0$  i  $\vec{p}_2 = 0$  otrzymujemy:  $\vec{p}_3 = -\vec{p}_1$ . Obliczając wartość obu stron,  $|\vec{p}_3| = |-\vec{p}_1|$ , otrzymujemy równanie  $p_3 = p_1$ , czyli  $m_3 v_3 = m_1 v_1$ , co prowadzi do wyniku:  $m_3 = m_1 v_1 / v_3 \approx 4,02 \cdot 10^3$  kg.

### 12 Zadanie – Spadochroniarz

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0001000, diff: 1*

Spadochroniarz wraz z wyposażeniem ma masę 118 kg i opada na spadochronie pionowo w dół ze stałą prędkością o wartości 6,4 m/s. Dzieje się to około 300 m nad poziomem morza, a przyspieszenie ziemskie jest tam równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Oblicz siłę oporów ruchu działającą na spadochroniarza wraz z jego wyposażeniem.

**Wskazówka:** Jakim ruchem względem Ziemi porusza się spadochroniarz? Jakie siły na niego działają i jaki związek zachodzi między nimi?

**Odpowiedź:** Spadochroniarz porusza się z zerowym przyspieszeniem, a więc wartość siły oporów ruchu jest równa wartości siły ciężkości skoczka:  $Q = mg \approx 1160$  N.

### 13 Zadanie – Zderzenie wagonów

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0002000, diff: 1*

Wagon kolejowy o masie 42 ton, jadąc po poziomych torach z prędkością o wartości 2,8 m/s, uderzył w stojący skład 6 wagonów. Po zderzeniu wszystkie wagony poruszają się razem, ze stałą prędkością. Wszystkie wagony są identyczne. Można pominąć wpływ zewnętrznych sił poziomych. Oblicz:

- wartość prędkości, z jaką poruszają się wagony tuż po zderzeniu i połączeniu,
- o ile zmniejszyła się na skutek szepienia wagonów energia kinetyczna ich ruchu postępowego.

**Wskazówka:** Z jakiej zasady zachowania można skorzystać?

**Wskazówka:** Zasada zachowania pędu (składowa pozioma) prowadzi do równania  $mv_0 = (n+1)mv$ , a więc po szepieniu skład porusza się z prędkością  $v = 0,4$  m/s.



**Odpowiedź:**

- a) Po szczepieniu skład porusza się z prędkością  $v = 0,4$  m/s.  
b) Energia kinetyczna ruchu postępowego zmniejszyła się o  $\Delta E_k = m(v_0^2 - (n+1)v^2)/2 \approx 141$  kJ.

**14 Zadanie – Kula w polu dwóch sił**

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-16, id: pl-dynamika-0004000, diff: 2*

Kula o masie 10 kg porusza się pod wpływem siły ciężkości oraz poziomo skierowanej, stałej siły elektrostatycznej. Wpływ innych sił jest pomijalny. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8$  m/s<sup>2</sup>. Wartość siły elektrostatycznej to 99 N. Oblicz:

- a) wartość wypadkowej siły działającej na kulę,  
b) wartość przyspieszenia kuli,  
c) wartość prędkości kuli po czasie 6 s, zakładając, że początkowo znajdowała się ona w spoczynku.

**Wskazówka:** Pod jakim względnym kątem skierowane są dwie siły? Z jakiego twierdzenia dotyczącego trójkąta prostokątnego można skorzystać?

**Wskazówka:** Wartość wypadkowej siły to ok. 139 N. Z której zasady dynamiki należy skorzystać, by obliczyć przyspieszenie kuli?

**Wskazówka:** Wartość przyspieszenia to ok. 13,9 m/s<sup>2</sup>. Przyspieszenie to jest stałe. Jaką prędkość po czasie  $t$  osiągnie ciało poruszające się ze stałym przyspieszeniem  $a$ ?

**Odpowiedź:**

- a) Wartość wypadkowej siły (po skorzystaniu z twierdzenia Pitagorasa) to ok. 139 N.  
b) Wartość przyspieszenia to  $a = F/m \approx 13,9$  m/s<sup>2</sup>.  
c) Wartość prędkości po czasie  $t$  to  $v = at \approx 83,6$  m/s.

**15 Zadanie – Przyspieszenie planety**

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-03-19, id: pl-dynamika-0008000, diff: 1*

Oblicz wartość przyspieszenia, z jakim porusza się planeta MLMC wokół gwiazdy PRPL. Przyjmij, że MLMC i PRPL są punktami materialnymi o masach odpowiednio  $7,48 \cdot 10^{24}$  kg i  $3,08 \cdot 10^{30}$  kg, a planeta porusza się ze stałą szybkością w odległości  $451 \cdot 10^6$  km od gwiazdy. Stała grawitacji  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Zagadnienie rozważ w układzie inercjalnym. Wpływ innych ciał jest nieistotny.

**Wskazówka:** Jaka siła działa na planetę?

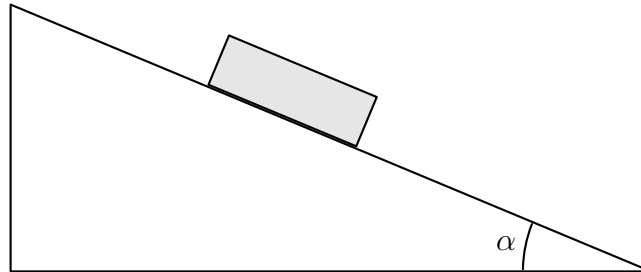
**Wskazówka:** Jak powiązane są przyspieszenie i siła?

**Odpowiedź:** Planeta porusza się z przyspieszeniem o wartości  $a = GM/r^2 \approx 1,01 \cdot 10^{-3}$  m/s<sup>2</sup>.

## 16 Zadanie – Równia pochyła (rysunek)

Piotr Nieżurawski, update: 2018-05-14, id: pl-dynamika-0006450, diff: 1

Po idealnie śliskiej, nieruchomej równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu  $\alpha = 14^\circ$  zsuwa się cegła o masie 4,7 kg. Oblicz przyśpieszenie cegły. Pomiń wpływ oporu powietrza. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Wartość kąta  $\alpha$  na rysunku może być inna od podanej.



**Wskazówka:** Jakie siły działają na cegłę?

**Wskazówka:** W którym kierunku cegła się nie porusza?

**Wskazówka:** Ile wynosi składowa przyśpieszenia ziemskiego równoległa do równi?

**Odpowiedź:** Cegła porusza się z przyśpieszeniem równoległym do równi o wartości  $a = g \sin \alpha \approx 2,37 \text{ m/s}^2$ , w dół równi.

## 17 Zadanie – Ukośna siła

Magda Gładka, update: 2018-02-08, id: pl-dynamika-0007100, diff: 2

Na poziomej podłodze znajduje się początkowo spoczywający klocek o masie 0,7 kg. Przykładamy do niego siłę  $F = 8 \text{ N}$  skierowaną pod kątem  $\alpha = 45^\circ$  do poziomu. Przyjmij, że współczynnik tarcia kinetycznego i statycznego klocka o podłogę wynosi 0,1.

- Oblicz przyśpieszenie klocka.
- Jaką drogę pokona klocek w ciągu pierwszych pięciu sekund ruchu?
- Jaką drogę pokona klocek w trzeciej sekundzie ruchu?



**Wskazówka:** Przyśpieszenie klocka o masie  $m$  wynosi

$$a = \frac{F \cos \alpha - f(mg - F \sin \alpha)}{m},$$

gdzie  $f$  to współczynnik tarcia klocka o podłogę.

**Wskazówka:** Związek między przyśpieszeniem a drogą w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej

$$s = \frac{1}{2}at^2.$$

**Odpowiedź:**

- a) Przyspieszenie klocka wynosi  $a \approx 7,91 \text{ m/s}^2$ .  
 b) Droga, jaką pokona ciało w ciągu pierwszych 5 sekund ruchu, wynosi  $s_{0 \rightarrow 5} = \frac{1}{2}at^2 \approx 98,9 \text{ m}$ , gdzie  $t$  to czas.  
 c) Droga, jaką pokona ciało w trzeciej sekundzie ruchu, wynosi  $s_3 = s_{0 \rightarrow 3} - s_{0 \rightarrow 2} \approx 19,8 \text{ m}$ .

**18 Zadanie – Obrót Ziemi**

*Magda Gładka, update: 2017-10-01, id: pl-dynamika-0008060, diff: 2*

Oblicz:

- a) z jaką prędkością liniową na równiku powinna obracać się Ziemia wokół własnej osi, aby ciężar człowieka stojącego na równiku stanowił 88% siły grawitacji działającej na niego.  
 b) ile wynosi ciężar człowieka o masie 59 kg na równiku, jeżeli liniowa prędkość Ziemi, wynikająca z jej ruchu obrotowego, w tym miejscu wynosi 1667 km/h.  
 Przyjmij, że przyspieszenie grawitacyjne na równiku jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:** W układzie nieinercyjnym związanym z Ziemią na człowieka, stojącego na równiku, działa siła grawitacji, z którą jest on przyciągany i siła odśrodkowa bezwładności. Ciężar człowieka  $Q$  jest to wypadkowa tych dwóch sił

$$Q = G \frac{Mm}{R^2} - \frac{mV^2}{R},$$

$$Q = kmg,$$

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

gdzie  $G$  to stała grawitacji,  $M$  i  $m$  to odpowiednio masa Ziemi i człowieka, a  $g$  to przyspieszenie ziemskie wynikające tylko z oddziaływania grawitacyjnego.

**Odpowiedź:**

- a) Prędkość liniowa Ziemi na równiku powinna wynosić  $V = \sqrt{Rg(1 - k)} \approx 2740 \text{ m/s}$ , gdzie  $R$  to promień Ziemi, a  $k = 0,88$ .  
 b) Ciężar człowieka na równiku wynosi ok. 576 N.

**19 Zadanie – Rozpędzanie z oporem**

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-15, id: pl-dynamika-0006800, diff: 1*

Na lodowisku stoi łyżwiarz o masie 61 kg. Kolega rozpędza go, działając na łyżwiarza poziomą siłą o wartości 48 N na drodze 2,6 m. Wiedząc, że działająca na łyżwiarza pozioma siła oporu ma wartość 12 N, oblicz szybkość, z jaką łyżwiarz będzie się poruszać po rozpędzeniu.

**Wskazówka:** Jak praca wypadkowej siły związana jest ze zmianą szybkości ciała?

**Wskazówka:** Wartość wypadkowej siły działającej na łyżwiarza to  $F - T$ , gdzie  $F$  to wartość siły rozpędzającej, a  $T$  to wartość siły oporu.

**Wskazówka:** Praca wypadkowej siły na drodze  $S$ , czyli  $W = (F - T)S$ , jest równa zmianie energii kinetycznej łyżwiarza.

**Odpowiedź:** Końcowa szybkość łyżwiarza o masie  $m$  będzie równa  $v = \sqrt{2(F - T)S/m} \approx 1,75$  m/s.

## 20 Zadanie – Spacer z sankami

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-10-27, id: pl-dynamika-0007000, diff: 1*

Dziecko ciągnie sanki ze stałą prędkością, po poziomym boisku, wzdłuż odcinka o długości 20 m. Oblicz pracę, jaką wykona ono przy ciągnięciu, jeśli siła napięcia sznurka wynosi 62 N i tworzy on kąt  $35^\circ$  z poziomem.

**Wskazówka:** Jak obliczyć składową poziomą siły?

**Odpowiedź:** Dziecko wykona pracę równą  $W = Fs \cos \alpha \approx 1020$  J.

## 21 Zadanie – Cegły z wykopaliska

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-20, id: pl-dynamika-0005000, diff: 1*

Ilu studentów archeologii potrzeba, by wynieść 2600 cegieł z wykopaliska? Każda z cegieł ma masę 3 kg, a każdy student może wykonać pracę 32000 J, niosąc cegły samodzielnie albo w grupie. Każdą cegłę należy przenieść o 17 m wyżej w polu grawitacyjnym o natężeniu 9,8 N/kg.

**Wskazówka:** O ile zmieni się energia potencjalna cegieł?

**Wskazówka:** Ilu studentów potrzeba, by zmienić energię potencjalną cegieł o 1299480 J? Zwróć uwagę na fakt, że część studenta nie może wnosić cegieł :-)

**Odpowiedź:** Minimalna liczba studentów potrzebna do wniesienia cegieł to 41.

## 22 Zadanie – Wahadło

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-20, id: pl-dynamika-0006000, diff: 1*

Kulkę o masie 30 dag zawieszoną na długiej, nierozciągliwej i bardzo lekkiej nici przymocowanej do nieruchomego zaczepu wychylono z położenia równowagi tak, że podniosła się ona na wysokość 5 cm. Nici cały czas była napięta. Po wypuszczeniu kulka wykonuje ruch wahadłowy. Zaniedbując opory ruchu, oblicz wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi. Przyjmij, że przyspieszenie grawitacyjne jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:** Z jakiej zasady zachowania możesz skorzystać?

**Wskazówka:** Korzystając z równania opisującego zasadę zachowania energii mechanicznej, oblicz wartość prędkości kulki w najniższym punkcie jej toru.

**Odpowiedź:** Wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi to ok. 0,99 m/s.

## 23 Zadanie – Lot mionu

*Piotr Nieżurawski, update: 2019-09-23, id: pl-szczególna-teoria-względności-0001000, diff: 1*

Mion leci ze stałą prędkością  $1,7 \cdot 10^8$  m/s względem laboratorium. W układzie związanym z mionem rozpadł się on po czasie  $1,2 \mu\text{s}$  od początku lotu. Ile czasu trwał lot mionu w układzie związanym z laboratorium? Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**Wskazówka:** Czas lotu zmierzony w układzie związanym z laboratorium,  $t$ , będzie dłuższy niż czas zmierzony w układzie związanym z mionem,  $t_0$ .

**Odpowiedź:** W układzie związanym z laboratorium czas lotu mionu

$$t = \gamma t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} t_0 \approx 1,46 \mu\text{s}$$

gdzie  $\beta = v/c$ ,  $v$  jest prędkością mionu, a  $c$  prędkością światła w próżni.

## 24 Zadanie – Przyssawka

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-03-28, id: pl-statyka-0001000, diff: 1*

Oblicz maksymalną masę odważnika, który może wisieć przyczepiony do okrągłej przyssawki przylegającej do poziomego sufitu. Średnica przyssawki jest równa 35 cm. Przyjmij, że między przyssawką a sufitem jest próżnia, ciśnienie atmosferyczne jest równe 1018 hPa, a przyspieszenie ziemskie  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:**  $F = p A$

**Wskazówka:**  $A = \pi(d/2)^2$

**Wskazówka:**  $F \approx 9790 \text{ N}$ .

**Wskazówka:**  $m = F/g$

**Odpowiedź:** Maksymalna masa odważnika jest równa ok. 999 kg.

## 25 Zadanie – Pod wodą

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-21, id: pl-statyka-0002000, diff: 1*

Oblicz ciśnienie wody działające na nurka znajdującego się na głębokości 20 m. Przyjmij gęstość wody  $1022 \text{ kg/m}^3$  oraz natężenie pola grawitacyjnego  $9,8 \text{ N/kg}$ .

**Wskazówka:**  $p = dgh$

**Odpowiedź:** Ciśnienie wody jest równe ok. 200 kPa. Jeśli chcesz uwzględnić ciśnienie atmosferyczne, to należy dodać ok. 100 kPa.

## 26 Zadanie – Prasa hydrauliczna

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-28, id: pl-statyka-0003000, diff: 1*

Dwa walcowe tłoki prasy hydraulicznej mogą poruszać się w pionie. Gdy są nieobciążone, znajdują się na tym samym poziomie. Mniejszy tłok ma średnicę 7 cm, a duży średnicę 53 cm. Jaki odważnik trzeba umieścić na małym tłoku, by utrzymać bryłę o masie 1200 kg leżącą na dużym tłoku?

**Wskazówka:**  $p = mg/S$ , gdzie  $S = \pi r^2$

**Wskazówka:**  $p_1 = p_2$

**Odpowiedź:** Na małym tłoku należy umieścić odważnik o masie ok. 20,9 kg.

## 27 Zadanie – Kula w cieczy

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-29, id: pl-dynamika-0004500, diff: 1*

Pełna kula wykonana z materiału o gęstości  $1000 \text{ kg/m}^3$  pływa w cieczy o gęstości  $1500 \text{ kg/m}^3$ . Cały układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Oblicz stosunek objętości tej części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli.

**Wskazówka:** Jakie siły działają na kulę?

**Wskazówka:** Jaka jest wartość wypadkowej siły?

**Wskazówka:**  $V_2 d_l g = V d_b g$

**Wskazówka:**  $V_1 + V_2 = V$

**Wskazówka:**  $V_1/V = 1 - V_2/V$

**Odpowiedź:** Stosunek objętości części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli jest równy  $1 - d_b/d_l \approx 0,333$ .

## 28 Zadanie – Wąż ogrodowy

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-08-29, id: pl-prędkość-droga-czas-0007000, diff: 1*

Gumowy wąż ogrodowy o wewnętrznej średnicy 12 mm zakończony jest otworem o średnicy 4 mm. Z jaką szybkością wylatuje woda z otworu, jeśli w wężu porusza się ona z szybkością 60 cm/s?

**Wskazówka:** Skorzystaj z tego, że wodę w tym przypadku można uznać za ciecz nieściśliwą.

**Wskazówka:**  $v_1 t A_1 = v_2 t A_2$ , gdzie  $A_i \propto d_i^2$

**Odpowiedź:** Szybkość wody w otworze to ok. 540 cm/s.

## 29 Zadanie – Rura z przewężeniem

*Piotr Nieżurawski, update: 2019-09-20, id: pl-hydrodynamika-0001000, diff: 1*

Całym wnętrzem poziomo umieszczonej rury płynie woda. Rura posiada przewężenie, przez które woda przepływa z szybkością 61 cm/s. Przed przewężeniem woda płynie z szybkością 48 cm/s. Pomiń efekty związane z lepkością i ściśliwością. Przepływ jest laminarny. Gęstość wody jest równa 1000 kg/m<sup>3</sup>.

- Oblicz zmianę ciśnienia między dwoma punktami znajdującymi się na osi rury, z czego pierwszy punkt znajduje się przed przewężeniem, a drugi w przewężeniu.
- Napisz, w którym z punktów ciśnienie jest większe.

**Wskazówka:** Skorzystaj z równania Bernoulliego.

**Wskazówka:** Ciecz przemieszcza się w poziomie.

**Wskazówka:** Ciśnienia  $p_i$  oraz szybkości  $v_i$  przed ( $i = 1$ ) i w przewężeniu ( $i = 2$ ) spełniają równanie

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

gdzie  $\rho$  jest gęstością wody.

**Odpowiedź:**

- Zmiana ciśnienia  $\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) \approx -70,9$  Pa.
- Ciśnienie jest większe przed przewężeniem.

## Termodynamika

### 30 Zadanie – Ogrzewanie wody

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000400, diff: 1

Ile ciepła należy dostarczyć 300 g wody, aby ogrzać ją o 30 K? Wynik wyraż w kJ. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K).

**Wskazówka:**

$$c_w = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

$c_w$  - ciepło właściwe,  $Q$  - przekazane ciepło,  $\Delta T$  - zmiana temperatury.

**Odpowiedź:** Należy dostarczyć 37,8 kJ.

### 31 Zadanie – Ochładzanie sali

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-22, id: pl-ciepło-0000500, diff: 2

W pomieszczeniu są klimatyzatory o maksymalnej mocy chłodniczej 4 kW. W sali znajduje się 38 studentów. Można przyjąć, że każdy z nich wydziela ciepło z szybkością około 340 kJ/godz. W pomieszczeniu znajduje się także 19 żarówek, każda o mocy 80 W. Ponieważ na zewnątrz panuje wysoka temperatura, przez ścianę przenika ciepło z szybkością 6 MJ/godz. Ile klimatyzatorów powinno być włączonych, jeśli powietrze w pomieszczeniu ma być utrzymywane w stałej temperaturze 20°C?

**Wskazówka:** Oblicz ilość wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy przez studentów, żarówki oraz ciepło przepływające przez ściany.

**Wskazówka:** Moc działających klimatyzatorów musi być równa ilości wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy.

**Odpowiedź:** Powinny być włączone 2 klimatyzatory.

### 32 Zadanie – Parowanie wody

Małgorzata Berajter, update: 2017-07-15, id: pl-ciepło-0000900, diff: 1

Do naczynia zawierającego 0,4 kg wody włożono grzałkę o mocy 700 W, a następnie doprowadzono wodę do wrzenia. Ile wody wyparowało w ciągu 5 minut wrzenia? Przyjmij, że ciepło parowania wody wynosi 2270 kJ/kg.

**Wskazówka:**

$$Q = P \cdot t$$

$Q$  - przekazane ciepło,  $P$  - moc grzałki,  $t$  - czas.

**Wskazówka:** Wykonaj bilans energetyczny.



**Odpowiedź:** Wyparowało 92,5 g wody.

### 33 Zadanie – Lód w ciepłej wodzie

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-22, id: pl-ciepło-0001000, diff: 1*

Blok lodu o temperaturze  $-6^{\circ}\text{C}$  i masie 390 g włożono do 1800 g wody o temperaturze  $65^{\circ}\text{C}$ . Oblicz końcową temperaturę układu, zakładając, że nie następuje wymiana ciepła z otoczeniem. Przyjmij wartości: ciepła właściwego lodu  $2050\text{ J}/(\text{kg K})$ , ciepła topnienia lodu  $334\text{ kJ}/\text{kg}$ , ciepła właściwego wody (cieczy)  $4200\text{ J}/(\text{kg K})$ .

**Wskazówka:** Układ jest izolowany, całkowita energia nie zmieniła się.

**Wskazówka:** Wykonaj bilans energetyczny.

**Wskazówka:**  $(0^{\circ}\text{C} - T_i)c_i m_i + m_i l_i + (T_f - 0^{\circ}\text{C})m_i c_w + (T_f - T_w)m_w c_w = 0$

**Odpowiedź:** Końcowa temperatura układu  $T_f = (T_w m_w c_w + (T_i c_i - l_i) m_i) / [(m_i + m_w) c_w] \approx 38,7^{\circ}\text{C}$ .

### 34 Zadanie – Granitowa płyta

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-19, id: pl-ciepło-0002000, diff: 1*

Powierzchnia płyty granitowej to  $138 \cdot 10^3\text{ m}^2$ , a jej grubość 4 m. Pod płytą panuje temperatura  $40^{\circ}\text{C}$ , a nad płytą  $-2^{\circ}\text{C}$ . Oblicz ciepło przepływające przez płytę w trakcie jednej minuty, jeśli współczynnik przewodnictwa cieplnego granitu jest równy  $2,62\text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m})$ .

**Wskazówka:** Strumień ciepła jest wprost proporcjonalny do różnicy temperatur,  $\Delta T$ , i powierzchni,  $A$ , a odwrotnie proporcjonalny do grubości,  $h$ .

**Wskazówka:** Strumień ciepła:  $H = k A \Delta T / h$

**Wskazówka:** Ciepło:  $Q = Ht$ , gdzie  $t$  to czas.

**Odpowiedź:** Ciepło:  $Q \approx 228\text{ MJ}$ .

### 35 Zadanie – Wydłużenie szyny

*Piotr Nieżurawski, update: 2016-10-30, id: pl-ciepło-0003000, diff: 1*

Oblicz, o ile zmieni się długość stalowej szyny po ogrzaniu jej do temperatury  $16^{\circ}\text{C}$ , jeśli jej długość przy temperaturze  $5^{\circ}\text{C}$  jest równa 10 m. Współczynnik rozszerzalności cieplnej użytej stali jest równy  $0,99 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .

**Wskazówka:** Wydłużenie jest wprost proporcjonalne do różnicy temperatur i początkowej długości.

**Odpowiedź:** Wydłużenie szyny:  $\Delta l = \alpha \Delta T l \approx 1,09\text{ mm}$ .

### 36 Zadanie – Lodowiec

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-04, id: pl-ciepło-0004000, diff: 1*

Oszacuj masę stopionego lodu z lodowca, który zsunął się i zatrzymał w dolinie. Początkowo lodowiec spoczywał na wysokości 233 m nad doliną i miał masę  $6 \cdot 10^9$  kg. Załóż, że energia tracona przez zsuwający się lodowiec i spływającą wodę powstałą podczas topnienia lodowca powoduje dalsze topnienie lodu. Przyjmij ciepło topnienia lodu 334 kJ/kg. Przyspieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Wskazówka:** Zmiana energii potencjalnej jest równa energii, która została zużyta na stopienie lodu.

**Odpowiedź:** Masa stopionego lodu to około  $m_i = m_0 gh/l \approx 41 \cdot 10^6$  kg, gdzie  $m_0$  jest początkową masą lodowca,  $h$  zmianą wysokości lodowca,  $l$  ciepłem topnienia lodu, a  $g$  wartością przyspieszenia ziemskiego. Oszacowanie to m.in. zakłada, że  $h$  jest zmianą wysokości środka masy lodowca razem z powstałą z niego wodą.

### 37 Zadanie – Zmiana energii wewnętrznej układu

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-30, id: pl-termodynamika-0003000, diff: 1*

W pewnym procesie dostarczyliśmy do układu ciepło o wartości 250 J, wykonaliśmy pracę nad tym układem (np. sprężając go) o wartości 80 J oraz odebraliśmy od układu ciepło o wartości 150 J, a układ wykonał pracę o wartości 40 J. Oblicz zmianę energii wewnętrznej tego układu wskutek opisanego procesu.

**Wskazówka:**  $\Delta U = Q + W$ , gdzie  $Q$  jest ciepłem dostarczanym do układu, a  $W$  jest pracą wykonywaną nad układem.

**Odpowiedź:** Zmiana energii wewnętrznej układu:  $\Delta U = Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 140$  J. Zauważ, że  $Q_2 < 0$  oraz  $W_2 < 0$ .

### 38 Zadanie – Entropia i porcja wody

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-05, id: pl-termodynamika-0010000, diff: 1*

Oblicz zmianę entropii wody o masie 42 g podczas przemiany jej stanu z ciekłego (płyn) w stan gazowy (para) w temperaturze wrzenia pod ciśnieniem 1 atm. Przyjmij ciepło parowania równe 2257 kJ/kg.

**Wskazówka:** Zmiana entropii  $\Delta S = Q/T$ , gdzie  $Q$  – ciepło,  $T$  – temperatura (w K).

**Wskazówka:**  $Q = mL$ , gdzie  $m$  – masa wody,  $L$  – ciepło przemiany.

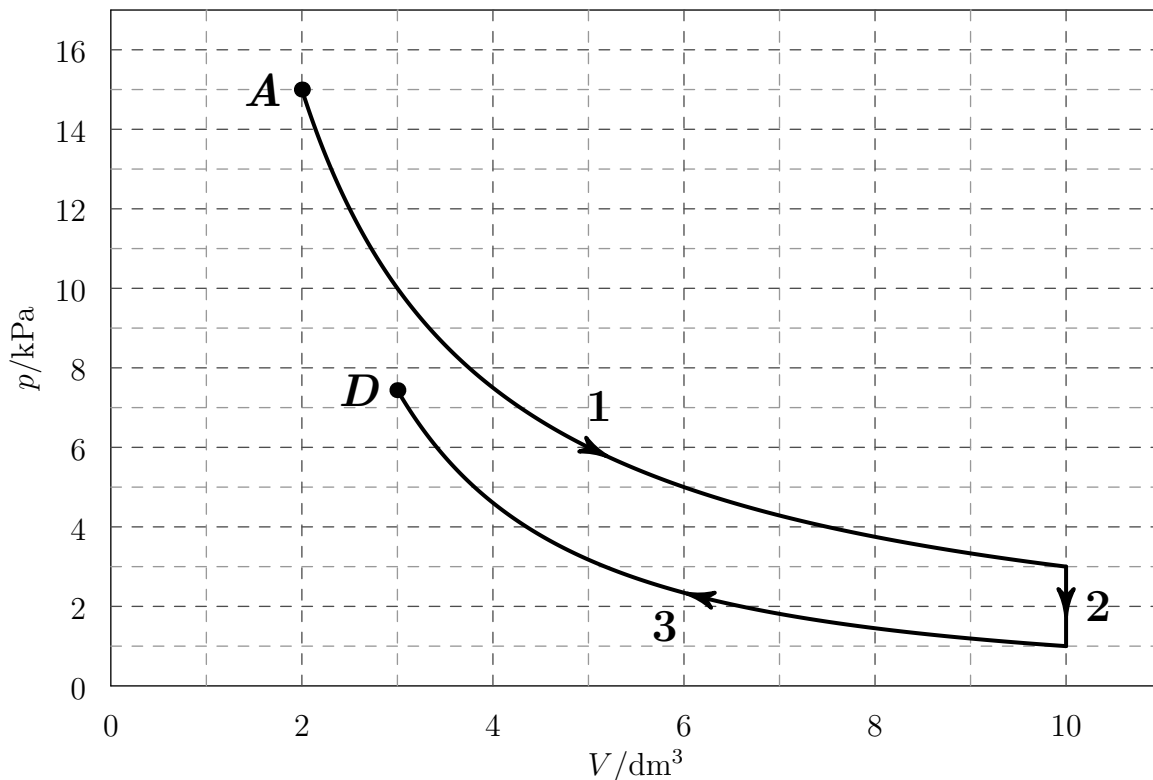
**Odpowiedź:** Zmiana entropii:  $\Delta S \approx 94794 \text{ J} / 373 \text{ K} \approx 254 \text{ J/K}$ .

### 39 Zadanie – Przemiany gazowe

Piotr Nieżurawski, update: 2018-05-14, id: pl-termodynamika-0020000, diff: 1

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie  $p$  oznacza ciśnienie gazu, a  $V$  jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt  $A$ . Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.

- Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
- Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
- Czy gaz w punkcie  $D$  ma większą temperaturę niż w punkcie  $A$ ?
- Czy z punktu  $D$  może ta porcja gazu dotrzeć do punktu  $A$  w przemianie izobarycznej?



**Wskazówka:** W przemianie 1 iloczyn  $pV$  jest stały.

**Wskazówka:** Dla gazu doskonałego  $T \propto pV$ .

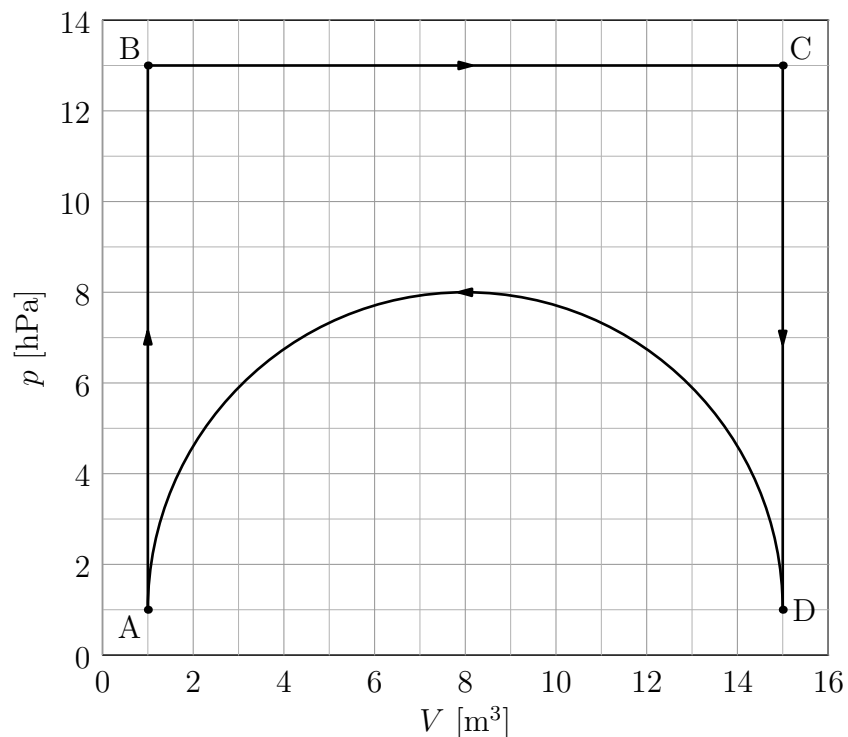
#### Odpowiedź:

- Przemiana 1 to przemiana izotermiczna, gdyż  $pV$  ma zawsze tę samą wartość, np.  $2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$  (w jednostkach  $\text{kPa} \cdot \text{dm}^3$ ). Przemiana 2 jest przemianą izochoryczną.
- W trakcie przemiany 1 zmiana temperatury oraz zmiana energii wewnętrznej są równe 0, w trakcie przemiany 2 zmiana objętości oraz praca (wykonana nad gazem lub wykonana przez gaz), a w trakcie przemiany 3 wymienione z otoczeniem ciepło.
- Nie. Iloczyn  $pV$  w punkcie  $A$  jest równy  $2 \cdot 15 = 30$ , a w punkcie  $D$  jest mniejszy niż  $8 \cdot 3 = 24$  (w jednostkach  $\text{kPa} \cdot \text{dm}^3$ ).
- Nie, gdyż ciśnienia w tych punktach są różne.

## 40 Zadanie – Praca wykonana przez gaz

Małgorzata Berajter, update: 2017-10-01, id: pl-termodynamika-0020100, diff: 2

Oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas jednego cyklu przedstawionego na wykresie poniżej. Fragment DA ma kształt półokręgu.



*Uwaga: Praca wykonana przez gaz jest dodatnia, gdy gaz się rozpręża, a ujemna, gdy jego objętość maleje.*

**Wskazówka:** Praca wykonana przez gaz jest równa polu pod wykresem  $p(V)$ .

**Wskazówka:** Dolny fragment wykresu ma kształt półokręgu

$$W = AB \cdot BC - \frac{\pi}{2}r^2$$

**Odpowiedź:** Praca wykonana przez gaz wynosi około 9110 J.

## Elektryczność, magnetyzm, optyka, obwody

### 41 Zadanie – Łamigłówka z elektrostatyki

Zofia Drabek, update: 2018-07-19, id: pl-elektrodynamika-0000100, diff: 1

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem  $Q$ , a trzecia ładunkiem  $-Q$ . Otrzymaj na jednej z nich ładunek  $\frac{3}{8}Q$ . Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

**Odpowiedź:** Najszybsza droga do uzyskania na jednej kuli ładunku o wartości  $\frac{3}{8}Q$ :

I połączenie kul o ładunkach  $Q$  i  $-Q$

II połączenie kul o ładunkach  $0$  i  $Q$

III połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $0$

IV połączenie kul o ładunkach  $\frac{1}{2}Q$  i  $\frac{1}{4}Q$

V i w ten sposób uzyskaliśmy ładunek  $\frac{3}{8}Q$ .

Uwaga! Za każdym razem łączymy kule na tyle długo, aby uzyskać taki sam ładunek na obydwu kulach.

### 42 Zadanie – Natężenie pola elektrycznego

Piotr Nieżurawski, update: 2017-05-16, id: pl-elektrodynamika-0001000, diff: 1

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości 24 nm od jądra atomowego o liczbie atomowej 12. Opisz również kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego względem jądra. Pomiń wpływ innych obiektów. Przyjmij, że ładunek protonu jest równy  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C, jego masa to  $1,673 \cdot 10^{-27}$  kg, a stała Coulomba wynosi  $8,988 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

**Wskazówka:** Ile protonów znajduje się w jądrze?

**Wskazówka:** Jaki jest ładunek elektryczny protonu?

**Odpowiedź:** Wartość natężenia pola elektrycznego  $|\vec{E}| = kne/r^2 \approx 30 \cdot 10^6$  N/C, gdzie  $n$  jest liczbą atomową,  $e$  ładunkiem protonu, a  $k$  stałą elektryczną. Kierunek wektora natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$  jest taki sam jak prosta przechodząca przez jądro i punkt, w którym określamy pole. Zwrot  $\vec{E}$  jest od jądra.

### 43 Zadanie – Proton w polu magnetycznym

Piotr Nieżurawski, update: 2016-12-15, id: pl-dynamika-0020000, diff: 2

Proton porusza się z prędkością o wartości 4000 m/s w jednorodnym polu magnetycznym o wartości 1,3 T. Wektor prędkości jest prostopadły do pola magnetycznego. Oblicz przyspieszenie, z jakim porusza się proton. Ładunek protonu jest równy  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C, a jego masa jest równa  $1,673 \cdot 10^{-27}$  kg.

**Wskazówka:** Ile wynosi wartość działającej na proton siły?

**Wskazówka:** Na proton działa siła Lorentza o wartości  $F = qvB \approx 83,3 \cdot 10^{-17}$  N.

**Odpowiedź:** Proton porusza się z przyspieszeniem o wartości  $a = F/m \approx 49,8 \cdot 10^{10}$  m/s<sup>2</sup>.

#### 44 Zadanie – Cewka i magnes

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-26, id: pl-elektrodynamika-0008000, diff: 1*

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu,  $|I|$ , płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością oddalany od nieruchomej cewki		
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki		
Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu		

**Odpowiedź:**

opis	$ I $	oddziaływanie
Magnes jest ze stałą prędkością oddalany od nieruchomej cewki	maleje	przyciągają się
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki	rośnie	odpychają się
Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu	rośnie	odpychają się

#### 45 Zadanie – Rodzaje magnetyków

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-05, id: pl-magnetyzm-0004000, diff: 1*

Zaobserwowano, że próbka materiału umieszczona w pobliżu cewki, przez którą płynął prąd elektryczny, była przyciągana do cewki. Po wyłączeniu prądu płynącego przez cewkę magnetyzacja próbki zmniejszyła się do zera. Podkreśl nazwę opisującą rodzaj magnetyka, z którego wykonana jest próbka: diamagnetyk, paramagnetyk.

**Odpowiedź:** Próbkę wykonano z paramagnetyka.

## 46 Zadanie – Alarm samochodowy

*Piotr Nieżurawski, Andrzej Twardowski, update: 2018-01-31, id: pl-obwody-elektryczne-0000510, diff: 1*

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 10 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 11 dób. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

**Wskazówka:**  $I = Q/t$

**Wskazówka:**  $1 \text{ Ah} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ h}$

**Wskazówka:**  $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$

**Odpowiedź:** Przepłynął ładunek równy  $Q = It \approx 2,64 \text{ Ah} \approx 9500 \text{ C}$ .

## 47 Zadanie – Opornik

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-06-24, id: pl-obwody-elektryczne-0001000, diff: 1*

Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 25 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 1 V.

a) Oblicz opór opornika.

b) Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 6 V.

**Wskazówka:**  $U = RI$

**Wskazówka:**  $I_1/U_1 = I_2/U_2$

**Odpowiedź:**

a) Opór  $R = U_1/I_1 = 40 \Omega$ .

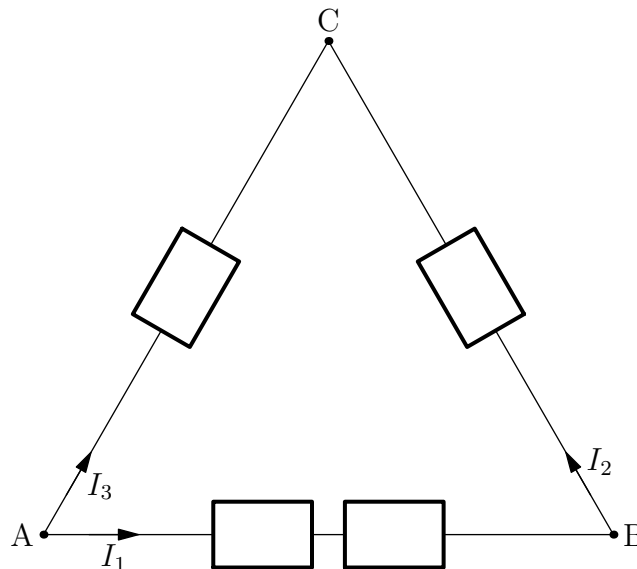
b) Natężenie prądu  $I_2 = U_2/R = I_1U_2/U_1 = 150 \text{ mA}$ .

## 48 Zadanie – Opór zastępczy

Zofia Drabek, update: 2018-05-31, id: pl-obwody-elektryczne-0002000, diff: 2

Cztery oporniki o takich samych oporach  $R = 20 \Omega$  połączono w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie  $U$  między punktami A i C wynosi 1 V.

- Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.
- Oblicz natężenia prądów  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$  zaznaczonych na rysunku.
- Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



**Wskazówka:** a) Zastanów się, w jaki sposób połączone są oporniki. Spróbuj narysować ten układ w prostszy sposób.

**Wskazówka:** Gdy rozrysujemy podany układ w postaci, w której będzie bardziej przejrzysty, otrzymamy dwie gałęzie połączone równolegle. W pierwszej znajdzie się jeden opornik, a w drugiej trzy oporniki połączone szeregowo. W takim razie opór zastępczy w pierwszej gałęzi wynosi  $R$ , a w drugiej  $3R$ . Ponieważ opisane fragmenty obwodu połączone są równolegle, to opór zastępczy obliczymy w następujący sposób:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R},$$

$$R_z = \frac{3R}{4}.$$

**Wskazówka:** b) Do obliczenia natężenia można wykorzystać wzór

$$I = \frac{U}{R}.$$

Należy go zastosować dla każdej gałęzi opisanej w poprzedniej wskazówce oddzielnie. Zwróć uwagę, że  $I_1 = I_2$ .

**Wskazówka:** c) Napięcie obliczymy z zależności  $U_{BC} = I_2 R$ .



**Odpowiedź:**

- a) Opór zastępczy takiego układu wynosi  $15 \Omega$ .
- b) Natężenia poszczególnych prądów wynoszą  $I_1 = I_2 = 16,7 \text{ mA}$ , a  $I_3 = 50 \text{ mA}$ .
- c) Spadek napięcia między punktami B i C wynosi  $0,333 \text{ V}$ .

## Fale

### 49 Zadanie – Generator fal

Zofia Drabek, update: 2018-06-01, id: pl-fale-0000900, diff: 1

Uczeń nalał wody do wanny. Na powierzchni wody położył drewnianą listewkę połączoną z generatorem drgań. Generator poruszał listewkę pionowo, ze stałą częstotliwością tak, że listewka cały czas była w kontakcie z wodą. W górnym położeniu znajdowała się co 0,28 s. Uczeń wytworzył w ten sposób na powierzchni wody falę płaską. Jej prędkość wynosi  $0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Oblicz częstotliwość wytwarzanych fal oraz odległość między kolejnymi grzbietami.

**Wskazówka:** Czas, po jakim listewka znajdzie się ponownie w tym samym położeniu, należy zinterpretować jako okres  $T$ . Znajomość okresu umożliwia wyznaczenie częstotliwości  $f$ :

$$f = \frac{1}{T}.$$

**Wskazówka:** Odległość między kolejnymi grzbietami jest równa długości fali  $\lambda$  i zależy w następujący sposób od prędkości fali  $v$  oraz jej okresu  $T$ :

$$\lambda = Tv.$$

**Odpowiedź:** Częstotliwość wytwarzanych fal wynosi ok. 3,6 Hz, a odległość między kolejnymi grzbietami fali ok. 13 cm.

### 50 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

Piotr Niezurawski, update: 2017-01-07, id: pl-fale-0001000, diff: 1

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2900 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 0,5 km.

**Wskazówka:**  $\lambda = vT$

**Wskazówka:**  $f = 1/T$

**Odpowiedź:** Okres fali  $T = \lambda/v \approx 0,172$  s, a jej częstotliwość  $f = 1/T \approx 5,8$  Hz.

### 51 Zadanie – Prędkość dźwięku w stali

Klaudia Dec, update: 2018-04-19, id: pl-fale-0003500, diff: 1

Paweł i Gawęł stoją na szynach kolejowych w odległości 1089 m od siebie. Paweł uderzył młotkiem w szynę. Gawęł, przykładając ucho do szyny, usłyszał dźwięk o 3 sekundy wcześniej niż dźwięk, który doleciał w powietrzu. Oblicz prędkość, z jaką rozchodzi się dźwięk w stali, z której zrobiono szyny. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $339 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Wskazówka:** Jak powiązać czas rozchodzenia się dźwięku w powietrzu z czasem rozchodzenia się w stali?

**Odpowiedź:** Prędkość rozchodzenia się dźwięku w stali wynosi:  $v_s = \frac{1}{\frac{1}{v_p} - \frac{\Delta t}{s}} \approx 5130 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , gdzie  $v_p$  to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu,  $\Delta t$  to różnica w czasie,  $s$  to odległość pomiędzy Pawłem a Gawłem.

## 52 Zadanie – Częstotliwość światła

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0002000, diff: 1*

Wiązka światła o długości fali 510 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględny współczynniku załamania tego światła równym 1,58. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkłe. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**Wskazówka:**

$$\lambda = vT = v/f$$

$\lambda$  – długość fali;  $v$  – prędkości fali;  $T$  – okres fali;  $f$  – częstotliwość fali.

**Wskazówka:**

$$v = c/n$$

$c$  – prędkość światła w próżni;  $n$  – bezwzględny współczynnik załamania światła.

**Odpowiedź:** Częstotliwość fali w szkłe  $f_2 = f_1 = c/\lambda_1 \approx 588$  THz, gdzie  $f_1$  i  $\lambda_1$  to odpowiednio częstotliwość i długość fali w próżni. Długość fali w szkłe  $\lambda_2 = v_2 T = cT/n = \lambda_1/n \approx 323$  nm, gdzie  $v_2$  to prędkość fali w szkłe.

## 53 Zadanie – Fala podłużna w pręcie

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-19, id: pl-fale-0004000, diff: 1*

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa  $5500 \text{ kg/m}^3$ , a moduł Younga tego metalu jest równy 152 GPa. Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

**Wskazówka:** Pa = N/m<sup>2</sup>

**Wskazówka:** N = kg · m/s<sup>2</sup>

**Wskazówka:** Pa = kg/(m · s<sup>2</sup>)

**Wskazówka:** Pa/(kg/m<sup>3</sup>) = m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>

**Odpowiedź:** Prędkość fali jest równa  $v = \sqrt{E/\rho} \approx 5260$  m/s.

## 54 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fale-0005000, diff: 1*

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości 3,05 m, a drugi w odległości 0,6 m od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali 70 cm. Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

**Wskazówka:**

$$|d_1 - d_2|/\lambda = ?$$

$d_1$  oraz  $d_2$  – odległość od mikrofonu odpowiednio pierwszego oraz drugiego głośnika;  $\lambda$  – długość fali.

**Odpowiedź:** Iloczyn wartości bezwzględnej różnicy odległości i długości fali  $|d_1 - d_2|/\lambda = 3,5$ , a więc w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, fale spotykają się w przeciwnej fazie – nastąpi osłabienie.

## 55 Zadanie – Doświadczenie Younga

*Klaudia Dec, update: 2018-05-03, id: pl-fale-0005300, diff: 1*

Zielone światło o długości fali 550 nm oświetla dwie bardzo wąskie szczeliny odległe o 1,3 mm. Ekran, na którym obserwujemy obraz interferencyjny, jest odległy od szczelin o 5,9 m. Ile wynosi odległość między jasnymi prążkami?

**Wskazówka:** Jaki jest warunek powstania jasnych prążków?

**Odpowiedź:** Odległość między jasnymi prążkami wynosi:  $x \approx \frac{nL\lambda}{d} \approx 2,5$  mm, gdzie  $n$  to numer rzędu,  $L$  odległość ekranu od szczelin,  $\lambda$  długość fali i  $d$  odległość między szczelinami.

## 56 Zadanie – Czy to fala?

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-04-22, id: pl-fale-0008000, diff: 2*

W otoczeniu strefy subdukcji wychylenie powierzchni Ziemi opisano następującą funkcją zależną od położenia  $x$  oraz czasu  $t$ :

$$f(x, t) = N \cdot (\cos(x/L) + t/T)$$

gdzie  $N$ ,  $L$ ,  $T$  są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla  $x \in (0, L)$  oraz  $t \in (0, T)$ . Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

**Wskazówka:**

$$v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

**Odpowiedź:**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -N \cos(x/L)/L^2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

A więc  $f(x,t)$  nie spełnia równania falowego, wobec czego nie opisuje fali.

## 57 Zadanie – Odległość do diody

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-11, id: pl-optyka-0002000, diff: 1*

Cienka soczewka o ogniskowej 5 cm musi być odsunięta na odległość 6 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.

- Oblicz odległość od soczewki do diody.
- Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

**Wskazówka:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$f$  – ogniskowa;  $x$  – odległość od soczewki do diody;  $y$  – odległość od soczewki do obrazu (ekranu).

**Wskazówka:**

$$h_o/h_i = x/y$$

$h_o$  – wysokość diody (*object*);  $h_i$  – wysokość obrazu (*image*)

**Odpowiedź:**

- Odległość od soczewki do diody to 30 cm.
- Stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu to 5.

## 58 Zadanie – Polaryzacja i geolog

*Andrzej Twardowski, Piotr Nieżurawski, update: 2018-02-24, id: pl-optyka-0008005, diff: 1*

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy  $55^\circ$ . Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): fluoryt (1,43), szkło kwarcowe (1,46), carobbiit (1,36). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

**Wskazówka:** Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

**Wskazówka:** Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

**Wskazówka:**

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

$n_1$  oraz  $n_2$  – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz minerału;  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$  – kąt padania oraz załamania światła.

**Wskazówka:**  $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos \alpha_1$

---

**Odpowiedź:** Bezwzględny współczynnik załamania jest równy  $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 \approx 1,43$ .  
A więc minerałem jest najprawdopodobniej fluoryt.

## Fizyka kwantowa

### 59 Zadanie – Wzbudzone atomy wodoru

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-06, id: pl-fizyka-quantowa-0001000, diff: 1

Próbka składa się z wielu atomów wodoru, a każdy z nich na początku znajduje się w stanie wzbudzonym o głównej liczbie kwantowej  $n = 7$ .

a) Narysuj schemat przedstawiający poziomy energetyczne atomu wodoru wraz z wartościami odpowiadającej im głównej liczby kwantowej  $n$  (odległości między poziomami mogą być dowolne). Zaznacz na rysunku wszystkie możliwe bezpośrednie i pośrednie przejścia elektronów, których skutkiem jest emisja fotonu z atomów próbki.

b) Oblicz liczbę linii emisyjnych, które można zaobserwować, mierząc promieniowanie badanej próbki.

c) Napisz, dla którego przejścia emitowane fotony mają najmniejszą częstotliwość spośród wszystkich emitowanych przez próbkę.

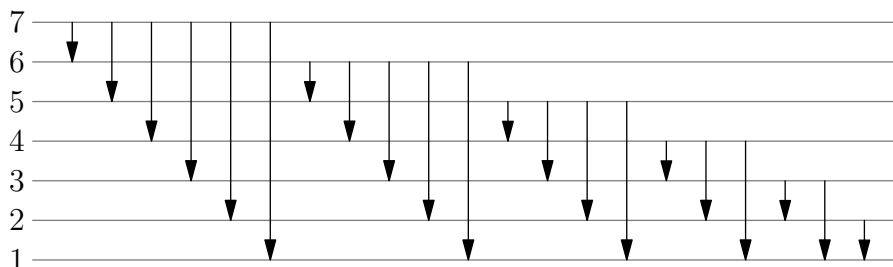
**Wskazówka:**  $n = 1, 2, \dots$

**Wskazówka:**  $E_\gamma = E_i - E_f = hf$ .

**Wskazówka:**  $E_n \propto -n^{-2}$ .

**Odpowiedź:**

a) Schemat poziomów i przejść (odległości między poziomymi liniami nie odzwierciedlają rzeczywistych odległości między poziomami):



b) Można zaobserwować 21 linii.

c) Przejście z poziomu 7 na poziom 6.

### 60 Zadanie – Liczby kwantowe atomu wodoru

Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-18, id: pl-fizyka-quantowa-0002000, diff: 1

Opisz wszystkie kombinacje liczb kwantowych orbitalnej  $l$  i magnetycznej  $m$  określające możliwe stany elektronu w atomie wodoru, jeśli wiadomo, że elektron znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej  $n = 6$ .

**Wskazówka:**  $l = 0, 1, \dots, n - 1$ .

**Wskazówka:**  $m = -l, \dots, 0, \dots, +l$ .

**Odpowiedź:** Możliwe stany to:

$$l = 0 \text{ z } m \in \{0\}$$

$$l = 1 \text{ z } m \in \{-1, 0, 1\}$$

$$l = 2 \text{ z } m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$l = 3 \text{ z } m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$l = 4 \text{ z } m \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$l = 5 \text{ z } m \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

## 61 Zadanie – Liczba fotonów

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fizyka-kwantowa-0003000, diff: 1*

Impuls monochromatycznego światła o długości fali 600 nm w próżni padł na ciemną płytkę, która pochłania 65% energii padającego na nią promieniowania. Oblicz liczbę fotonów w tym impulsie, jeśli wiadomo, że na skutek oświetlenia energia płytki zwiększyła się o 17 mJ. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s i stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s.

**Wskazówka:**

$$E_\gamma = hf$$

$E_\gamma$  – energia fotonu;  $f$  – częstotliwość światła.

**Wskazówka:**

$$\lambda = c/f$$

$\lambda$  – długość fali.

**Wskazówka:**  $E_\gamma = hc/\lambda \approx 3,31 \cdot 10^{-19}$  J.

**Wskazówka:**

$$E_i = E_{\text{abs}}/\varepsilon_{\text{eff}}$$

$E_i$  – energia impulsu;  $E_{\text{abs}}$  – energia zaabsorbowana przez płytkę;  $\varepsilon_{\text{eff}}$  – efektywność pochłaniania energii przez płytkę.

**Odpowiedź:** Liczba fotonów w impulsie  $n = E_i/E_\gamma = E_{\text{abs}}/(\varepsilon_{\text{eff}}E_\gamma) \approx 789 \cdot 10^{14}$ .

## 62 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-01-09, id: pl-fizyka-kwantowa-0004000, diff: 1*

Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 280 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów jest równa 2,08 eV. Oblicz pracę wyjścia elektronu z powierzchni tego metalu. Wynik podaj w eV. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, ładunku elementarnego  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C, stałej Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J · s =  $4,136 \cdot 10^{-15}$  eV · s.

**Wskazówka:**

$$E_\gamma = W + E_k$$

$E_\gamma$  – energia fotonu;  $W$  – praca wyjścia;  $E_k$  – maksymalna energia kinetyczna elektronu.

**Wskazówka:**

$$E_\gamma = hf$$

$f$  – częstotliwość światła.



**Wskazówka:**

$$\lambda = c/f$$

$\lambda$  – długość fali światła.

**Wskazówka:**  $E_\gamma = hc/\lambda \approx 4,43$  eV.

**Odpowiedź:** Praca wyjścia  $W = E_\gamma - E_k \approx 2,35$  eV.

## 63 Zadanie – Elektron i najmniejsze prawdopodobieństwo

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-19, id: pl-fizyka-kwantowa-0005000, diff: 1*

Elektron znajduje się w układzie, w którym położenie opisujemy zmienną  $x$ . Kwantowa funkcja falowa opisująca elektron jest równa

$$\Psi(x) = N \cdot x \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

gdzie  $N$  oraz  $L = 20$  nm są stałymi. Zmienna  $x$  przyjmuje wartości od 0 do  $L$ . Wypisz wszystkie wartości  $x$  w tym zakresie, w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby, np.  $\sin(\pi/2) = 1$ ,  $\cos(\pi/2) = 0$ .

**Wskazówka:** Prawdopodobieństwo jest najmniejsze w pobliżu miejsc zerowych funkcji falowej.

**Wskazówka:**  $\sin(n\pi) = 0$  oraz  $\cos(\pi/2 + n\pi) = 0$  dla  $n$  całkowitego.

**Odpowiedź:** Wartości  $x$ , w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze, to: 0,  $L/4$ ,  $3L/4$ , a więc 0 nm, 5 nm, 15 nm.

## 64 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa na środku studni

*Piotr Nieżurawski, update: 2018-10-04, id: pl-fizyka-kwantowa-0004800, diff: 1*

Cząstka jest uwięziona w jednowymiarowej, nieskończenie głębokiej studni potencjału. Studnia ma szerokość  $L$ . Położenie cząstki opisujemy zmienną  $x \in [0, L]$ . Oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki na środku studni, czyli dla  $x = L/2$ . Kwantowa funkcja falowa opisująca cząstkę jest równa

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)$$

gdzie  $n = 5$ ,  $L = 34 \cdot 10^{-10}$  m. Wynik podaj w jednostkach  $\text{nm}^{-1}$ .

**Wskazówka:** Gęstość prawdopodobieństwa jest równa

$$|\Psi(x)|^2$$

**Wskazówka:**

$$|\Psi(x)|^2 = \frac{2}{L} \sin^2\left(n\frac{\pi}{L}x\right)$$

**Wskazówka:** Dla  $n$  nieparzystego

$$\sin^2\left(n\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

**Odpowiedź:**

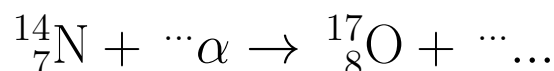
$$|\Psi|^2 = \frac{2}{L} \approx 0,588 \text{ nm}^{-1}$$

## Fizyka jądrowa

### 65 Zadanie – Zderzenie z $\alpha$

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-23, id: pl-fizyka-jądrowa-0001000, diff: 1*

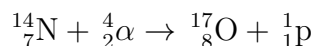
Z jądrem  ${}^{14}_7\text{N}$  zderza się cząstka  $\alpha$ . Uzupełnij zapis tej reakcji, wpisując właściwe liczby lub symbole w 5 miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.



**Wskazówka:** Wykonaj bilans liczb masowych i atomowych.

**Wskazówka:**  $\alpha = {}^4_2\text{He}$ .

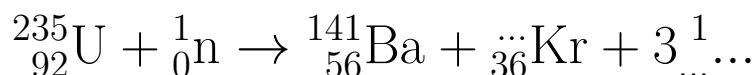
**Odpowiedź:**



### 66 Zadanie – Procesy jądrowe

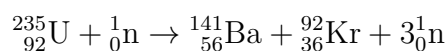
*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-23, id: pl-fizyka-jądrowa-0002000, diff: 1*

Uzupełnij zapis reakcji jądrowej, wpisując właściwe liczby lub symbole w miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.



**Wskazówka:** Wykonaj bilans liczb masowych i atomowych.

**Odpowiedź:**



### 67 Zadanie – Czas połowicznego rozpadu

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-01-07, id: pl-fizyka-jądrowa-0004000, diff: 1*

W próbce po  $5040 \cdot 10^3$  latach liczba radioaktywnych jąder atomowych pewnego izotopu zmniejszyła się 128 razy. Oblicz czas połowicznego rozpadu tego izotopu.

**Wskazówka:** Po upływie czasu połowicznego rozpadu liczba radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

**Wskazówka:**  $2^n = \dots$

**Wskazówka:**  $2^7 = 128$ .

**Odpowiedź:** Czas połowicznego rozpadu to około  $T_{1/2} = t/n = 720 \cdot 10^3$  lat.

## 68 Zadanie – Wiek próbki

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-30, id: pl-fizyka-jadrowa-0004100, diff: 1*

Czas połowicznego rozpadu pewnego izotopu jest równy  $2,39 \cdot 10^6$  s. Oblicz wiek próbki, jeśli wiadomo, że 95% jąder tego izotopu w próbce już się rozpadło. Wynik podaj w tygodniach.

**Wskazówka:** Po upływie czasu połowicznego rozpadu,  $T_{1/2}$ , liczba radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

**Wskazówka:** Liczba jąder izotopu jest równa  $N = N_0/2^n$ , gdzie  $n = t/T_{1/2}$ ,  $N_0$  jest początkową liczbą jąder izotopu, a  $t$  czasem.

**Wskazówka:** Część jąder, które się rozpadły, to  $d = (N_0 - N)/N_0 = 1 - N/N_0 = 1 - 2^{-n}$ .

**Wskazówka:**  $n = -\log_2(1 - d)$ .

**Odpowiedź:** Najbardziej prawdopodobny wiek próbki to około  $t = n T_{1/2} \approx 17,1$  tygodnia.

## 69 Zadanie – Datowanie geologiczne

*Piotr Nieżurawski, update: 2017-09-23, id: pl-fizyka-jadrowa-0005000, diff: 2*

W pewnej próbce granitu znajduje się 0,411 mg argonu  $^{40}\text{Ar}$  i 3,27 mg potasu  $^{40}\text{K}$ . Wyznacz wiek tej próbki. Czas połowicznego rozpadu  $^{40}\text{K}$  wynosi  $1,25 \cdot 10^9$  lat. Wiadomo, że tylko ok. 11% rozpadających się jąder  $^{40}\text{K}$  zmienia się w jądra  $^{40}\text{Ar}$ . Przyjmij, że wszystkie jądra  $^{40}\text{Ar}$  w próbce powstały z rozpadu  $^{40}\text{K}$  i że poza tym rozpadem inne procesy nie wpływały na zmianę składu tych dwóch pierwiastków w próbce granitu.

**Wskazówka:** Po upływie czasu połowicznego rozpadu liczba – a więc i masa – radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

**Wskazówka:**  $m_{\text{Ki}} = m_{\text{Kf}} + m_{\text{Ar}}/b = 3,27 \text{ mg} + 0,411 \text{ mg}/0,11$ .

**Wskazówka:**  $m_{\text{Kf}} = m_{\text{Ki}}/2^n$ , gdzie  $n = t/T_{1/2}$ .

**Wskazówka:**  $n = \log_2(m_{\text{Ki}}/m_{\text{Kf}}) = \log_2(1 + m_{\text{Ar}}/(b \cdot m_{\text{Kf}}))$ .

**Odpowiedź:** Najbardziej prawdopodobny wiek próbki  $t = n \cdot T_{1/2} \approx 1,37 \cdot 10^9$  lat.