

## WIELOMIANY

**Zadanie 1.** Udowodnij, że

- (1) Zbiór funkcji wymiernych nad danym ciałem  $\mathbb{F}$  jest (z naturalnymi operacjami) ciałem.
- (2) Zbiór wielomianów nad ciałem  $\mathbb{F}$  nie jest ciałem.
- (3) Zbiór formalnych szeregów potęgowych  $\mathbb{F}(\mathfrak{X})$  nie jest ciałem, ale posiada nietrywialne elementy nietrywialne.

**Zadanie 2.** Wykonaj dzielenie z resztą w  $\mathbb{C}[\mathfrak{X}]$ :

- (1)  $x^3 + 7x^2 + 2x : x^2 + 1$ ,
- (2)  $4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1 : x^2 + x + 1$ ,
- (3)  $x^4 - 2x^4 + 2x^2 - 2x + 1 : x - 1$ ,
- (4)  $ix^2 + (2 + 2i)x : x + i$ .

**Zadanie 3.** Rozłóż na ułamki proste nad  $\mathbb{R}$  funkcje wymierne:

- (1)  $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 1}$ ,
- (2)  $f(x) = \frac{3x^2 - 10x + 9}{(x-2)^3}$ .