Podstawy Fizyki IV

ćwiczenia #3

(10 marca 2020)

Zadanie 1

Oszacowanie czasu życia Słońca. Stała słoneczna $S = 1.94\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{min}} = 1.36\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^2}$ jest to ilość energii docierająca w jednostce czasu do jednostki powierzchni Ziemi ze Słońca. Zakładając, że powierzchnia Słońca jest dobrym przybliżeniem ciała doskonale czarnego obliczyć:

a) temperaturę powierzchni Słońca,
b) masę traconą przez Słońce w ciągu 1 sekundy i czas, po jakim masa Słońca zmniejszy się o 1 promil (porównać z wiekiem Wszechświata).

Odległość Ziemia-Słońce wynosi $d = 1\,\mathrm{au} = 1,5\cdot 10^{11}$ m, promień Słońca wynosi $R_\odot = 7\cdot 10^8$ m, a jego masa $M_\odot = 2\cdot 10^{30}$ kg. Wiek Wszechświata jest szacowany na 14 mld lat.

Zadanie 2

Efekt cieplarniany. Obliczyć temperaturę Ziemi wynikającą z równowagi promienistej w układzie Słońce-Ziemia. Obliczenia przeprowadzić w trzech przypadkach:

a) Ziemia jako ciało doskonale czarne,
b) Ziemia jako ciało doskonale czarne o albedo wynoszącym 30%,
c) Ziemia jako ciało doskonale czarne o albedo wynoszącym 30%, która jest otoczona atmosferą pochłaniającą 78% emitowanego przez Ziemię promieniowania podczerwonego.

Stała słoneczna wynosi $S = 1.94\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{min}} = 1.36\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^2}$.

▷ Równowaga hydrostatyczna

Rozpatrzmy równowagę płynu znajdujacego się w polu grawitacyjnym. Rozważmy element objętości płynu o polu powierzchni A (prostopadłej do kierunku pola $\vec{g}$) oraz grubości $\mathrm{d}x$, aby ten element objętości pozostawał w równowadze wypadkowa siła działająca na niego musi znikać, czyli $p(x+\mathrm{d}x)A + g\mathrm{d}m = p(x)A$, gdzie $\mathrm{d}m = \rho A\mathrm{d}x$ jest masą elementu objętości płynu, a ρ jego gęstością. Prowadzi to do równania równowagi hydrostatycznej:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -\rho(x)g(x)}.$$

Najprostszym przykładem zastosowania tego tównania jest ciśnienie cieczy w zbiorniku (przy założeniu nieściśliwości cieczy i stałości g): $p(x) = p_0 - \rho g x = p_0 + \rho g h$, gdzie $h = -x$ jest wysokością słupa cieczy, a p_0 to ciśnienie atmosferyczne.

Zadanie 3

Wzór barometryczny. Znaleźć zależność ciśnienia atmosferycznego od wysokości (w pobliżu powierzchni Ziemi) przy założeniu, że temperatura w atmosferze jest stała, a powietrze jest gazem doskonałym. Przyjąć, że wielkościami znanymi są:

a) ciśnienie p_0 i gęstość ρ_0 powietrza przy powierzchni Ziemi ($x = 0$),
b) temperatura atmosfery i masa molowa μ powietrza ($\mu = 29$ g/mol).

Zadanie 4

Ciśnienie wokół planetoidy. Znaleźć rozkład ciśnienia gazu w atmosferze wokół planetoidy o masie M i promieniu R_0 zakładając, że atmosfera znajduje się w stanie równowagi termodynamicznej o stałej temperaturze T.

Zadanie 5

Oszacowanie ciśnienia we wewnętrzu Ziemi. Oszacować ciśnienie panujące w centrum Ziemi, traktując ją jako jednorodną kulę o promieniu $R_\oplus = 6400$ km i średniej gęstości $\rho_\oplus = 5.5$ g/cm^3.

Dużo dokładniejszy wynik można uzyskać uwzględniając w naszym modelu następujące fakty wynikające z badań geofizycznych:

a) przyspieszenie grawitacyjne w funkcji r jest dane w przybliżeniu wyrażeniem

$$g(r) \approx \begin{cases} g & \text{dla} \quad r \in [R_\oplus/2, R_\oplus], \\ \alpha r & \text{dla} \quad r < R_\oplus/2, \end{cases}$$

b) kulę ziemską można w przybliżeniu podzielić na:

- zewnętrzny płaszcz o gęstości $\rho \lesssim \rho_\oplus$,
- wewnętrzne jądro o promieniu $R_j \approx R_\oplus/2$ i $\rho_j \lesssim 3\rho_\oplus$.

mgr Piotr Zdybel
piotr.zdybel@fuw.edu.pl