Podstawy Fizyki IV

ćwiczenia #5

(24 marca 2020)

Wstępy teoretyczne do zadań są przedstawione w notatkach do ćwiczeń.

▷ Współczynniki materiałowe

Zadanie 1

Dany jest gaz, którego zachowanie w pewnym zakresie parametrów opisuje równanie stanu:

$$pV = RT \cdot \exp\left[-\frac{a}{TV}\right], \quad \text{gdzie } R, a = const.$$

Znajdź współczynniki: rozszerzalności objętościowej $\gamma_p \equiv \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ oraz izotermicznej ściśliwości $\varkappa_T \equiv -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ dla tego gazu.

Zadanie 2

Znajdź ogólną postać równania stanu substancji, której współczynniki rozszerzalności objętościowej γ_p i izotermicznej ściśliwości $\varkappa_T$ spełniają równania:

$$\gamma_p = \frac{aT^2}{p}, \quad \varkappa_T = \frac{bT^3}{p^2}.$$

Wyznacz stosunek a/b.

▷ Funkcje jednorodne, ekstensywność i addytywność

Zadanie 3

Rozważmy gaz van der Waalsa opisany kalorymetrycznym i barometrycznym równaniem stanu:

$$U(T,V,N) = Nc_vT + \frac{aN^2}{V}, \quad p(T,V,N) = \frac{NRT}{V-bN} - \frac{aN^2}{V^2},$$

gdzie $c_v = \text{const}$. Pokazać, że spełnione są relacje:

$$U(T,V,N) = N\left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{V,T} + V\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{N,T}$$

oraz

$$N\left(\frac{\partial p}{\partial N}\right)_{V,T} + V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{N,T} = 0.$$

Zadanie 4

Pokaż, że funkcja intensywna g parametrów ekstensywnych $X_1, \ldots, X_n$ oraz parametrów intensywnych $y_{n+1}, \ldots, y_l$ może zależeć jedynie od wielkości intensywnych (w tym wielkości właściwych). Pokaż także, że do określenia ekstensywnej funkcji F parametrów ekstensywnych $X_1, \ldots, X_n$ oraz parametrów intensywnych $y_{n+1}, \ldots, y_l$ wystarczy podanie tylko jednej wielkości ekstensywnej ze zbioru $\{X_i\}_{i=1}^n$.

▷ Funkcje stanu i funkcje procesu. Formy różniczkowe

Zadanie 5

Znaleźć pracę wykonaną przy izotermicznym sprężaniu 1 dm^3 gazu doskonałego i bloku miedzianego o tej samej objętości od ciśnienia $p_1 = 1\,\text{atm}$ do $p_2 = 5\,\text{atm}$. Moduł Younga miedzi wynosi 130 GPa.

Zadanie 6
Sprawdzić zależności między pochodnymi termodynamicznymi:

a) $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = 1 \Big/ \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$,
b) $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -1$,

dla układu dla którego spełnione jest równanie stanu $f(p, T, V) = 0$.

Zadanie 7
N moli gazu doskonałego poddano dwóm przemianom ze stanu początkowego opisanego parametrami T_1, V_1 do stanu końcowego o objętości V_2 ($V_2 > V_1$) w ten sposób, że:

a) $p(V) = \gamma - \alpha(V - V_1)$,
b) $p(V) = \gamma - \beta(V - V_1)^2$.

Współczynniki α, β i γ dobrano tak, aby końcowe ciśnienie p_2 w obu przemianach było jednakowe. Oblicz: zależność $T(V)$, temperaturę końcową T_2 oraz pracę wykonaną przez siły zewnętrzne w obu przemianach. Kiedy $T_2 > T_1$?

▷ I ZASADA TERMODYNAMIKI

Zadanie 8
Jeden mol gazu doskonałego przeszedł ze stanu opisanego parametrami p_0, V_0 do stanu o objętości $V_1 = 2V_0$. Przemiana prowadzona była tak, że przez cały czas $p^2V = const$. Znajdź: wykonaną pracę, ciepło wymienione z otoczeniem i zmianę energii wewnętrznej tego gazu. Załóż, że molowe ciepło właściwe gazu c_V jest znane.

Zadanie 9
Przemianę gazu, w której ciepło molowe jest stałe nazywamy przemianą politropową. Większość typowych procesów dla gazu doskonałego jest przykładem przemian politropowych:

a) w przemianie izochorycznej ciepło molowe wynosi c_V,
b) w przemianie izobarycznej ciepło molowe wynosi $c_p = c_V + R$,
c) w przemianie adiabatycznej $đQ = 0$, czyli ciepło molowe $C = 0$,
d) w przemianie izotermicznej $\mathrm{d}T = 0$, czyli ciepło molowe $c_T = \infty$.

Wyprowadź wzór na ciepło molowe c_X przy stałym X (gdzie X jest pewną funkcją zmiennych stanu), a następnie wyprowadź ogólne równanie politropy gazu doskonałego. Policz pracę w tej przemianie.

Zadanie 10
Pokazać, że forma ciepła $đQ$ dla układu, którego równanie stanu ma postać $f(p, V, T, N) = f(p, v, T) = 0$, nie jest formą zamkniętą, tzn. $\mathrm{d}đQ \neq 0$. Liczba moli w układzie jest ustalona.

mgr Piotr Zdybel
piotr.zdybel@fuw.edu.pl