

# Podstawy Fizyki IV

ćwiczenia #11

(12 maja 2020)

Wstępy teoretyczne do zadań są przedstawione w notatkach do ćwiczeń.

▷ PRZEWODNICTWO CIEPLNE I DYFUZJA

## Zadanie 1

Metalową kulę rozgrzaną do temperatury  $T_1$  zanurzone w wodzie o temperaturze  $T_0$ . Znaleźć temperaturę wewnątrz kuli ( $T(r, t)$ ) w funkcji czasu i odległości od jej środka. Kula ma promień  $R$ , gęstość  $\rho$ , ciepło właściwe  $c_w$  oraz współczynnik przewodnictwa cieplnego  $\kappa$ . Wykonać obliczenia dla  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ , kuli żelaznej o  $R = 30$  cm,  $\kappa = 60$  W/(m·K),  $\rho = 7.8$  g/cm<sup>3</sup>,  $c_w = 440$  J/(kg·K).

## Zadanie 2

Pokazać, że jednowymiarowe równanie dyfuzji (II prawo Ficka) ma ogólne rozwiązanie o postaci:

$$n(x, t) = A(t)e^{-a(t)x^2}.$$

Wyznaczyć postać funkcji  $A(t)$  i  $a(t)$ . Przyjąć, że  $n(x, t)$  jest symetryczna względem  $x = 0$ .

## Zadanie 3

Przyjmując, że w chwili początkowej ( $t = 0$ ) w punkcie  $x = 0$  umieszczamy  $M$  cząsteczek pewnej substancji znaleźć rozwiązanie jednowymiarowego równania dyfuzji (tj. w jaki sposób dodana substancja będzie ulegać dyfuzji) z tym warunkiem początkowym. Wyznaczyć po jakim czasie w punkcie  $x = x_0$  koncentracja dyfundującej substancji będzie największa i ile ona wynosi? Obliczyć średnią odległość kwadratową  $\langle x^2 \rangle$  w funkcji czasu.

## Zadanie 4

Znaleźć rozwiązanie jednowymiarowego równania dyfuzji dla warunku początkowego:

$$n(x, t = 0) = \begin{cases} n_0, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

▷ ROZKŁAD PRĘDKOŚCI MAXWELLA-BOLTZMANNNA

## Zadanie 5

W swojej oryginalnej pracy z 1860 r. Maxwell wyprowadził rozkład nazywany dziś jego imieniem wychodząc z założenia, że płyn jest izotropowy, a składowe kartezjańskie prędkości składających się nań cząsteczek są niezależnymi zmiennymi losowymi. Wykazać, że rozkład Maxwella rzeczywiście wynika z tych założeń. Przy wyznaczeniu stałych dla rozkładu skorzystać ze wzoru na energię wewnętrzną jednoatomowego gazu doskonałego  $U = \frac{3}{2}Nk_B T$ .

## Zadanie 6

Rozkład prędkości cząsteczek pewnego gazu doskonałego jest dany rozkładem Maxwella-Boltzmannna. Znaleźć szybkość najbardziej prawdopodobną  $v_{max}$ , a także średnią wartość szybkości  $\langle v \rangle$ .

*mgr Piotr Zdybel*  
piotr.zdybel@fuw.edu.pl