

Podstawy Fizyki IV

ćwiczenia #13

(26 maja 2020)

Wstępy teoretyczne do zadań są przedstawione w notatkach do ćwiczeń.

▷ ZESPÓŁ KANONICZNY

Zadanie 1

Dla układu bardzo wielu rozróżnialnych, nieoddziałujących cząstek zawierających N cząstek i mającego całkowitą energię E znaleźć najbardziej prawdopodobny rozkład cząstek $\{\bar{n}_i\}$ na poziomach energetycznych.

Zakładamy, że cząstki mogą zajmować dyskretne poziomy energetyczne o energiach E_i i stopniach degeneracji $g_i(E_i)$, a makrostany układu zapisujemy w reprezentacji liczby obsadzeń $\{n_i\} = \{n_1, n_2, n_3, \dots\}$.

Zadanie 2

$3N$ niezależnych oscylatorów harmonicznym o dyskretnych poziomach energetycznych $E_n = n\varepsilon = n\hbar\omega$ znajduje się w równowadze z termostatem o temperaturze T . Wyznaczyć wartość oczekiwaną energii układu $\langle E \rangle$ oraz jego ciepło molowe c_v .

Zadanie 3

Wyznaczyć średnią energię kinetyczną klasycznego oscylatora harmonicznego znajdującego się w temperaturze T .

Zadanie 4

Dielektryk zawierający n niezależnych i trwałych momentów dipolowych na jednostkę objętości został umieszczony w polu elektrycznym $\vec{\mathcal{E}}$. Moment dipolowy każdego z dipoli wynosi \vec{p} . Dipole mogą być ustawione pod kątem θ względem kierunku wyznaczanego przez wektor pola elektrycznego, przy czym odpowiada temu energia $E = -\vec{p} \cdot \vec{\mathcal{E}} = -p\mathcal{E} \cos \theta$. Wykorzystując rozkład Boltzmanna pokazać, że polaryzacja \vec{P} tego dielektryka może być wyrażona równaniem

$$P = np \left(\operatorname{ctgh} x - \frac{1}{x} \right) = npL(x), \quad x = \frac{p\mathcal{E}}{k_B T}.$$

Funkcja $L(x)$ jest nazywana funkcją Langevina. Zbadaj zachowanie polaryzacji $P(T)$ w niskich i wysokich temperaturach.

Zadanie 5

Jądra litu ${}^7\text{Li}$ posiadają 4 niezależne orientacje spinu, które zwykle numerujemy za pomocą liczby kwantowej $m = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. W polu magnetycznym \vec{B} energie tych czterech stanów wynoszą $E = -m\mu B$, gdzie stała $\mu = 1.03 \times 10^{-7}$ eV/T. Układ składający się z N jąder litu został umieszczony w równowadze z termostatem o temperaturze T oraz w polu magnetycznym \vec{B} .

- Oblicz sumę statystyczną Z dla każdego z jąder.
- Oblicz całkowity moment magnetyczny $M(T, B)$ dla tego układu i zbadaj jego zachowanie w niskich i wysokich temperaturach.
- Oblicz stosunek $M(T)/M(0)$ w $T = 1$ K oraz $B = 1$ T. Jaka część jąder (z dokładnością przynajmniej 10^{-4}) będzie znajdować się w stanie o $m = 3/2$?

Zadanie 6

Wyznaczyć równanie podstawowe klasycznego gazu doskonałego składającego się z identycznych cząsteczek dwuatomowych typu O_2, N_2 , etc. Potraktuj każdą cząsteczkę klasycznie, tj. jako układ

dwóch punktowych mas połączonych nieważkim prętem o długości d . Rozważany gaz znajduje się w kontakcie z termostatem o temperaturze T .

mgr Piotr Zdybel
piotr.zdybel@fuw.edu.pl