

Zadania domowe z Podstaw Fizyki IV

seria #7

(28 kwietnia 2020)

Rozwiązanie jednego z tych zadań będzie zbierane we wtorek 5.05.2020. Powodzenia!

Zadanie 1

Ciekły kwarc przy powolnym ochładzaniu krystalizuje w temperaturze T_m i uwalnia ciepło utajone ℓ . Gdy ochładzanie zachodzi znacznie szybciej, wtedy ciecz jest przechłodzona i dostajemy metastabilną fazę szklistą.

- a) Obie fazy kwarcu są niemal nieściśliwe dzięki czemu można zaniedbać pracę objętościową w tym przypadku i zmiany energii wewnętrznej spełniają równanie

$$dU = TdS + \mu dN.$$

Korzystając z ekstensywności wyznacz μ poprzez U, T, S i N .

- b) Pojemność cieplna krystalicznego kwarcu wynosi w przybliżeniu $C_{crys} = \alpha T^3$, podczas gdy szklisty kwarc ma pojemność cieplną wynoszącą $C_{gl} = \beta T$, gdzie α i β to pewne stałe. Zakładając, że III zasadę termodynamiki możemy zastosować w obu przypadkach, znajdź entropię w obu faz dla temperatur $T \leq T_m$.
- c) W zerowej temperaturze lokalna struktura wiązań w fazie krystalicznej i szklistej są podobne. Z tego powodu w przybliżeniu obie fazy mają te same energie wewnętrzne U_0 . Obliczyć energie wewnątrz obu faz dla temperatur $T \leq T_m$.
- d) Wykorzystując warunki równowagi termodynamicznej pomiędzy fazami znajdź temperaturę topnienia T_m i wyraż ją przez stałe α i β . Oblicz także ciepło utajone ℓ i wyraż je przez α i β .
- e) Czy uzyskany wynik jest poprawny? Jeżeli nie jest, to który z kroków jest niepoprawny?

Zadanie 2

Równanie Clausiusa-Clapeyrona opisuje w jak sposób zmienia się temperatura wrzenia wraz z ciśnieniem. Równanie to można alternatywnie wyprowadzić posługując się cyklem Carnota wykorzystujący 1 mol wody jako gaz roboczy. Na grzejniku gaz ma ciśnienie p i temperaturę T , a do układu dostarczane jest ciepło utajone ℓ , co powoduje zmianę wody w parę. Jest z tym procesem stwarzony wzrost objętości molowej v . Następnie ciśnienie jest adiabatycznie obniżane do $p - dp$. Na chłodnicy gaz ma ciśnienie $p - dp$ i temperaturę $T - dT$ i zachodzi tu proces skraplania pary.

- a) Pokaż, że praca wykonana przez ten silnik wynosi $W = vdp + \mathcal{O}(dp^2)$ i w związku z tym otrzymujemy równanie Clausiusa-Clapeyrona

$$\left. \frac{dp}{dT} \right|_{wrzenie} = \frac{\ell}{Tv}.$$

- b) Huragan działa bardzo podobnie jak omawiany wyżej cykl Carnota. Woda paruje na gorącej powierzchni oceanu, następnie para wznosi się w atmosferze i na końcu kondensuje na większych i chłodniejszych wysokościach. Efekt Coriolisa powoduje, że wznoszące się powietrze zaczyna się obracać. Typowa temperatura cieplej powierzchni oceanu wynosi 27°C , a temperatura na dużych wysokościach wynosi -84°C . Warstwa ciepłej wody musi mieć grubość przynajmniej 60 metrów by zapewnić odpowiednio intensywne parowanie wody. Huragan musi kondensować 90 milionów ton pary wodnej na godzinę, aby podtrzymać swe istnienie. Oszacuj maksymalną możliwą wydajność oraz moc takiego huraganu. Ciepło utajone parowania wody wynosi $\ell = 2.3 \times 10^6$ J/kg.
- c) Oszacuj jaka będzie temperatura wrzenia wody na szczycie Mount Everest ($h \approx 9$ km).

Zadanie 3

Zgodnie z teorią pola molekularnego Weissa, magnetyzacja M magnetyka o temperaturze T przy $h = 0$ spełnia równanie: $M = M_0 \tanh\left(\frac{MT_c}{M_0 T}\right)$, gdzie M_0 jest maksymalną wartością magnetyzacji całkowitej. W ramach tej teorii wykazać, że równanie to ma niezerowe rozwiązanie dla $T < T_c$, a dla $T > T_c$ tylko rozwiązanie $M = 0$. Wyznaczyć wykładnik krytyczny β opisujący zanik magnetyzacji przy $h = 0$ i $T \rightarrow T_c$: $M \propto |T - T_c|^\beta$.

Zadanie 4

Dany jest układ fizyczny, którego ciepło właściwe w niskich temperaturach wynosi: $c_p(T) = a(p)T^n$, gdzie $n > 0$. Niech Δp oznacza zmianę ciśnienia w procesie adiabatycznym, która jest potrzebna do zmiany temperatury układu o pewną ustaloną wartość ΔT . Wykazać, że przy $T \rightarrow 0$, Δp staje się nieskończone.