

## Zadania domowe z Podstaw Fizyki IV

seria #9

(12 maja 2020)

Rozwiązanie jednego z tych zadań będzie zbierane we wtorek 19.05.2020. Powodzenia!

### Zadanie 1

Cylindryczny przewód o współczynniku przewodnictwa cieplnego  $\kappa$  o promieniu  $a$  i oporności właściwej  $\rho$  przewodzi jednorodnie prąd o natężeniu  $I$ . Temperatura jego powierzchni jest chłodzona wodą i z tego powodu można przyjąć, że jest ona ustalona i wynosi  $T_0$ . Pokaż, że temperatura  $T(r)$  w stanie stacjonarnym ( $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ ) wewnątrz przewodu wynosi

$$T(r) = T_0 + \frac{\rho I^2}{4\pi^2 a^4 \kappa} (a^2 - r^2).$$

Następnie przewód umieszczono w powietrzu o temperaturze  $T_{pow}$  i oddaje on ciepło ze swej powierzchni za pośrednictwem konwekcji, co można opisać przy pomocy prawa stygnięcia Newtona tak, że strumień ciepła z powierzchni wynosi  $\alpha(T(a) - T_{pow})$ , gdzie  $\alpha$  to stała. Znajdź w stanie stacjonarnym dla tego przypadku  $T(r)$ .

### Zadanie 2

(a) Pręt styka się na obu końcach z ciałami o stałej temperaturze  $T_1$ . W chwili początkowej rozkład temperatury w pręcie dany jest funkcją  $T(x, 0) = T_1 + A \cdot \sin(x) + \frac{A}{2} \cdot \sin(2x)$ , gdzie  $x \in [0, \pi]$ . Jak zależy od czasu temperatura pręta?

(b) Energia płynie od ciała o temperaturze  $T_2 = 500$  K do ciała o temperaturze  $T_1 = 300$  K przez dwa „szeregowo” połączone pręty o tej samej długości i tym samym polu przekroju. Jeden z prętów wykonany jest z miedzi ( $\kappa_{Cu} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ ), a drugi z żelaza ( $\kappa_{Fe} = 50 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ ). Jaka jest temperatura  $T$  połączenia prętów?

### Zadanie 3

Znaleźć rozwiązanie jednowymiarowego równania dyfuzji (II prawo Ficka) dla warunku początkowego:

$$n(x, t = 0) = \begin{cases} n_0, & x \in [-h, h], \\ 0, & w.p.p.. \end{cases}$$

### Zadanie 4

Rozkład prędkości cząsteczek pewnego gazu doskonałego jest dany rozkładem Maxwella-Boltzmannna. Pokazać, że

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle \langle v \rangle = \frac{4}{\pi}.$$

Jaki błąd względny popełniamy zastępując  $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$  przez  $\langle v \rangle$ ?

### Zadanie 5

Korzystając z I prawa Ficka:

$$\vec{J}_n = -D \vec{\nabla} n$$

oraz z modelu kinetycznego dla gazów doskonałych udowodnić, że  $D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle$ , gdzie  $\lambda$  to średnia droga swobodna. Ponadto pokazać, że  $D \propto p^{-1}$  oraz  $D \propto T^{3/2}$ , gdzie  $T$  to temperatura gazu, a  $p$  to jego ciśnienie.