Zad. 3 (ćwiczenia 3)

niedziela, 11 grudnia 2016 01:31

3. W zadaniu poprzednim obliczyć prawdopodobieństwo tego, że dwa następujące po sobie pomiary S_{1y} i S_{2z} dadzą wynik $\hbar/2$ w obu przypadkach. Pokazać, że rozwiązanie można przedstawić jako $\mathrm{Tr}[\hat{\rho}P_+]$, gdzie

$$P_+ = |Y+> \otimes |+><Y+| \otimes <+|,$$

a $\hat{\rho} = |\Psi><\Psi|$. Stan o rzucie spinu na oś y równym $\hbar/2$ oznaczony jest przez $|Y+>$.

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* & \alpha\gamma^* & \alpha\delta^* \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 & \beta\gamma^* & \beta\delta^* \\ \gamma\alpha^* & \gamma\beta^* & |\gamma|^2 & \gamma\delta^* \\ \delta\alpha^* & \delta\beta^* & \delta\gamma^* & |\delta|^2 \end{pmatrix}$$

$$|y+\rangle \otimes |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|++\rangle + i|-+\rangle\right)$$

$$p\left(S_{1y} = \frac{\hbar}{2} \wedge S_{2z} = \frac{\hbar}{2}\right) = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\langle ++| - i\langle -+|\right)|\psi\rangle\right|^2 =$$

$$= \langle\psi|y+,+\rangle\langle y+,+|\psi\rangle = \mathrm{Tr}(\mathbb{P}_+\hat{\rho}) = \langle\mathbb{P}_+\rangle =$$

$$= \mathrm{Tr}\left[\begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* & \alpha\gamma^* & \alpha\delta^* \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 & \beta\gamma^* & \beta\delta^* \\ \gamma\alpha^* & \gamma\beta^* & |\gamma|^2 & \gamma\delta^* \\ \delta\alpha^* & \delta\beta^* & \delta\gamma^* & |\delta|^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -\frac{i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right] = |\alpha - i\gamma|^2$$