Zad. 2 (ćwiczenia 5)

niedziela, 11 grudnia 2016 16:06

4. Czy stan dwóch spinów:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{3}}(|-\rangle_A \otimes |-\rangle_B + |-\rangle_A \otimes |+\rangle_B + |+\rangle_A \otimes |+\rangle_B)$$

jest splątany? Wyznaczyć macierze $\hat{\rho}_{AB}$,$\hat{\rho}_A$ i $\hat{\rho}_B$. Obliczyć liczbę Schmidta i entropię splątania dla tego stanu.

$$\hat{\rho}_{AB} = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ – macierz gęstości

Macierze zredukowane:

$$\hat{\rho}_A = \mathrm{tr}_B\, \hat{\rho}_{AB} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\rho}_B = \mathrm{Tr}_A\, \hat{\rho}_{AB} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Liczba Schmidta:

Szukamy wartości własnych $\hat{\rho}_A$:

$$\det\left[\hat{\rho}_A - \lambda \mathbb{1}\right] = 0 \Rightarrow \lambda_\pm = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{6}$$

$$\lambda_+ + \lambda_- = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6} + \frac{1}{2} = 1$$

Dwie niezerowe wartości własne oznaczają, że liczba Schmidta wynosi 2, czyli stan jest splątany.

Szukając wektorów własnych dla

macierzy $\hat{\rho}_A$ dostajemy postać Schmidta
w której zredukowana macierz gęstości
jest diagonalna.

Entropia splątania:

$$S(\rho_A) = S(\rho_B) = -\mathrm{Tr}[\rho_A \log \rho_A] =$$

$$= -\frac{3+\sqrt{5}}{6}\log\left(\frac{3+\sqrt{5}}{6}\right) - \frac{3-\sqrt{5}}{6}\log\left(\frac{3-\sqrt{5}}{6}\right)$$