Zad. 3 (ćwiczenia 5)

niedziela, 11 grudnia 2016 16:28

5. Obliczyć wartość oczekiwaną

$$\langle \Psi^- | (\boldsymbol{\sigma}^{(A)} \cdot \boldsymbol{n})(\boldsymbol{\sigma}^{(B)} \cdot \boldsymbol{m}) | \Psi^- \rangle .$$

w stanie

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_A |-\rangle_B - |-\rangle_A |+\rangle_B)$$

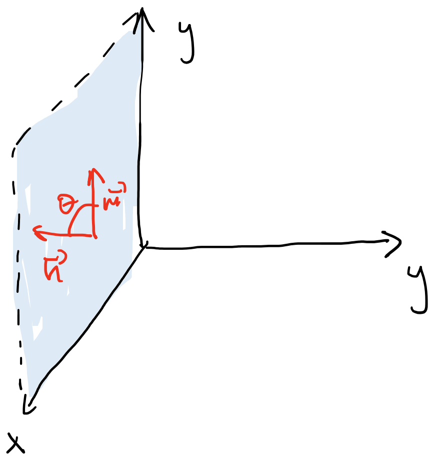
przyjmując, że wektory jednostkowe $\boldsymbol{n}$ i $\boldsymbol{m}$ są zawarte w płaszczyźnie (xz), a kąt między nimi wynosi Θ.

Wskazówka: pokazać bezpośrednim rachunkiem, że

$$(\boldsymbol{\sigma}^{(A)} + \boldsymbol{\sigma}^{(B)})|\Psi^-\rangle = 0$$

$$\vec{n} = (n_x, 0, n_z)$$

$$\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$$



$$\langle \psi^- | \begin{pmatrix} n_z & n_x \\ n_x & -n_z \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} m_z & m_x \\ m_x & -m_z \end{pmatrix} | \psi^- \rangle =$$

$$= \frac{1}{2}(-2 n_z m_z - 2 n_x m_x) = -\cos\theta =$$

$$= 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1$$

Ponadto

$$|\vec{n}+ \rangle\langle \vec{n}+| = \frac{1}{2}(\sigma_0 + \vec{n}\cdot\vec{\sigma})$$

$$\langle \psi^- | \vec{n}+\rangle\langle\vec{n}+| \otimes |\vec{m}+\rangle\langle\vec{m}+| \psi^- \rangle = \frac{1}{4}[1 - \cos\theta] = \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

wielkość wykorzystywana przy doświadczalnej weryfikacji nierówności Bella.