Zad. 1 (ćwiczenia 6)

niedziela, 11 grudnia 2016 16:48

1. W wyniku fluktuacji otoczenia E spin A sprzężony z otoczeniem podlegają następującej ewolucji unitarnej (kanał tłumienia fazy):

$$\begin{aligned} |0\rangle_A|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|0\rangle_A|0\rangle_E + \sqrt{p}|0\rangle_A|1\rangle_E, \\ |1\rangle_A|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_A|0\rangle_E + \sqrt{p}|1\rangle_A|2\rangle_E. \end{aligned}$$

Przedstawić ewolucję macierzy gęstości podukładu A w reprezentacji Krausa. Zakładając, że w chwili początkowej macierz ρ_A odpowiadała stanowi czystemu $a|0\rangle_A + b|1\rangle_A$ znaleźć ρ_A po n krokach w granicy, gdy $n \to \infty$.

Operator ewolucji U w kanale tłumienia fazy:

$$U|0_A 0_E\rangle = \sqrt{1-p}\,|0_A 0_E\rangle\langle 0_A 0_E|0_A 0_E\rangle + \sqrt{p}\,|01\rangle\langle 00|00\rangle$$

$$U|10\rangle = \sqrt{1-p}\,|10\rangle\langle 10|10\rangle + \sqrt{p}\,|12\rangle\langle 10|10\rangle$$

Konstruujemy operatory Krausa:

$$M_0 = {}_E\langle 0|U|0\rangle_E = \sqrt{1-p}\,\mathbb{1}$$

$$M_1 = {}_E\langle 1|U|0\rangle_E = \sqrt{p}\,|0\rangle\langle 0|_A$$

$$M_2 = {}_E\langle 2|U|0\rangle_E = \sqrt{p}\,|1\rangle\langle 1|_A$$

Zatem

$$S(\rho) = \sum_{i=0}^{2} M_i \rho M_i^+ = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01}(1-p) \\ \rho_{10}(1-p) & \rho_{11} \end{pmatrix}$$

Dla n-kroków rozpraszania mamy:

$$S_n(\rho) = \sum_k \Big(M_k \cdots \Big(\sum_k M_k \underbrace{\Big(\sum_{k=0}^{2} M_k \rho M_k^+ \Big) M_k^+ \Big) \cdots M_k^+}_{n\text{-razy}} \Big) =$$

$$= \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01}(1-p)^n \\ \rho_{10}(1-p)^n & \rho_{11} \end{pmatrix}$$

Niech $p = \Gamma \Delta t$ jest prawdopodobieństwem, że w czasie Δt nastąpi pojedynczy akt rozproszenia, wtedy dla dużych n mamy:

$$(1-p)^n = (1-\Gamma\Delta t)^{t/\Delta t} \approx e^{-\Gamma t}$$

Jeżeli rozważymy układ w stanie początkowym $a|0\rangle_A + b|1\rangle_A$, wtedy

$$S(\rho, t) = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* e^{-\Gamma t} \\ a^* b e^{-\Gamma t} & |b|^2 \end{pmatrix} \xrightarrow[t \to \infty]{} \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix}$$

proces ten nosi nazwę dekoherencji, przy czym $\tau = 1/\Gamma$ jest charakterystycznym czasem dekoherencji.