Zad. 1 (ćwiczenia 7)

poniedziałek, 12 grudnia 2016 22:18

1. Niech $\{|\alpha, l, m>\}_{m=-l}^{l}$ oraz $\{|\beta, l, m>\}_{m=-l}^{l}$ stanowią dwie różne bazy reprezentacji $D^{(l)}(R)$ grupy obrotów o wymiarze $2l+1$, tzn.:

$$U(R)|\alpha, l, m> = \sum_{m'=-l}^{l} D^{(l)}_{m'm}(R)|\alpha, l, m'> \quad \text{oraz} \quad U(R)|\beta, l, m> = \sum_{m'=-l}^{l} D^{(l)}_{m'm}(R)|\beta, l, m'> .$$

Pokazać, że $<\alpha, l, m|\beta, l, m'> = \lambda\delta_{mm'}$.

Wsk.: Lemat Schura.

$$\langle \alpha, l, m | \beta, l, m' \rangle = \langle \alpha, l, m | \mathbb{1} | \beta, l, m' \rangle =$$

$$= \langle \alpha, l, m | U^{+}(R) U(R) | \beta, l, m' \rangle =$$

$$= \sum_{m_1=-l}^{l} \sum_{m_2=-l}^{l} D^{+(l)}_{mm_1}(R) \langle \alpha, l, m_1 | \beta, l, m_2 \rangle D^{(l)}_{m_2 m'}(R) =$$

$$= \sum_{m_1=-l}^{l} \sum_{m_2=-l}^{l} [D^{+}]_{mm_1} [S]_{m_1 m_2} [D]_{m_2 m'} = [S]_{mm'}$$

(element macierzy macierzy iloczynu skalarnego

Na mocy lematu Schura macierz iloczynu skalarnego jest skalarna, tj.

$$\langle \alpha, l, m | \beta, l, m' \rangle = \lambda \cdot \delta_{mm'}$$