Mechanika Kwantowa IIB
Ćwiczenia 4, tydz. 24.10.2016

Ewolucja układów złożonych
symetrie, reprezentacje grupy obrotów, spin

1. W wyniku fluktuacji otoczenia E spin A sprzężony z otoczeniem podlegają następującej ewolucji unitarnej (kanał tłumienia fazy):

$$\begin{aligned} |0\rangle_A|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|0\rangle_A|0\rangle_E + \sqrt{p}|0\rangle_A|1\rangle_E, \\ |1\rangle_A|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_A|0\rangle_E + \sqrt{p}|1\rangle_A|2\rangle_E. \end{aligned}$$

   Przedstawić ewolucję macierzy gęstości podukładu A w reprezentacji Krausa. Zakładając, że w chwili początkowej macierz ρ_A odpowiadała stanowi czystemu $a|0\rangle_A + b|1\rangle_A$ znaleźć ρ_A po n krokach w granicy, gdy $n \to \infty$.

2. Macierz transformacji spinu odpowiadająca złożeniu obrotów o kąty Eulera α, β, γ kolejno wokół osi z,y,z może być zapisana jako:

$$D^{(1/2)}(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-\frac{i}{2}\alpha\hat{\sigma}_z} e^{-\frac{i}{2}\beta\hat{\sigma}_y} e^{-\frac{i}{2}\gamma\hat{\sigma}_z},$$

   gdzie $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ - macierze Pauliego. Znaleźć oś $\vec{n}$ i kąt ϕ obrotu równoważnego tej transformacji.

3. Pokazać, że macierz postaci

$$A = \frac{\alpha\hat{\sigma}_0 + i\hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{a}}{\alpha\hat{\sigma}_0 - i\hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{a}},$$

   dla dowolnej liczby rzeczywistej a_0 i wektora rzeczywistego $\vec{a}$ reprezentuje pewien obrót. Znaleźć kąt i oś tego obrotu w zależności od a_0 i $\vec{a}$.