

# Mechanika kwantowa II B

ćwiczenia #15

23 stycznia 2018

## Zadanie 1

(Transformacja Bogoliubova-Valatina) Zdiagonalizować hamiltonian Bogoliubova-de Gennesa z poprzednich ćwiczeń:

$$\hat{H} - \mu\hat{N} = \sum_{\vec{k}} \psi_{\vec{k}}^\dagger \begin{pmatrix} \xi_{\vec{k}} & -\Delta \\ -\Delta^* & -\xi_{\vec{k}} \end{pmatrix} \psi_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} \xi_{\vec{k}} + \frac{\Omega|\Delta|^2}{g},$$

gdzie  $\xi_{\vec{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m - \mu$ ,  $\psi_{\vec{k}}^\dagger = (c_{\vec{k}\uparrow}^\dagger, c_{-\vec{k}\downarrow})$  jest spinorem Nambu, a  $\Omega$  jest objętością układu. Wykorzystać w tym celu transformację kanoniczną Bogoliubova-Valatina:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{\vec{k}\uparrow} \\ \alpha_{-\vec{k}\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{\vec{k}}^* & -v_{\vec{k}} \\ v_{\vec{k}}^* & u_{\vec{k}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\vec{k}\uparrow} \\ c_{-\vec{k}\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}.$$

Skomentować jaki związek ma występowanie przerwy energetycznej dla nadprzewodnika z obserwacją zerowego oporu właściwego poniżej  $T_c$ . Podać w jaki sposób można zrozumieć konieczność występowania temperatury oraz prądów krytycznych w tym przypadku.

## Zadanie 2

(Równanie przerwy BCS) Wychodząc z równania przerwy energetycznej dla modelu BCS:

$$\Delta = \frac{g}{\Omega} \sum_{\vec{k}} \langle c_{-\vec{k}\downarrow} c_{\vec{k}\uparrow} \rangle$$

wyprowadź wyrażenie na wartość przerwy energetycznej  $\Delta_0$  w  $T = 0$ , a następnie znajdź wartość temperatury krytycznej  $T_c$ . Obliczyć ile wynosi stosunek  $2\Delta_0/k_B T_c$ .