

**Fizyka statystyczna B**  
**zadania domowe #11 (ostatnia)**  
**18 stycznia 2018**

*Prosimy o zrobienie wszystkich zadań. Jedno z nich będzie zbierane przez wykładownicę na ostatnim wykładzie. Powodzenia!*

**Zadanie 1**

Niech

$$Z_p = \sum_{\ell-\text{parzyste} \geq 0} (2\ell + 1)e^{-\sigma\ell(\ell+1)}, \quad Z_{np} = \sum_{\ell-\text{nieparzyste} \geq 1} (2\ell + 1)e^{-\sigma\ell(\ell+1)},$$

gdzie oba wyrażenia dotyczą pojedynczej cząsteczki. Pokazać, że w granicy  $\sigma \rightarrow 0$  (granica klasyczna):

$$Z_p = Z_{np} = \frac{1}{2} Z_{rot}^{klas}$$

**Zadanie 2**

Podobnie jak dla wodoru  $H_2$  prawidłowe wyrażenie dla ciepła właściwego deuteru  $D_2$  ma postać:

$$c_v^{rot} = x c_v^{rot}(para) + (1 - x) c_v^{rot}(orto).$$

Wyznaczyć wartość współczynnika  $x$ .

**Zadanie 3**

Strukturę pewnego ciała stałego tworzy  $N$  jąder o spinie 1 umieszczonych w węzłach sieci. Z dobrym przybliżeniem można przyjąć, że jądra nie oddziałują między sobą. Każde jądro może zatem znajdować się w trzech stanach kwantowych opisywanych liczbą  $m = 0, \pm 1$ . Energia stanów  $m = \pm 1$  wynosi  $\epsilon > 0$ , zaś stanu  $m = 0$  jest równa zero. Wykazać, że ciepło właściwe układu (liczone na jedno jądro) w przypadku, gdy  $\epsilon/k_B T \ll 1$  jest równe

$$c = \frac{2}{9} k_B \left( \frac{\epsilon}{k_B T} \right)^2.$$