

**Wykład Mechanika Kwantowa 2B,  
zadania domowe 4  
24 października 2016 roku**

1. Znaleźć postać Schmidta dla stanu dwóch spinów:

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{2}|+\rangle_A \otimes \left(\frac{1}{2}|+\rangle_B + \frac{\sqrt{3}}{2}|-\rangle_B\right) + \frac{1}{2}|-\rangle_A \otimes \left(\frac{\sqrt{3}}{2}|+\rangle_B + \frac{1}{2}|-\rangle_B\right).$$

2. Dla każdego ze stanów Bella układu dwóch spinów:

$$\begin{aligned} |\Phi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B \pm |\downarrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B) \\ |\Psi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B \pm |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B) \end{aligned} \quad (1)$$

wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że pomiar rzutu spinu  $A$  na kierunek  $\vec{n}$  da wynik  $+\frac{\hbar}{2}$ .

3. Rozpatrujemy układ dwóch spinów  $A$  i  $B$  w stanie splątanym:

$$|\Phi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B, \quad (2)$$

na którym Bob wykonuje pomiar rzutu spinu  $B$  na oś  $\hat{x}$ , a następnie Alice wykonuje pomiar rzutu spinu  $A$  na oś  $\hat{z}$ . Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że oboje uzyskają wynik dodatni? Jak zależy odpowiedź od tego, czy Alice znała wynik pomiaru Boba przed wykonaniem swojego pomiaru?

4. Obliczyć entropię splątania stanu  $|\Phi\rangle$  z poprzedniego zadania.
5. Pokazać, że maksymalnie splątane stany dwóch spinów są stanami własnymi operatora parzystości  $\hat{P} = (\sigma_z)_A \otimes (\sigma_z)_B$  fazy  $\hat{\Phi} = (\sigma_x)_A \otimes (\sigma_x)_B$ . Czy nazwy tych operatorów mają jakiegokolwiek uzasadnienie? Podać macierze tych operatorów w bazie  $\{|+\rangle_A \otimes |+\rangle_B, |+\rangle_A \otimes |-\rangle_B, |-\rangle_A \otimes |+\rangle_B, |-\rangle_A \otimes |-\rangle_B\}$ .