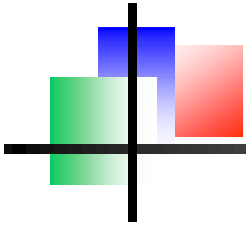


Podstawy Fizyki III

Optyka z elementami fizyki współczesnej

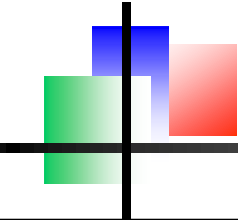
wykład 4, 13.10.2017

wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Mateusz Winkowski, Jan Szczepanek
ćwiczenia:	Radosław Łapkiewicz



wykład 3 - przypomnienie

- źródła promieniowania EM
- promieniowanie ładunku przyspieszanego, formuła Larmora
- potencjały pola EM
- równania na potencjały
- promieniowanie dipola elektrycznego
- detektory promieniowania EM: termiczne, kwantowe



propagacja światła w dielektrykach, 1

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (4)$$

związki materiałowe:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

dielektryk – izolator, ośrodek materialny bez swobodnych ładunków czyli nośników prądu elektrycznego

- trwałe bądź indukowane elektryczne momenty dipolowe

wyprowadzamy r-nie falowe (patrz wykład 2):

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 = \frac{n^2}{c^2}$$

$$n = \sqrt{\mu \epsilon}$$

n - współczynnik załamania światła

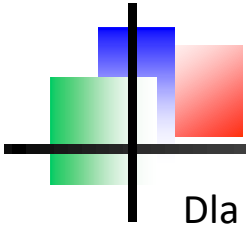
w tym wykładzie nie będziemy rozważali ośrodków magnetycznych zatem przyjmiemy $\mu = 1$. Wtedy $n = \sqrt{\epsilon}$.

inna prędkość fazowa:

$$v = \frac{c}{n}$$

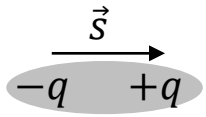
inna stała propagacji:

$$k = \frac{n\omega}{c}$$

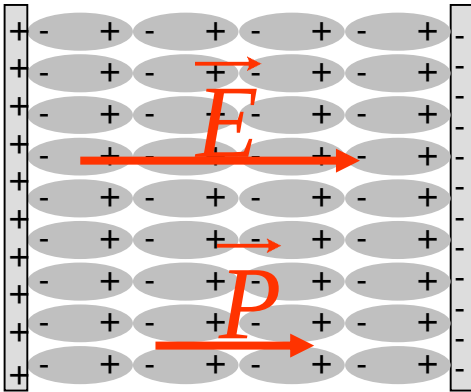


propagacja światła w dielektrykach, 2

Dla materiałów niemagnetycznych $n = \sqrt{\epsilon}$



$\vec{p} = q\vec{s}$
moment dipolowy
atomu/cząsteczki



polaryzacja ośrodka: $\vec{P}$, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$\vec{P}$ to gęstość momentów dipolowych: $\vec{P} = N\vec{p}$

$\vec{p} = \alpha \vec{E}$ gdzie α to polaryzowalność atomu/cząsteczki

dla liniowej odpowiedzi ośrodka mamy: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$

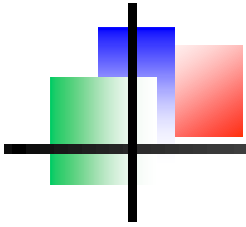
χ – podatność dielektryczna ośrodka

i ostatecznie:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

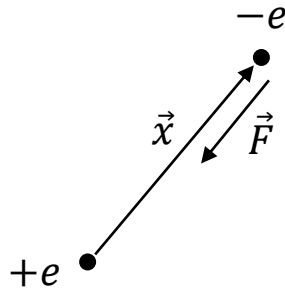
oraz

$$n^2 = \epsilon = 1 + \chi$$



model Lorentza, 1

Założenia:



ciężkie, nieruchome jądro

lekki elektron

siła sprężysta:

$$F_k = -kx = -m\omega_0^2 x$$

atom mały w porównaniu z λ :

$$F_E(t) = -eE(t)$$

straty typu tarcie:

$$F_T = -m\gamma \frac{dx}{dt}$$

r-nie ruchu elektronu:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_k + F_E + F_T$$

czyli

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE_0 e^{-i\omega t}$$

ma rozwiązanie:

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$$

gdzie

$$x_0 = -\frac{e}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

polaryzowalność atomu α można policzyć z momentu dipolowego atomu $\vec{p}$:

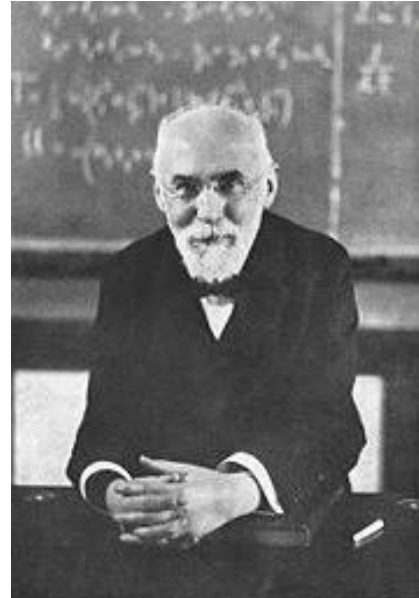
$$\vec{p} = -e\vec{x} = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \vec{E} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}$$

polaryzacja ośrodka:

$$\vec{P} = N \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \vec{E} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

gdzie N to gęstość atomów

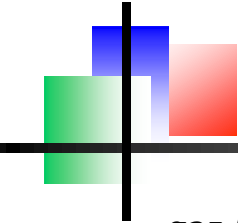
model Lorentza 2



Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*, Leipzig, Teubner, 1916

... elastic force, which must be considered to be exerted by the other particles in the atom, but about whose nature we are very much in the dark, [...] proportional to the displacement.



współ. zał. dla gazów, 1

gaz (mała gęstość) - polaryzacja ośrodka nie zmienia pola elektrycznego fali ($P \ll \epsilon_0 E$)

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = N \frac{e^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i \gamma \omega} \vec{E}$$

$$n^2 = 1 + \chi = 1 + N \frac{e^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i \gamma \omega_0}$$

współczynnik załamania jest zespolony: $n = n_R + i n_I$ (?)

rozważmy płaską falę monochromatyczną:

$$E(x, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \text{ z liczbą falową } k = \frac{n\omega}{c}$$

$$E(x, t) = E_0 e^{i\omega \left[\frac{(n_R + i n_I)z}{c} - t \right]} = E_0 e^{-\underbrace{\frac{n_I \omega}{c} z}_{\kappa/2}} e^{i \left(\frac{n_R \omega}{c} z - \omega t \right)}$$

otrzymujemy prawo Beera:

$$I(z) \propto |\langle E(z, t) \rangle_t|^2 = I_0 e^{-\kappa z}$$

współ. zał. dla gazów, 2

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad \omega_0 - \text{częstość rezonansowa w atomie}$$

ale atom ma szereg częstości rezonansowych i każda z nich daje wkład do współczynnika załamania

$$n^2 \cong 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega'}$$

f_j - siła oscylatora opisująca wkład danego rezonansu

• rachunki.....

$$n_R(\omega) \cong 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \sum_j \frac{(\omega_j^2 - \omega^2)}{(\omega_j^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_j\omega)^2}$$

$$n_I(\omega) \cong \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j\gamma_j\omega}{(\omega_j^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_j\omega)^2}$$

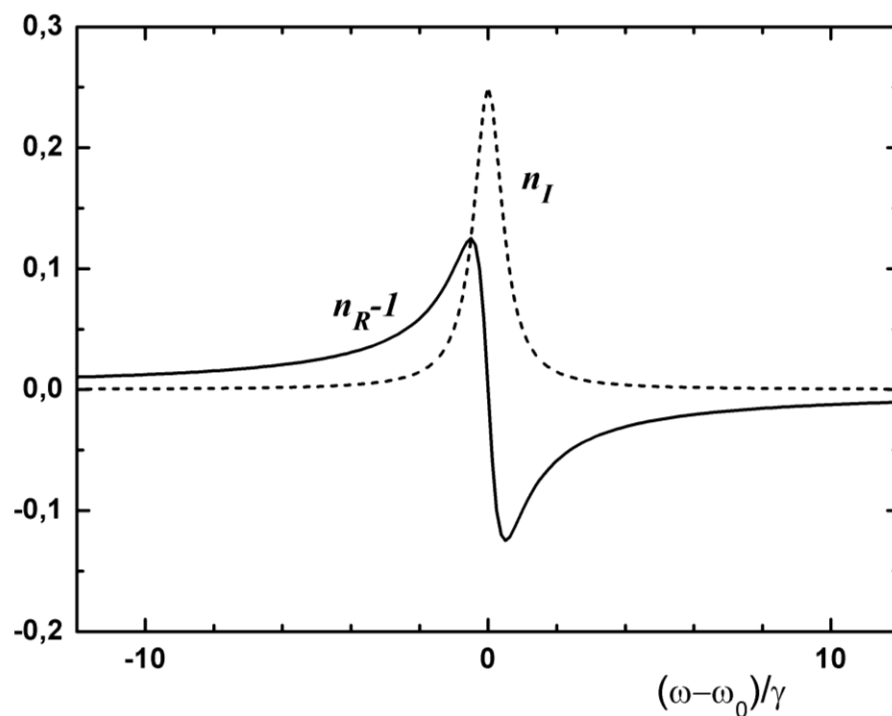
• w pobliżu rezonansu, rachunki.....

$$n_R(\omega) \cong 1 + \frac{Ne^2}{4m\epsilon_0\omega} \sum_j \frac{(\omega_j - \omega)f_j}{(\omega_j - \omega)^2 + \gamma_j^2}$$

$$n_I(\omega) \cong \frac{Ne^2}{4m\epsilon_0\omega} \sum_j \frac{f_j\gamma_j}{(\omega_j - \omega)^2 + \gamma_j^2}$$

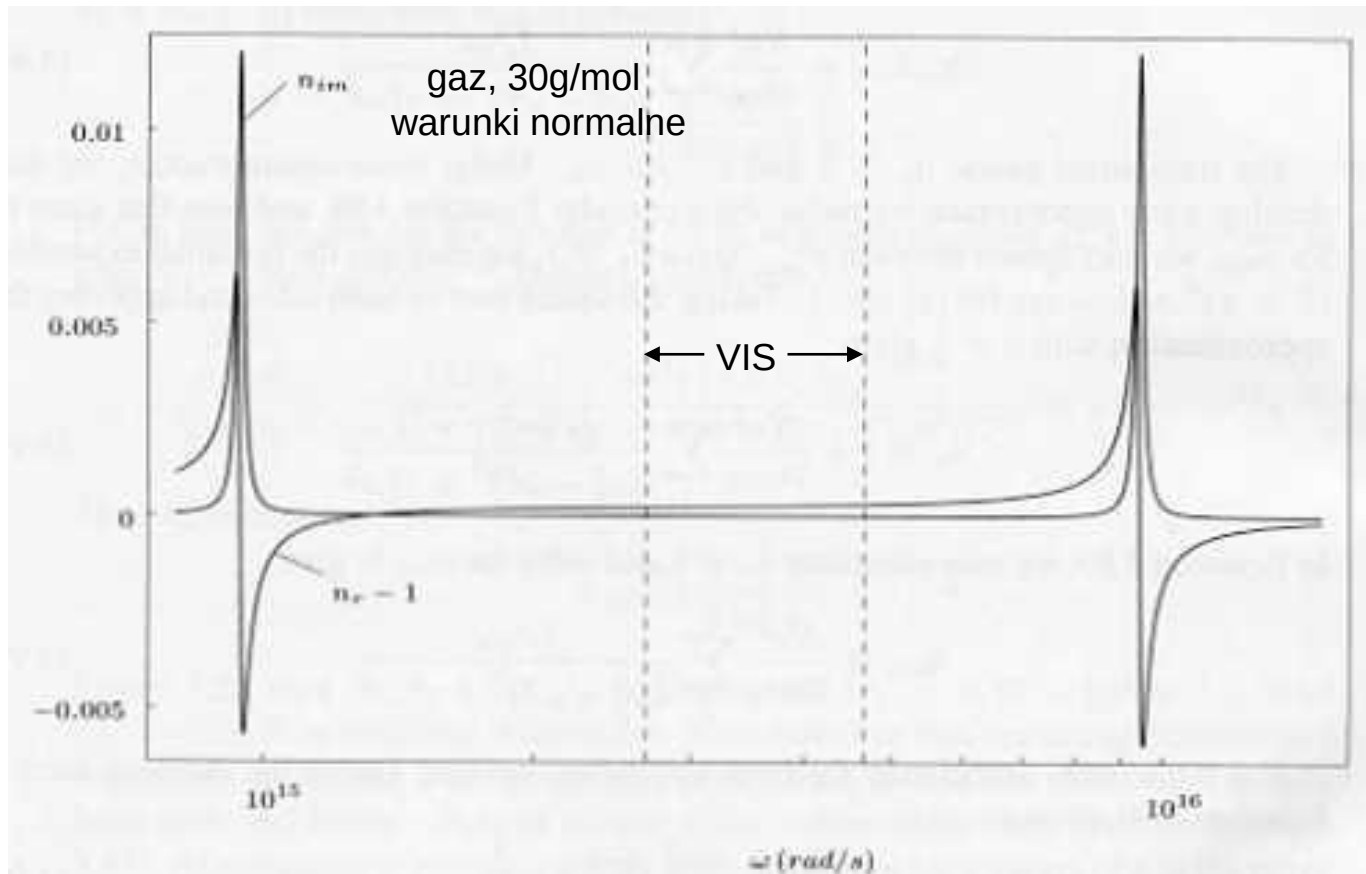
Rezonans:

linia absorpcyjna – Lorentz
dyspersja anomalna



współ. zał. dla gazów, 3

$$n^2 \cong 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$



$$\lambda_1 = 0.2\mu m, \lambda_2 = 2\mu m, \quad \gamma_1/\omega_1 = \gamma_2/\omega_2 = 1/50$$

wsp. zał. dla ośrodków skondensowanych, 1

moment dipolowy atomu/cząsteczki to $\vec{p} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}_L$ gdzie α oznacza polaryzowalność atomu/cząsteczki zaś $\vec{E}_L$ to całkowite pole elektryczne (pole lokalne) działające na atom/cząsteczkę. Nie możemy zaniedbać pola pochodzącego od innych (spolaryzowanych) atomów/cząsteczek.

Rozważamy atom umieszczony w mikro-wnęcie o promieniu R i liczymy dodatkowe pole elektryczne pochodzące od polaryzacji ośrodka $\vec{P}$. Rachunki w sferycznym układzie odniesienia:

$$E_P = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\Theta \left[\frac{P \cos\Theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \right] R^2 \sin\Theta = \dots = \frac{P}{3\epsilon_0}$$

Całkowite pole elektryczne w miejscu atomu (pole lokalne stąd indeks L)

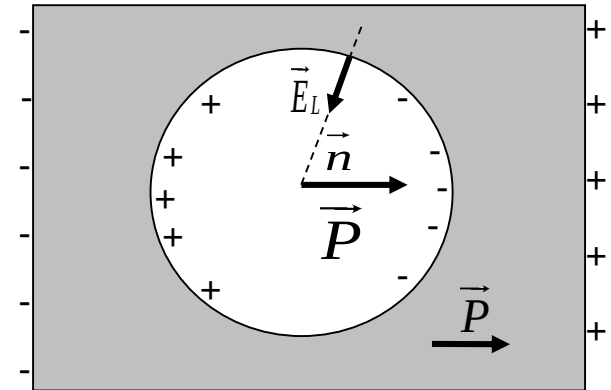
$$\vec{E}_L = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

polaryzuje atom

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}_L$$

co skutkuje polaryzacją ośrodka

$$\vec{P} = N\epsilon_0 \alpha \vec{E}_L = N\epsilon_0 \alpha \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \right)$$



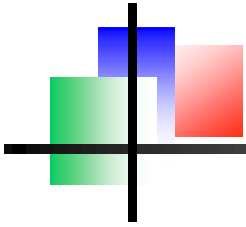
Wyliczamy:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \frac{N\alpha}{1 - (N\alpha/3)} \vec{E}$$

oraz

$$n^2 = 1 + \frac{N\alpha}{1 - (N\alpha/3)}$$

formuła Clausius-Mossotti

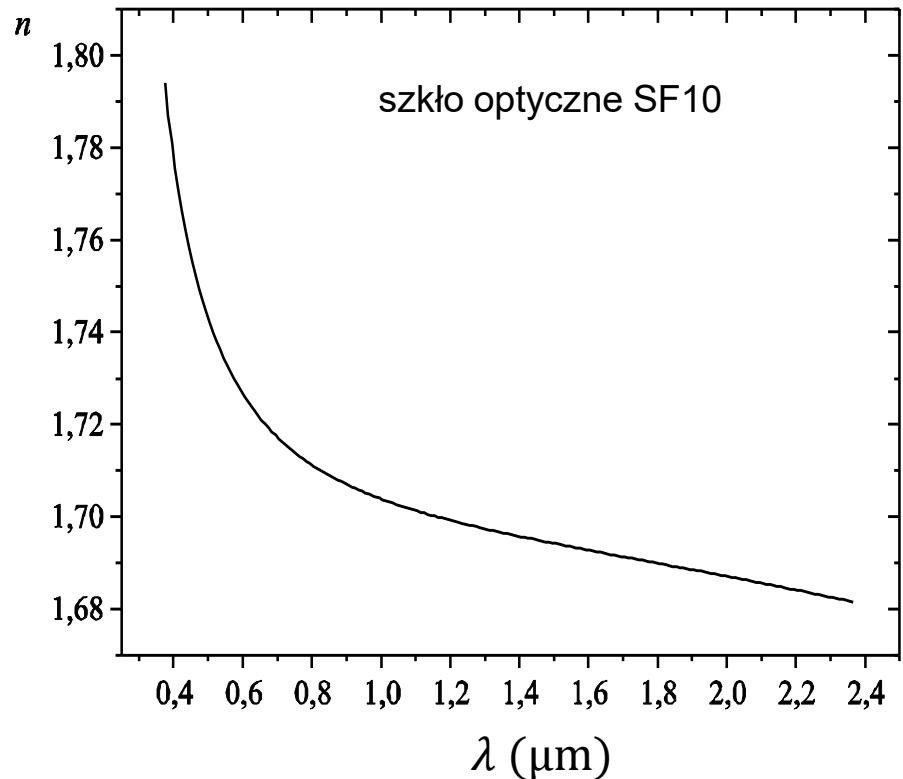


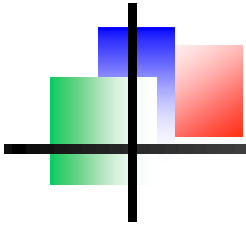
wsp. zał. dla ośrodków skondensowanych, 2

$$n^2 \cong 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

absorpcja w UV
absorpcja IR

– przejścia elektronowe
– przejścia wibracyjne





fale EM w przewodnikach, 1

rotacja r-nia (2) plus r-nie (1) dają (dla materiałów niemagnetycznych $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$):

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \\ &= -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5)$$

załóżmy płaską falę monochromatyczną

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

wtedy:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -(\vec{k} \cdot \vec{E}) \vec{k} + k^2 \vec{E}$$

i r-nie (5) wygląda tak:

$$-(\vec{k} \cdot \vec{E}) \vec{k} + k^2 \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right) \vec{E} = 0 \quad (6)$$

oznaczmy:

$$\hat{n}^2 = \epsilon + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$$

co daje

$$-(\vec{k} \cdot \vec{E}) \vec{k} + k^2 \vec{E} - \frac{\hat{n}^2 \omega^2}{c^2} \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

$\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (prawo Ohma, σ to przewodność elektryczna)

ϵ to stała dielektryczna materiału bez swobodnych nośników prądu (szkielet jonowy materiału)

ruch elektronów w przewodniku

model Drude'go

o ruchu elektronu w polu fali e.m. $E(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ z uwzględnieniem tarcia γ :

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = -e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

ma rozwiązanie: $\vec{r}(t) = \frac{e}{m\omega(\omega + i\gamma)} \vec{E}(t)$

liczymy prąd elektryczny: $\vec{j} = -Ne \frac{d\vec{r}}{dt} = i \frac{Ne^2}{m(\omega + i\gamma)} \vec{E} = \sigma \vec{E}$

co pozwala wyliczyć także przewodność elektryczną

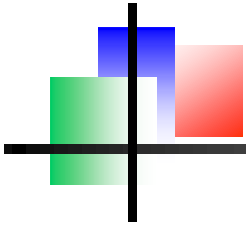
$$\sigma = i \frac{Ne^2}{m(\omega + i\gamma)}$$

ostatecznie:

$$\hat{n}^2 = \epsilon + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} = \epsilon - \frac{Ne^2}{m\omega \epsilon_0 (\gamma + i\omega)}$$



Paul Karl Ludwig Drude
1863 – 1906



fale EM w przewodnikach, 2

wracamy do r-nia falowego w przewodniku (równanie w czerwonej ramce, slajd 15):

$$-(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} + k^2\vec{E} - \frac{\hat{n}^2\omega^2}{c^2}\vec{E} = 0$$

i rozważamy dwa szczególne przypadki

1. fale podłużne

$$\vec{k} \parallel \vec{E}$$

$$(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} = k^2\vec{E} \Rightarrow \hat{n}^2 = \epsilon - i \frac{Ne^2}{m\omega\epsilon_0(\gamma + i\omega)} = 0$$

Założmy bardzo dobry przewodnik ($\gamma \ll \omega$). Wtedy warunek

$$\hat{n}^2 \cong \epsilon \left(1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon\epsilon_0\omega^2} \right) = 0$$

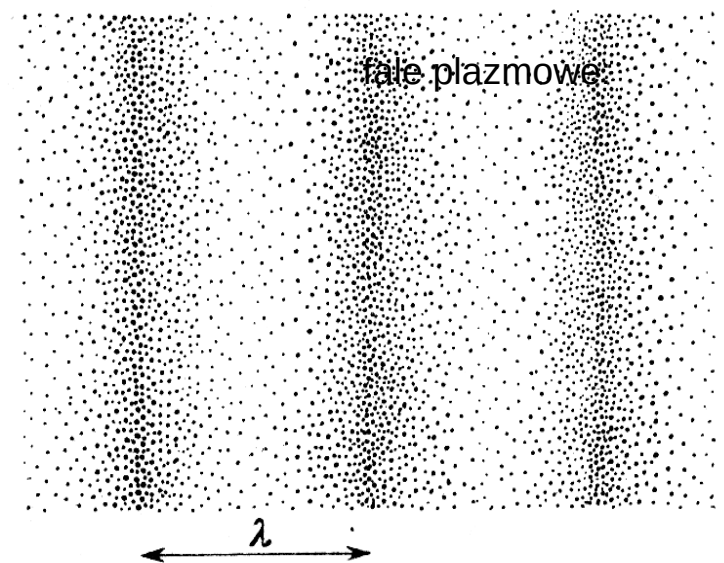
pozwała zdefiniować częstość plazmową

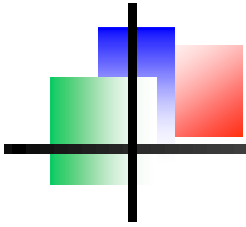
$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon\epsilon_0}}$$

Dla dobrych przewodników współczynnik załamania można zapisać jako

$$\hat{n}^2(\omega) = \epsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

fale plazmowe





fale EM w przewodnikach, 3

$$-(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} + k^2\vec{E} - \frac{\hat{n}^2\omega^2}{c^2}\vec{E} = 0$$

2. fale poprzeczne

$$\vec{k} \perp \vec{E} \Rightarrow (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} = 0$$

Dostajemy równanie Helmholtza

$$\Delta\vec{E} - k^2\vec{E} = 0,$$

gdzie $k = \frac{\hat{n}\omega}{c}$ jest liczbą zespoloną

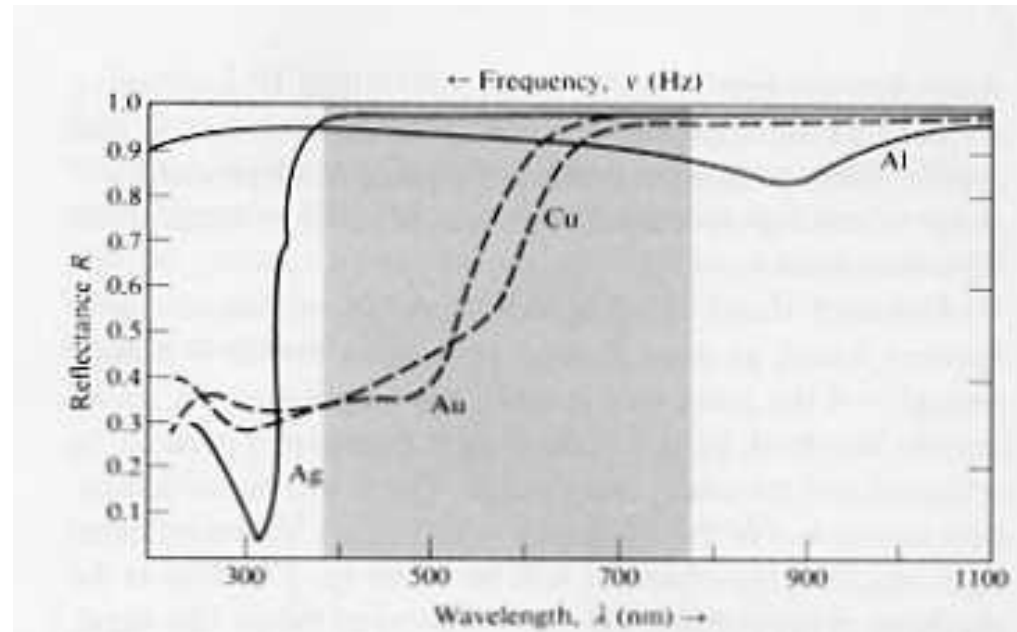
zespolone k oznacza absorpcję światła

$$\begin{aligned} E(x, t) &= E_0 e^{-i(kx - \omega t)} \\ &= E_0 e^{-\frac{n_I \omega}{c} x} \cdot e^{i\left(\frac{n_R \omega}{c} - \omega t\right)} \end{aligned}$$

metal czy dielektryk?

$$\hat{n}^2 = \epsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\gamma\omega} \right) \cong \epsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

- $\omega < \omega_p \Rightarrow \hat{n} \cong n_I$
- $\omega > \omega_p \Rightarrow \hat{n} \cong n_R$

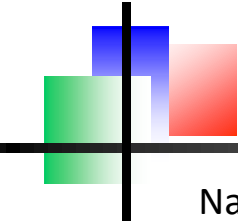


fale EM w przewodnikach, 4



fale EM w przewodnikach, 5





widmo światła

Natężenie spektralne (widmo) $I(\omega), I(\lambda)$:

$I(\omega)\Delta\omega$ - natężenie dla częstości z przedziału $(\omega, \omega + \Delta\omega)$

$I(\lambda)d\lambda$ - natężenie dla długości fali z przedziału $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$

Dla danego pola fali $E(t)$ liczymy jego transformatę Fouriera
i dostajemy amplitudę spektralną pola:

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt$$

Mając amplitudę spektralną możemy wrócić do
domeny czasu:

$$E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Twierdzenie Parsewala:

$$\int |E(t)|^2 dt = \int |\tilde{E}(\omega)|^2 d\omega$$

$$\int I(t) dt = \int I(\omega) d\omega$$


widmo

funkcja autokorelacji pola 1-go rzędu:

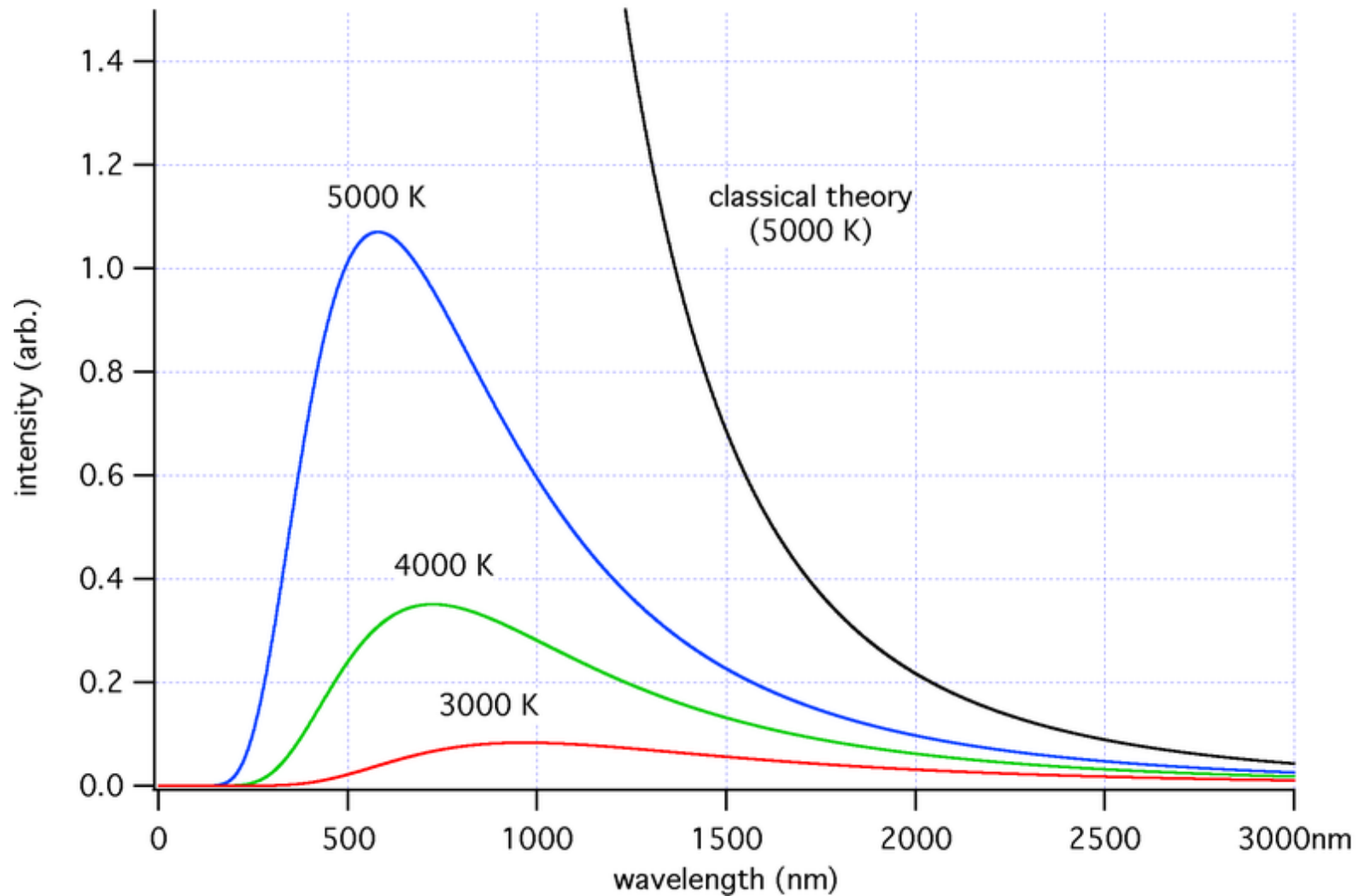
$$AC(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} E^*(t) E(t - \tau) dt$$

twierdzenie Wienera-Chinczyna

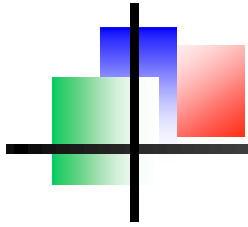
$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} AC(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

widmo światła

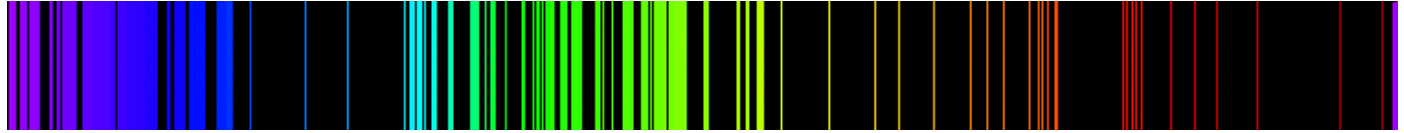
widmo ciągłe,
np. rozgrzana
powierzchnia



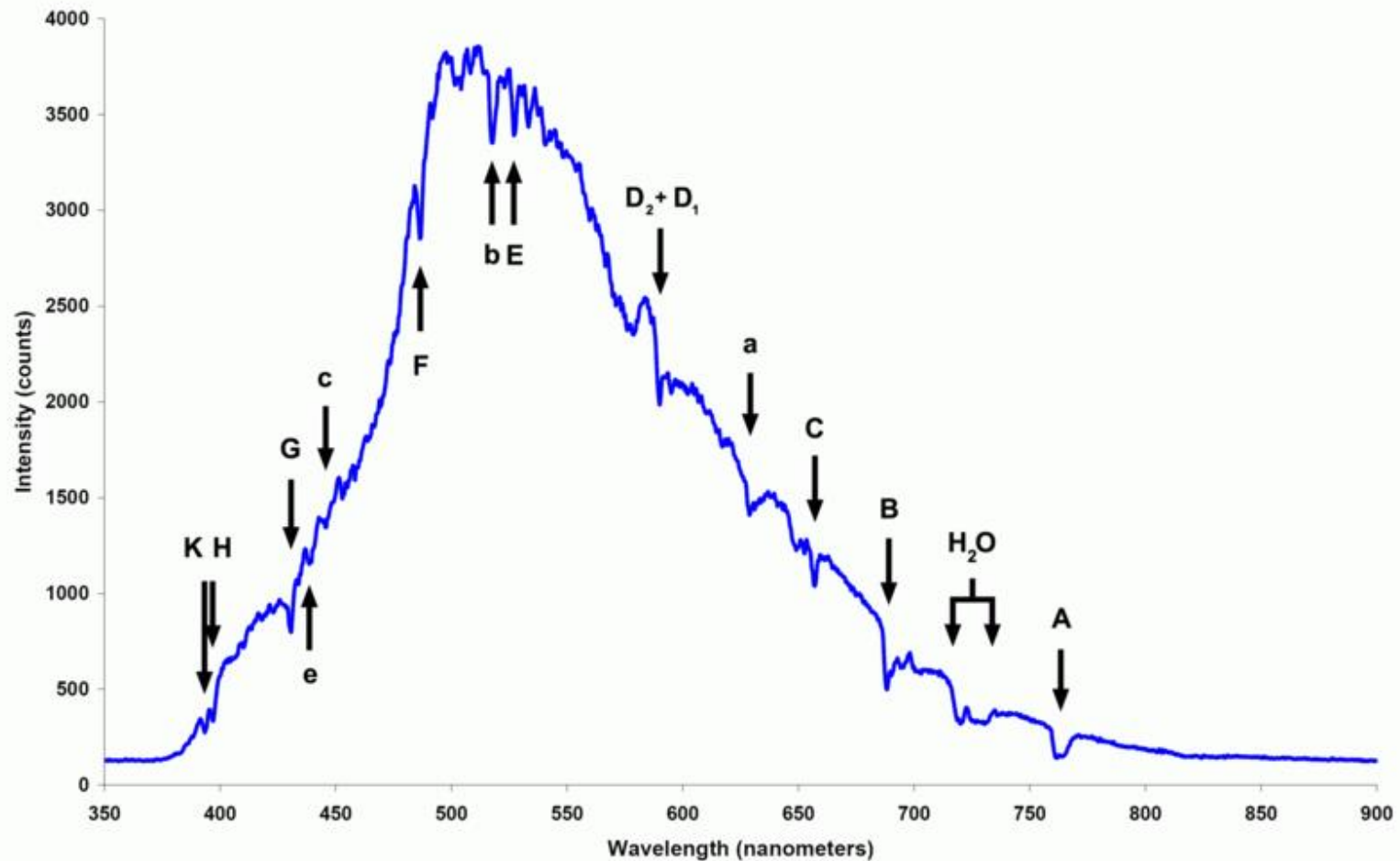
widmo światła



widmo dyskretne: Fe

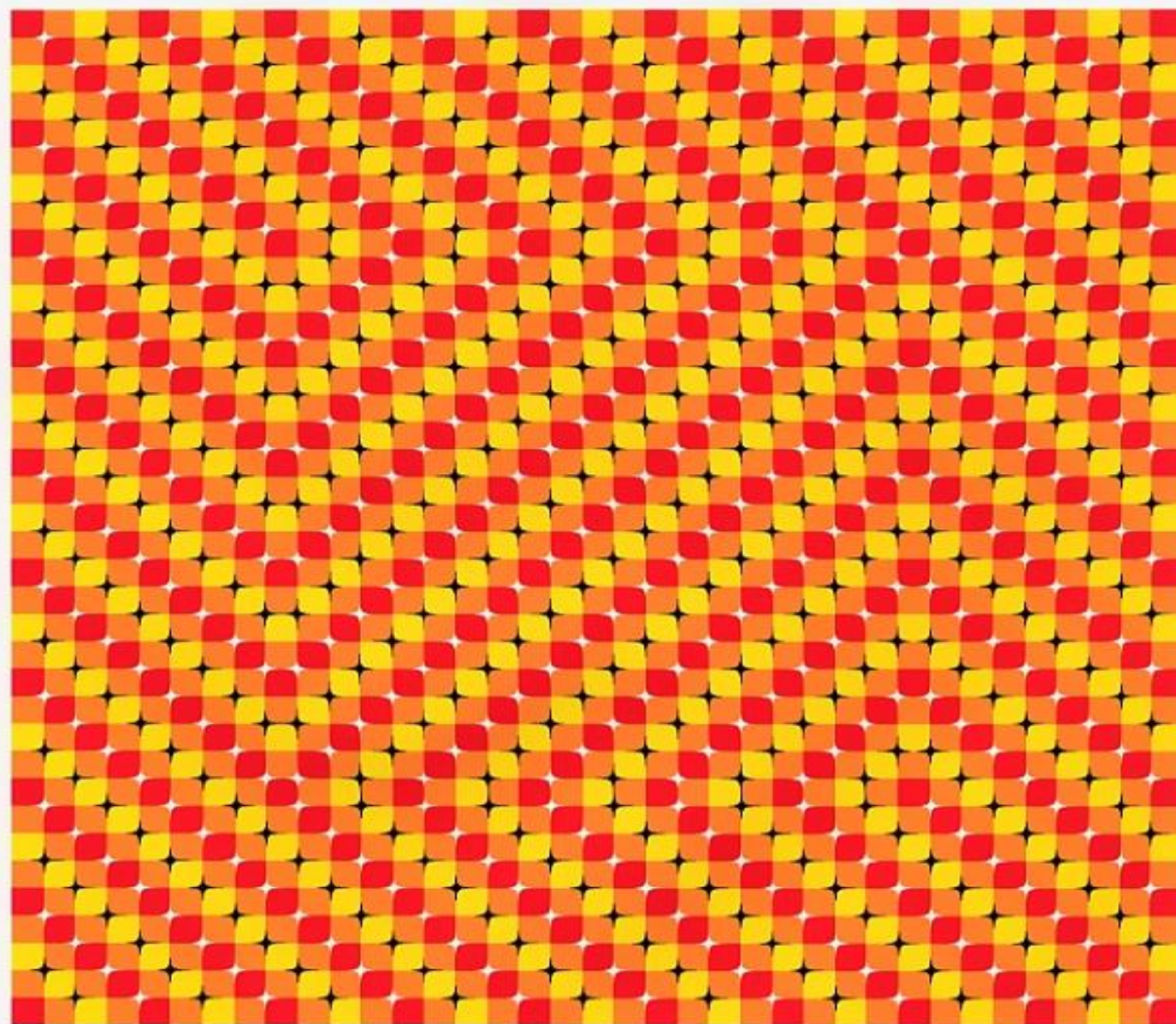


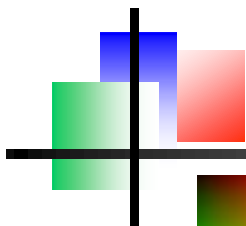
widmo ciągłe z
dyskretnymi
liniami absorpcyjnymi
- widmo Słońca na
powierzchni Ziemi



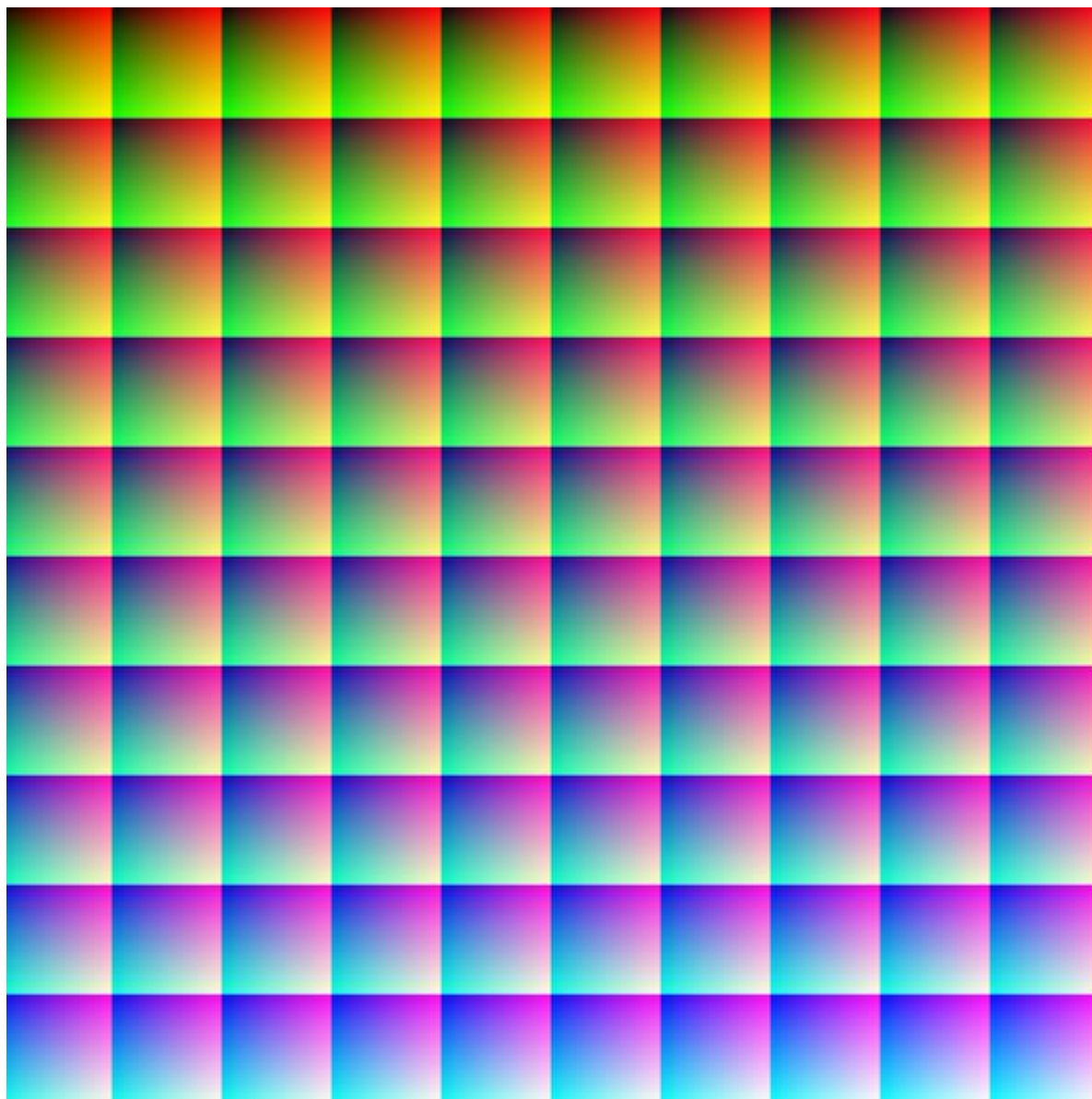


barwy, 1

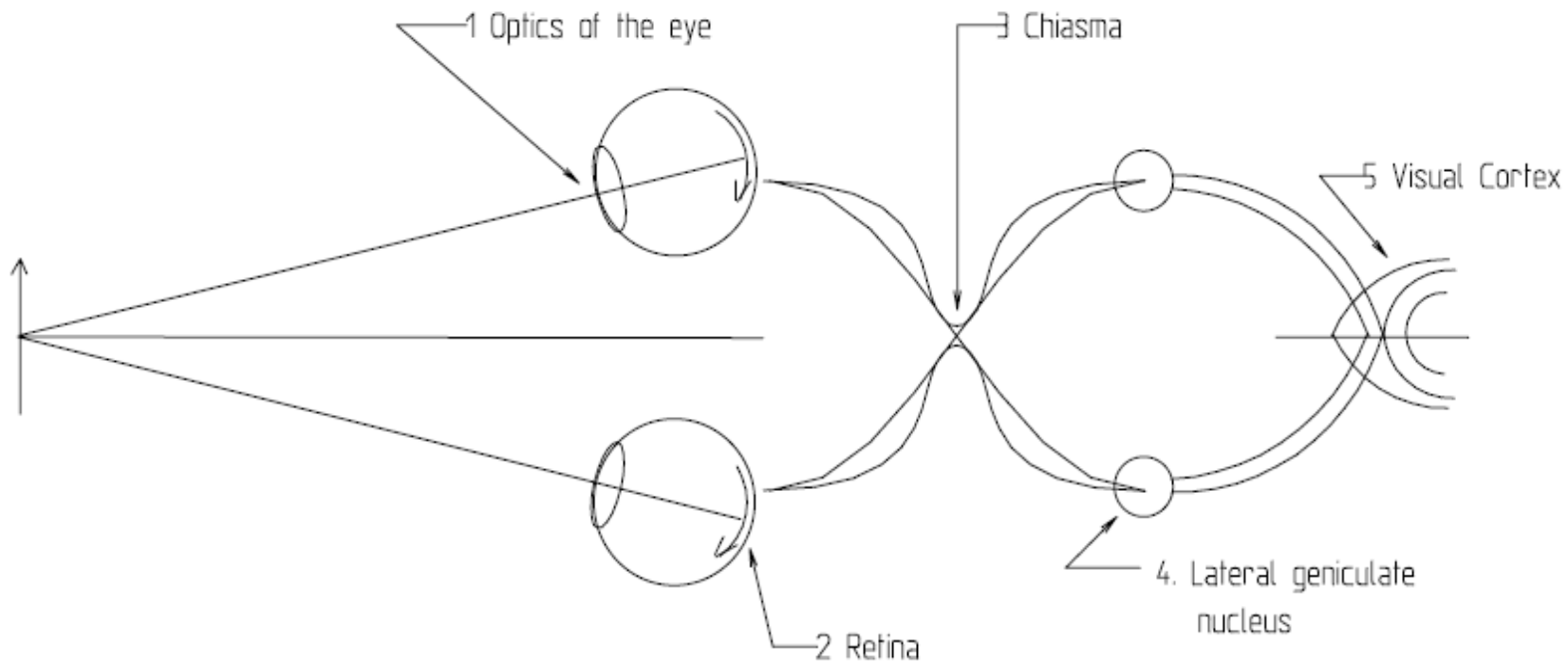




barwy, 2



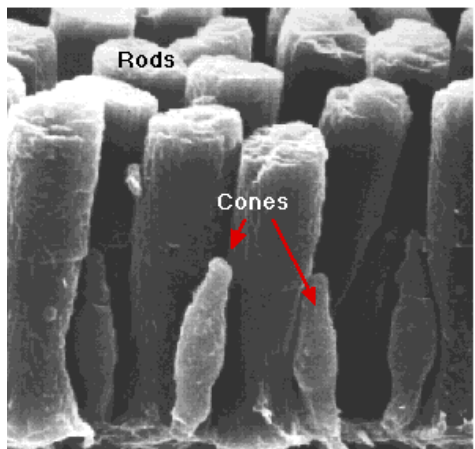
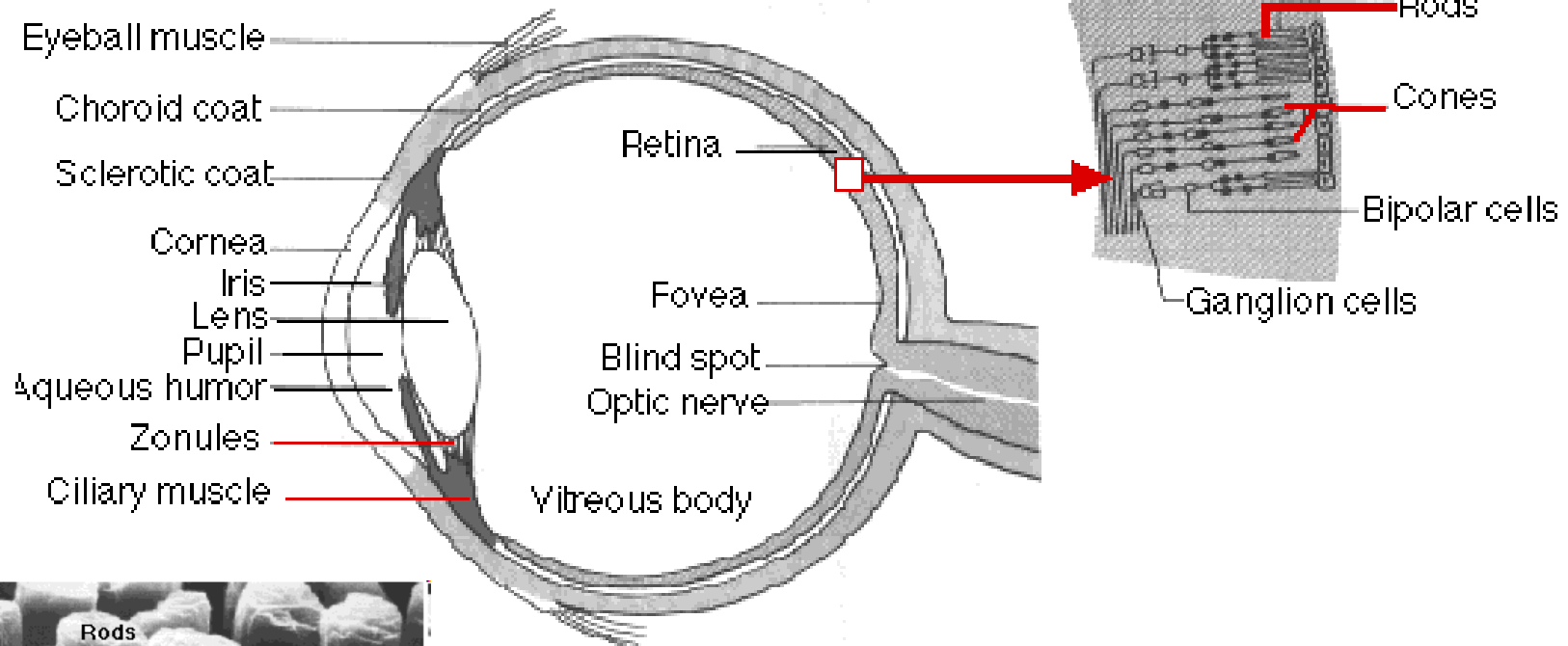
wzrok



Funkcje:

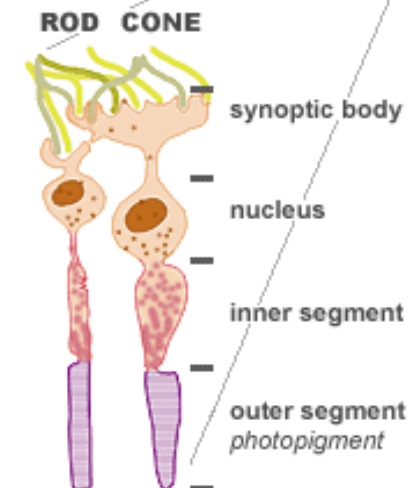
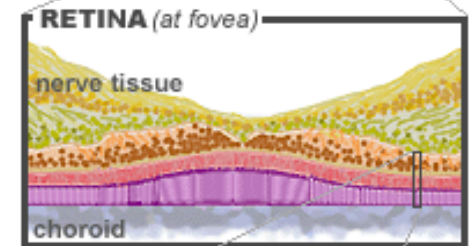
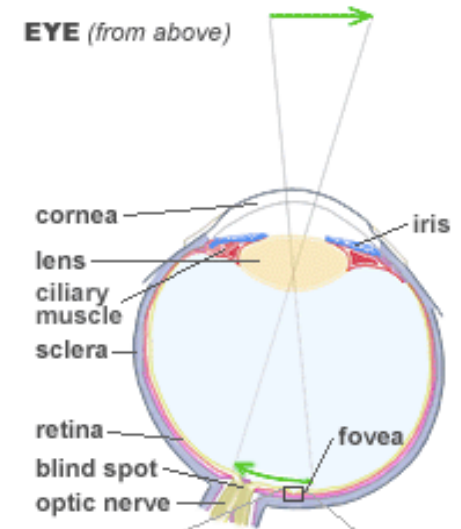
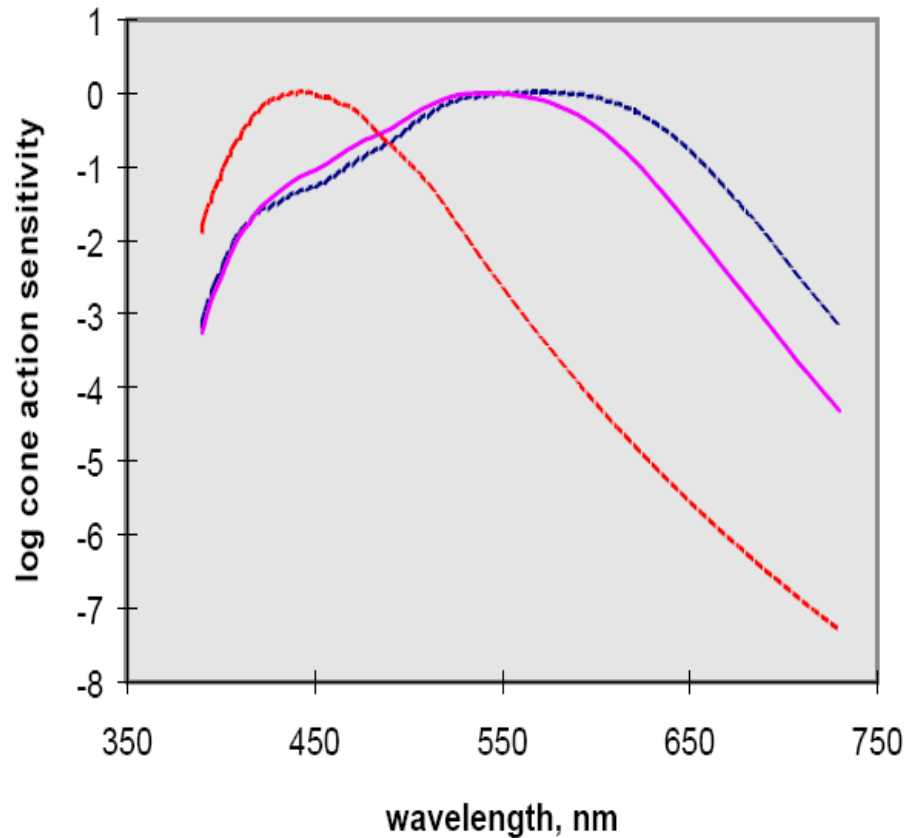
- ☐ obrazowanie
- ☐ detekcja
- ☐ obróbka danych
- ☐ przesyłanie danych

oko człowieka, 1

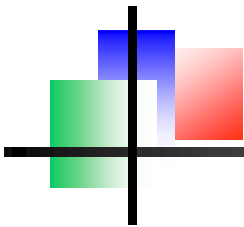


oko człowieka, 2

względna (unormowana do 1) czułość czopków



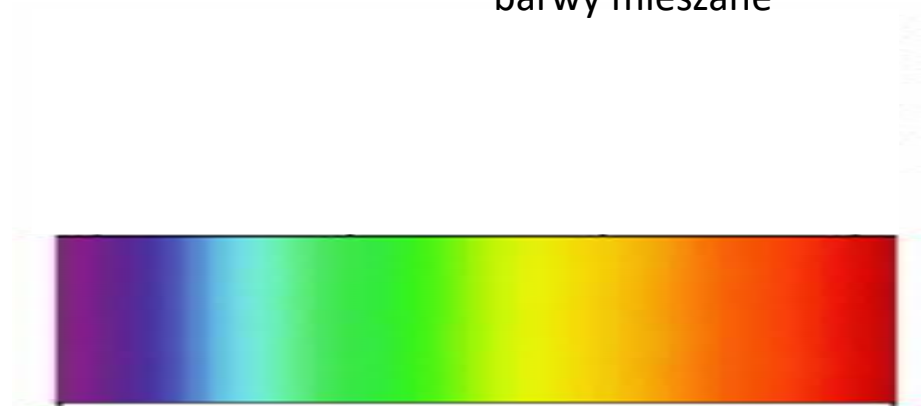
barwy, 1



synteza barw

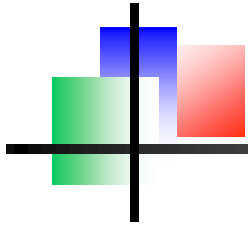
ile jest barw?

barwy czyste
barwy mieszane



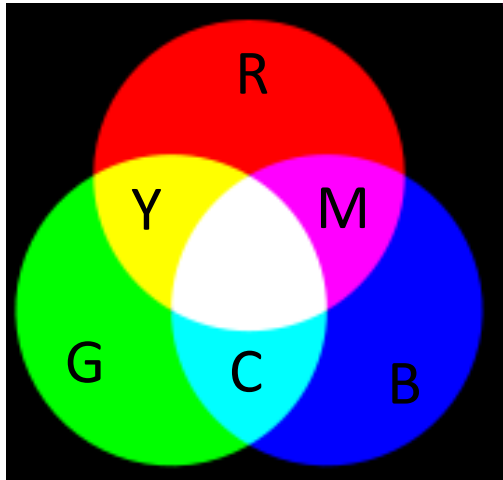
barwy czyste

Dodawanie i odejmowanie barw



barwy, 2

Lata 20-te XX wieku: synteza barw
czystych z trzech kolorów – RGB
R – 700nm, G – 546 nm, B – 436 nm

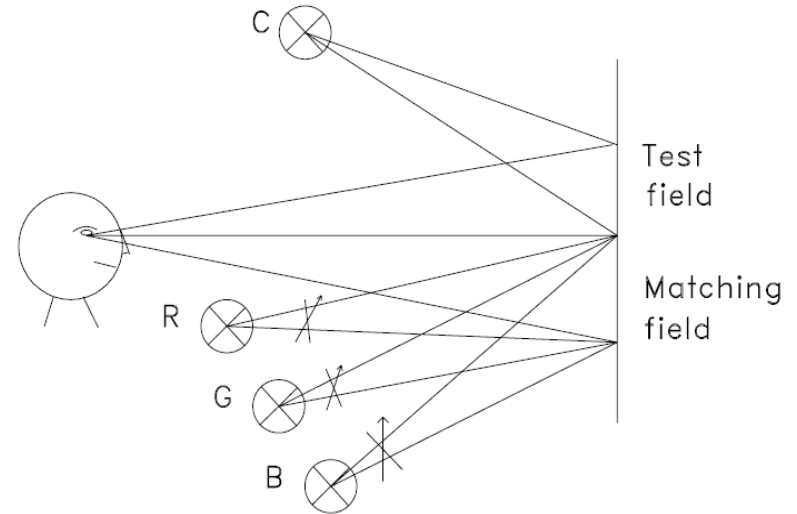


synteza (dodawanie) barw

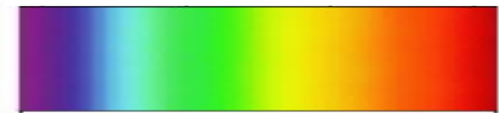
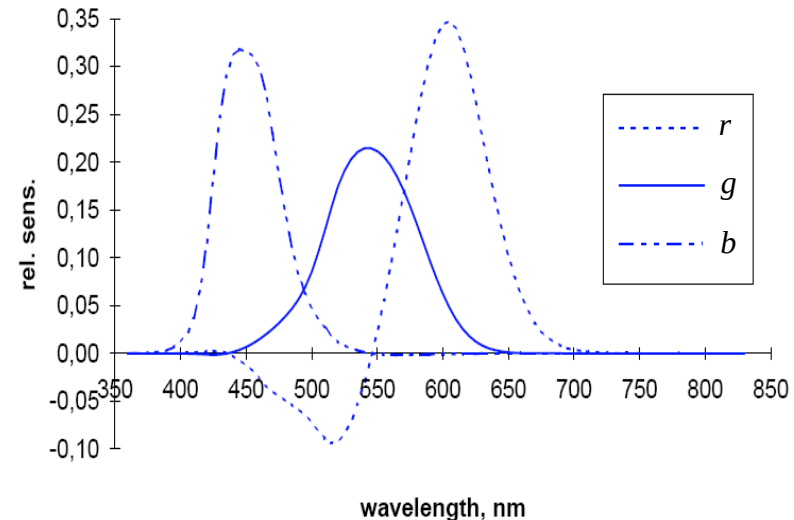
$$R = \int_0^{\infty} I(\lambda)r(\lambda)d\lambda$$

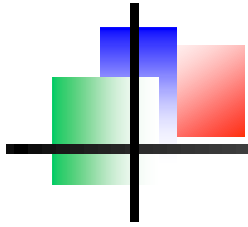
$$G = \int_0^{\infty} I(\lambda)g(\lambda)d\lambda$$

$$B = \int_0^{\infty} I(\lambda)b(\lambda)d\lambda$$



wynik





barwy, 3

Lata 30-te XX wieku: synteza barw czystych z trzech kolorów – RGB, c.d.

Liniowa transformacja sygnałów:



COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ECLAIRAGE
INTERNATIONAL COMMISSION ON ILLUMINATION
INTERNATIONALE BELEUCHTUNGSKOMMISSION

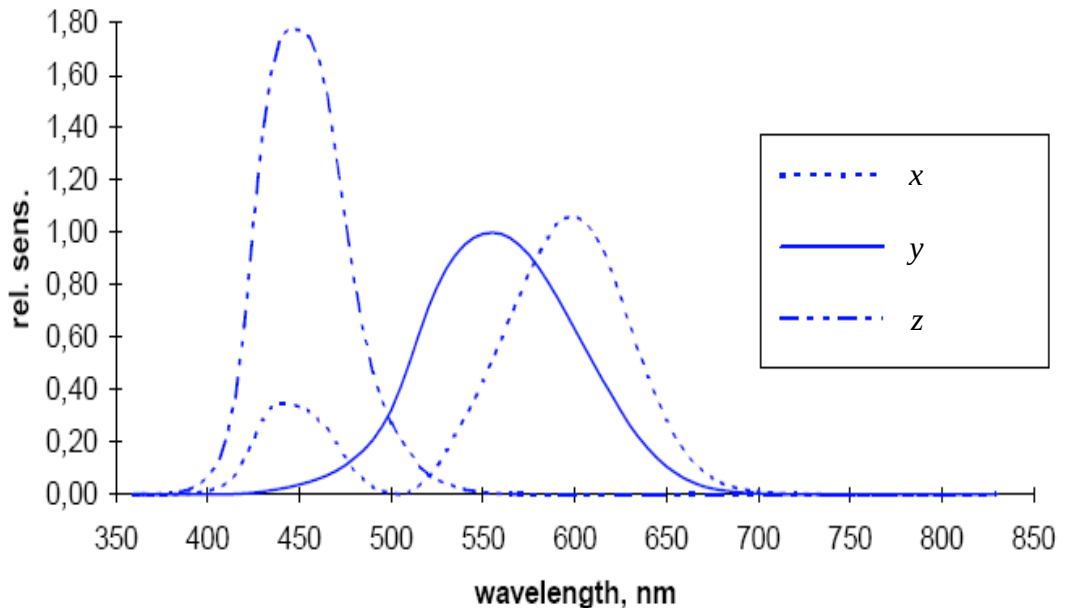
CIE 1931 Standard Colorimetric Observer

$$\begin{bmatrix} x(\lambda) \\ y(\lambda) \\ z(\lambda) \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} r(\lambda) \\ g(\lambda) \\ b(\lambda) \end{bmatrix}$$

$$X = \int_0^{\infty} I(\lambda)x(\lambda)d\lambda$$

$$Y = \int_0^{\infty} I(\lambda)y(\lambda)d\lambda$$

$$Z = \int_0^{\infty} I(\lambda)z(\lambda)d\lambda$$



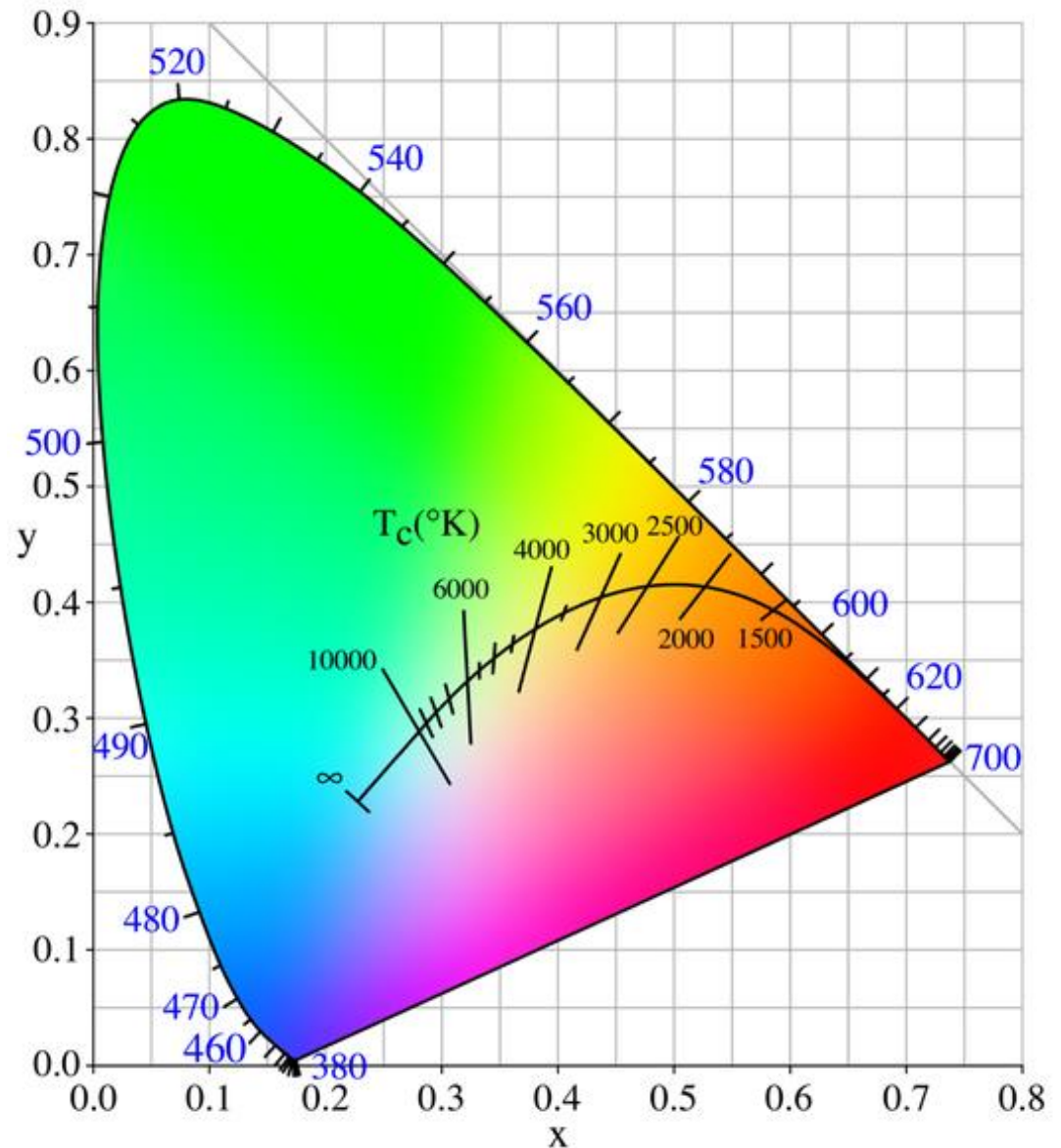
normujemy współczynniki: $x = \frac{X}{X+Y+Z}$, $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$, $z = 1 - x - y$

barwy, 4

trójkąt barw:
 $x + y + z = 1$

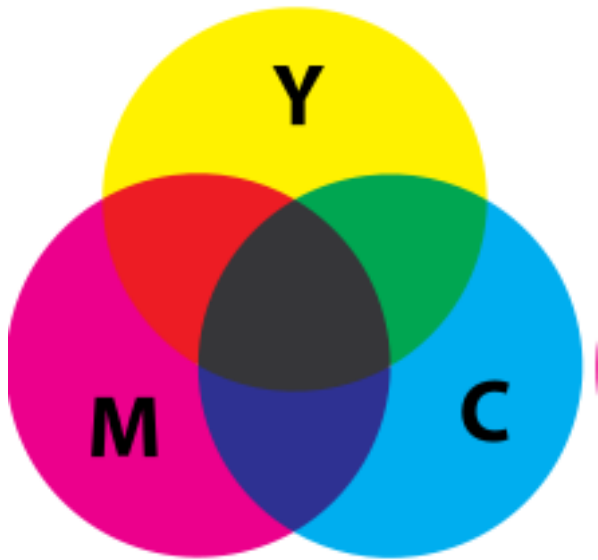
$x = 0.333, y = 0.333,$
światło białe

temperatura barwna, np. dla 5000K
 $x = 0.3478, y = 0.3595,$



barwy, 5

odejmowanie barw (farby, druk, etc.):



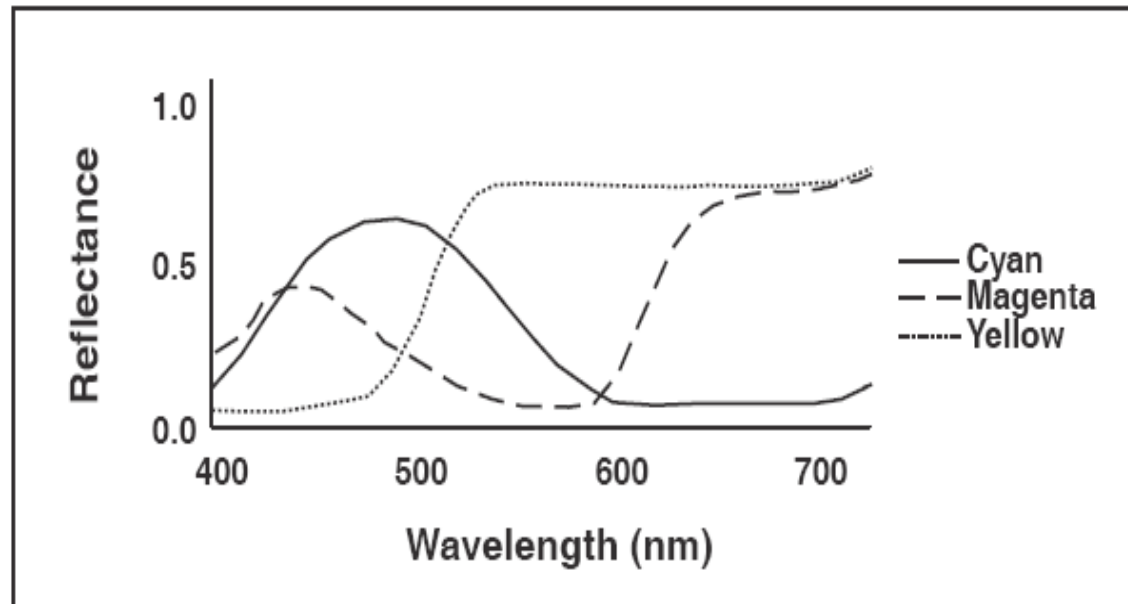
CMYK

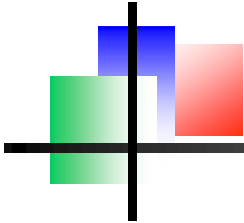
W - biały

M (Magenta) = W - G

C (Cyan) = W - R

Y (Yellow) = W - B





formuły dyspersyjne

Wzory dyspersyjne stosowane dla materiałów optycznych

- równanie Cauchy'ego

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

- równanie Sellmeiera

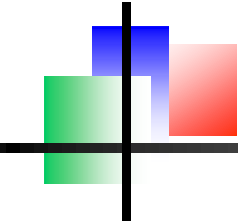
$$n^2 = \sum_j \frac{A_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}$$

- równanie Herzbergera

$$n = A + BL + CL^2 + D\lambda^2 + E\lambda^4, \quad L = \frac{1}{\lambda^2 - 0.028}$$

- wzór katalogowy firmy Schott

$$n^2 = A_0 + A_1 \lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8}$$



związki Kramersa-Kroniga

- przyczynowość $\rightarrow \epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 + \int_{-\infty}^0 f(t)e^{-i\omega t} dt$ dla rzeczywistego ω bo przyszłość nie wpływa na teraźniejszość
- rozszerzenie analityczne: zespolone ω
- matematyka ...
- wynik:

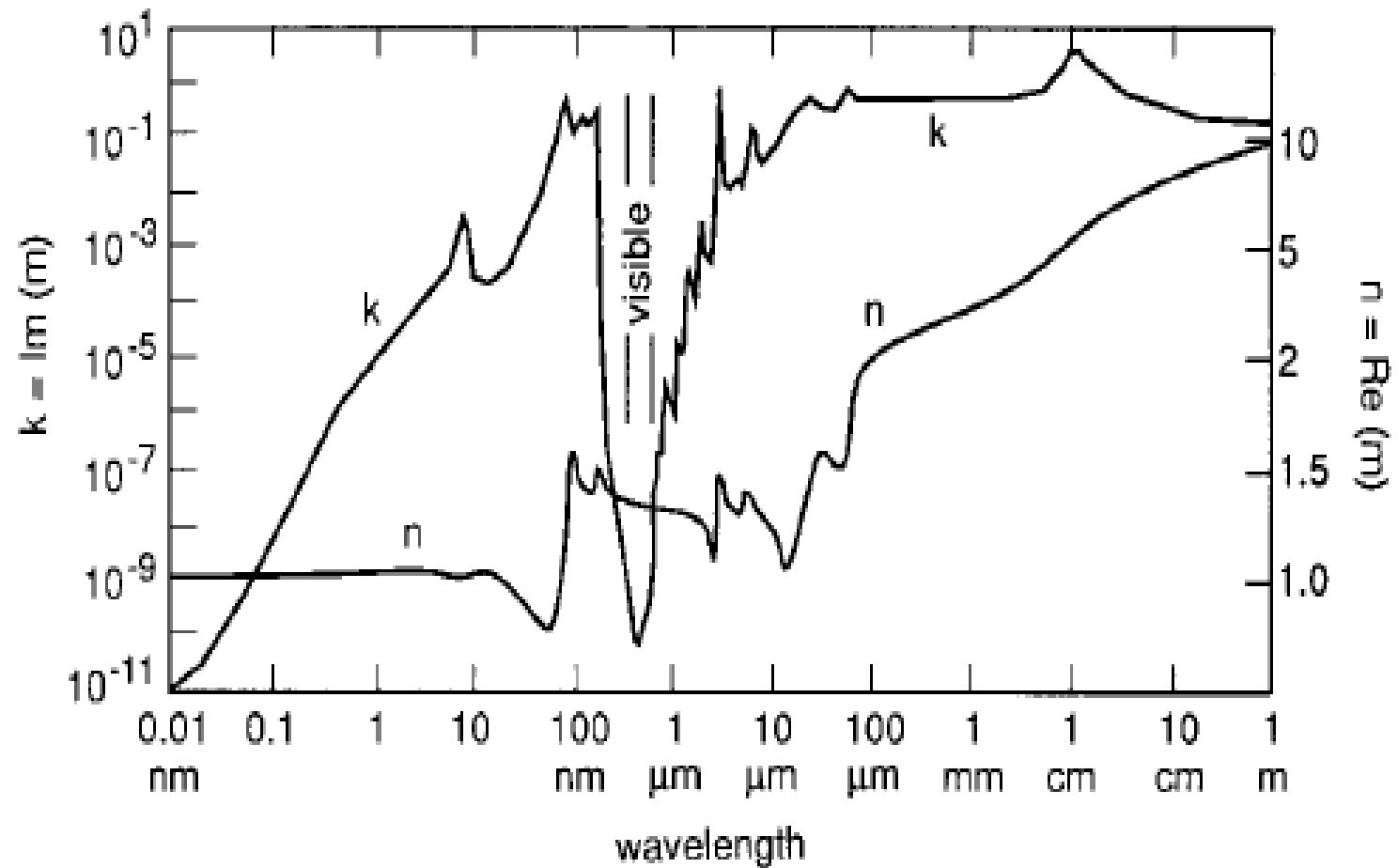
$\chi(\omega) = \chi_1(\omega) + i\chi_2(\omega)$ (χ_1, χ_2 - funkcje rzeczywiste, χ_1 opisuje współczynnik załamania a χ_2 tłumienie)

$$\chi_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \wp \int_0^{\infty} \frac{\omega' \chi_2(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
$$\chi_2(\omega) = \frac{2}{\pi} \wp \int_0^{\infty} \frac{\omega' \chi_1(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

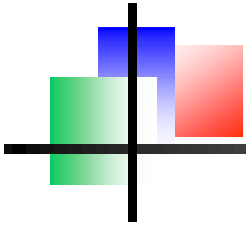
gdzie $\wp$ oznacza wartość główną całki w rozumieniu Cauchy

absorpcja $\rightarrow$ współczynnik załamania
współczynnik załamania $\rightarrow$ absorpcja

związki K-K: przykład - woda



V. M. Zolotarev and A. V. Demin, "Optical Constants of Water over a Broad Range of Wavelengths, 0.1 Å–1 m," *Opt. Spectrosc. (U.S.S.R.)* **43**(2):157 (Aug. 1977).



widmo Słońca na powierzchni Ziemi - tabela

Designation	Element	Wavelength (nm)	Designation	Element	Wavelength (nm)
y	<u>O₂</u>	898.765	c	Fe	495.761
Z	O ₂	822.696	F	Hβ	486.134
A	O ₂	759.370	d	Fe	466.814
B	O ₂	686.719	e	Fe	438.355
C	<u>Hα</u>	656.281	G'	Hγ	434.047
a	O ₂	627.661	G	Fe	430.790
D ₁	<u>Na</u>	589.592	G	<u>Ca</u>	430.774
D ₂	Na	588.995	h	Hδ	410.175
D ₃ or d	<u>He</u>	587.5618	H	Ca ⁺	396.847
e	<u>Hg</u>	546.073	K	Ca ⁺	393.368
E ₂	<u>Fe</u>	527.039	L	Fe	382.044
b ₁	<u>Mg</u>	518.362	N	Fe	358.121
b ₂	Mg	517.270	P	<u>Ti</u> ⁺	336.112
b ₃	Fe	516.891	T	Fe	302.108
b ₄	Fe	516.891	t	<u>Ni</u>	299.444
b ₄	Mg	516.733			