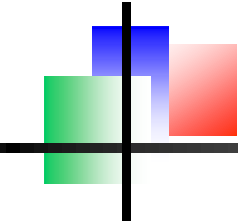


Podstawy Fizyki III

Optyka z elementami fizyki współczesnej

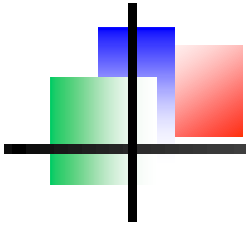
wykład 22, 21.12.2017

wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Mateusz Winkowski, Łukasz Zinkiewicz
ćwiczenia:	Radosław Łapkiewicz



Wykład 21 - przypomnienie

- oddziaływanie światła z materiałami
- rozpraszanie Rayleigha:
 - model fizyczny
 - polaryzacja światła rozproszonego
 - zależność od częstości i kąta
 - przekrój czynny
- rozpraszanie Mie
- rozpraszanie Ramana
 - spektroskopia ramanowska
 - mikroskopia ramanowska
 - lidar ramanowski
- luminescencja, fluorescencja, fosforescencja
 - schemat Jabłońskiego
 - detekcja pojedynczych cząsteczek



optyka nieliniowa – trudne początki



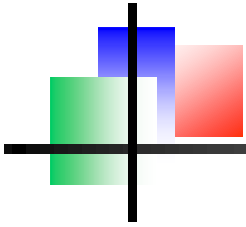
FIG. 1. A direct reproduction of the first plate in which there was an indication of second harmonic. The wavelength scale is in units of 100 Å. The arrow at 3472 Å indicates the small but dense image produced by the second harmonic. The image of the primary beam at 6943 Å is very large due to halation.

P. A. Franken et al., Phys. Rev. Lett. 7, 118 (1961)

‘ruby optical maser’, 3 J, 1 ms

crystalline quartz

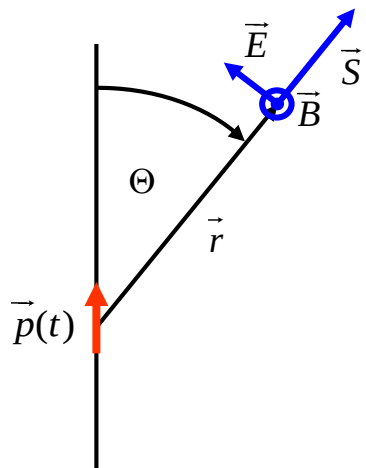
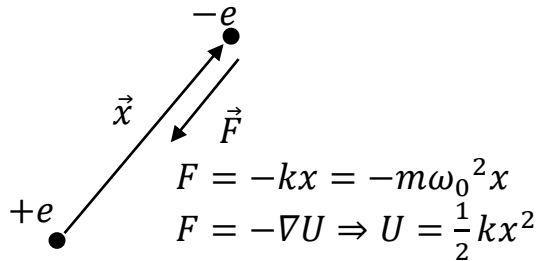
‘unambiguous indication of the second harmonic’



nieliniowości w optyce

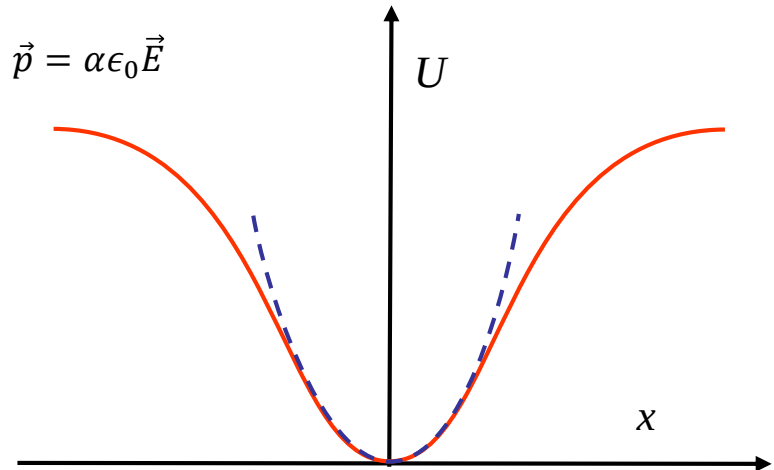
Dotychczas zakładaliśmy proporcjonalność
odpowiedzi materiału do pola fali: polaryzacja atomu (cząsteczki) $\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$

Przykład: model Lorentza
współczynnika załamania (wykład 3.)



Dla dużych natężeń światła pojawia
się **nieliniowa polaryzacja ośrodka**

Dipol oscyluje także z częstościami
innymi niż wymuszająca

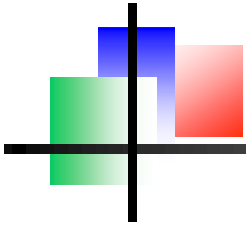


Model załamuje się gdy **pole fali jest bardzo mocne**

dopóki ruchy elektronu są małe to potencjał
jest harmoniczny i mamy (wykład 3.): $\vec{p}(t) = \alpha \epsilon_0 \vec{E}(t)$

dla dużych wychyleń: $\vec{p}(t) = \alpha \epsilon_0 \vec{E}(t) + \beta \epsilon_0 E^2(t) + \dots$

$$\begin{aligned}
 P &= \chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \\
 &= P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)} + \dots \\
 &= P^{(1)} + P^{NL}
 \end{aligned}$$



kiedy nieliniowość jest istotna

Wkład polaryzacji nieliniowej jest duży gdy pole fali jest porównywalne z polem kulombowskim w atomie

$$\frac{P^{(2)}}{P^{(1)}} \approx \frac{E_0}{E_a}$$

z wykładu 2:

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\epsilon_0}} \cong 27.4\sqrt{I}$$

$$E_0 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right], I \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

atom wodoru

$$E_0 \cong 5 \times 10^{11} \text{V/m}$$



nasz wzmacniacz fs: 1 mJ, 100 fs, 10 μm

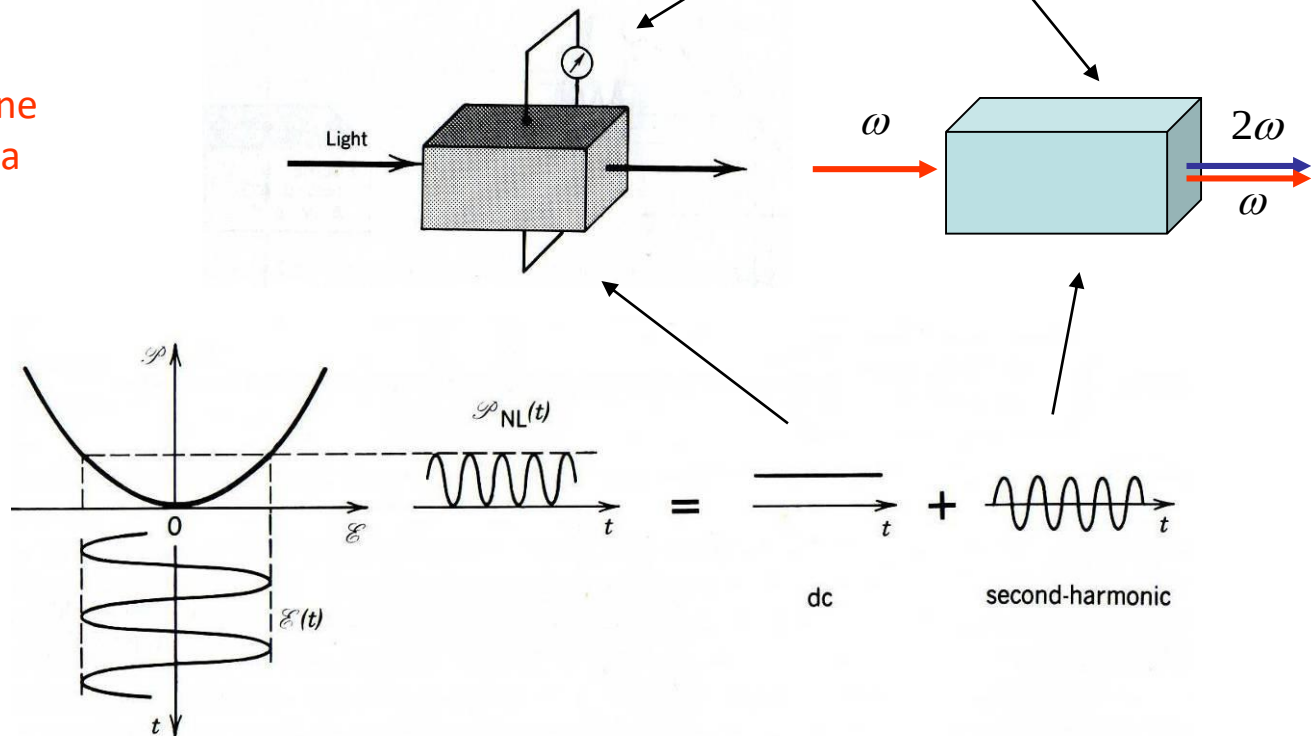
$$I = \frac{3 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{-15} (10^{-5})^2} = 10^{20} \text{W/m}^2$$
$$E_0 \cong 8.5 \times 10^{11} \text{V/m}$$

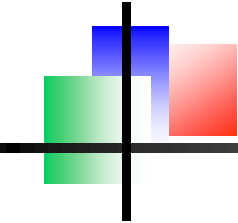
skutki nieliniowości, 1

Przykład 1: jedna fala monochromatyczna $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$
+ nieliniowość 2-go rzędu $\chi^{(2)}$

$$P^{NL}(t) = P^{(2)}(t) = \chi^{(2)} E_0^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_0^2 [1 + \cos(2\omega t)]$$

prostowanie optyczne
+ druga harmoniczna





skutki nieliniowości, 2

Przykład 2: dwie fale monochromatyczne: $E(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t)$
+ nieliniowość 2-go rzędu $\chi^{(2)}$:

$$\begin{aligned} P^{NL}(t) &= P^{(2)}(t) = \chi^{(2)} E^2(t) = \chi^{(2)} [E_1^2 \cos^2(\omega_1 t) + 2E_1 E_2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) + E_2^2 \cos^2(\omega_2 t)] \\ &= \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_1^2 [1 + \cos(2\omega_1 t)] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_2^2 [1 + \cos(2\omega_2 t)] + \\ &\quad + \chi^{(2)} E_1 E_2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t] + \chi^{(2)} E_1 E_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] \end{aligned}$$

prostowanie optyczne

$$\omega_1, \omega_2 \rightarrow DC$$

druga harmoniczna

$$\omega_1 \rightarrow 2\omega_1$$

druga harmoniczna

$$\omega_2 \rightarrow 2\omega_2$$

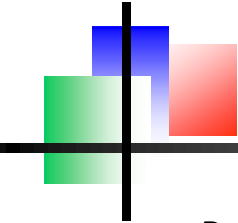
suma częstości

$$\omega_1 + \omega_2$$

różnica częstości

$$\omega_1 - \omega_2$$

mieszanie 3 fal (2 wejściowe + 1 wyjściowa)



skutki nieliniowości, 3

Przykład 3: jedna fala monochromatyczna $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$
+ nieliniowość 3-go rzędu $\chi^{(3)}$

$$P^{NL}(t) = P^{(3)}(t) = \chi^{(3)} E_0^3 \cos^3(\omega t) = \frac{1}{4} \chi^{(3)} E_0^3 [\cos(3\omega t) + 3 \cos(\omega t)]$$

3. harmoniczna

dodatkowa polaryzacja
na częstotliwości ω

nieliniowy współczynnik załamania
optyczny efekt Kerra

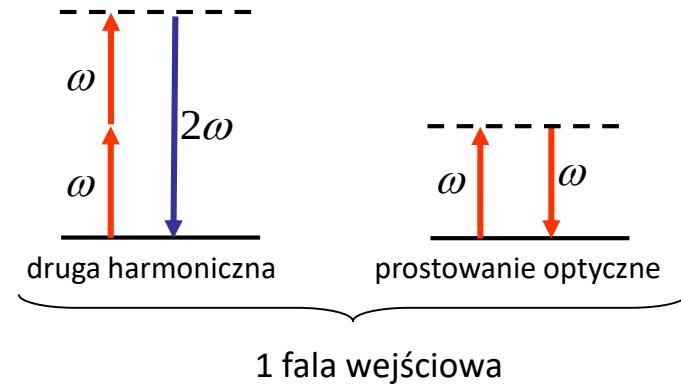
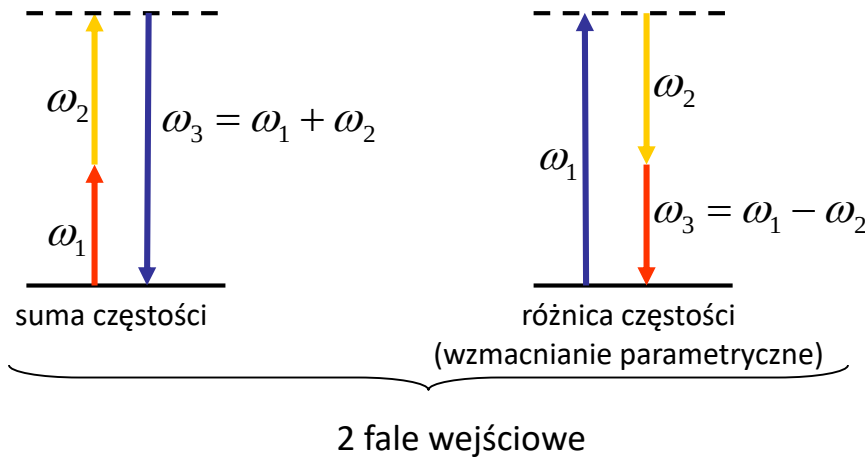
Ogólny przypadek nieliniowości 3. rzędu – 3 różne fale wejściowe

$$P^{NL}(t) = P^{(3)}(t) = \chi^{(3)} [E_1(t) + E_2(t) + E_3(t)]^3$$

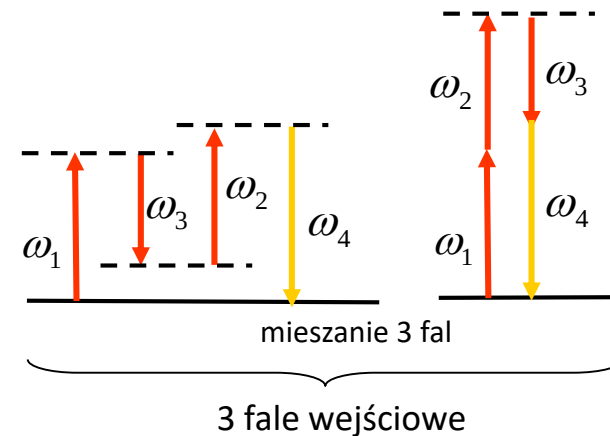
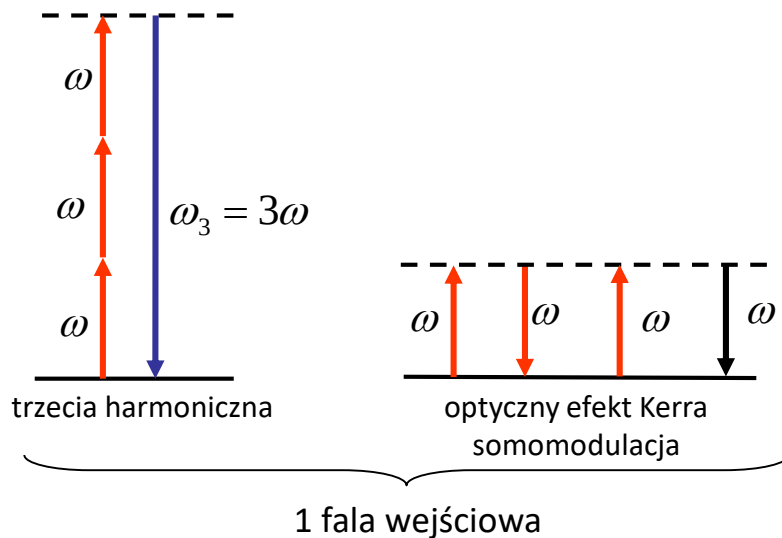
mieszanie 4 fal (3 wejściowe + 1 wyjściowa)

skutki nieliniowości, 4

Procesy $\chi^{(2)}$ (mieszanie 3 fal) w języku obrazkowym



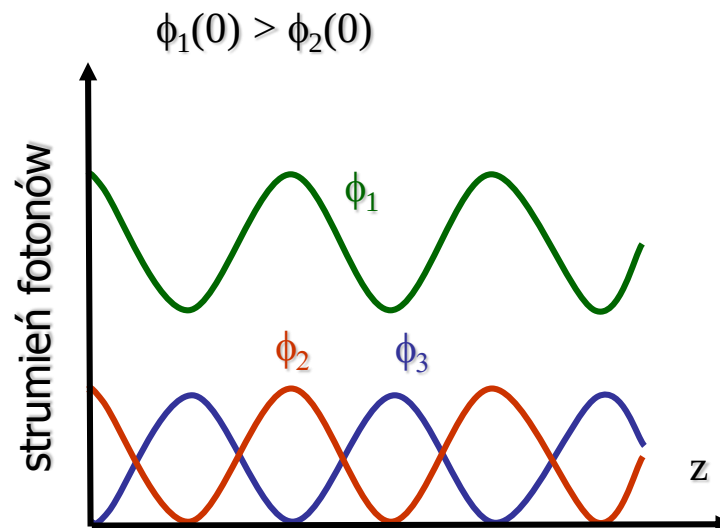
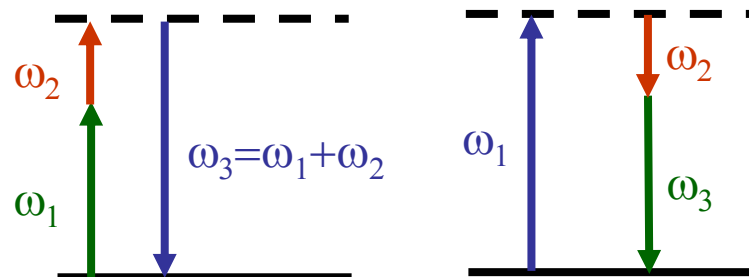
Procesy $\chi^{(3)}$ (mieszanie 4 fal) w języku obrazkowym



„prawo zachowania” fotonów

Przykład: nieliniowość 2-go rzędu

W procesach nieliniowych fotony
nie giną tylko się łączą,
dzielą i zmieniają energię



trochę algebry i obrazków

Wygodnie jest korzystać z notacji zespolonej dla pola elektrycznego fali e.m.

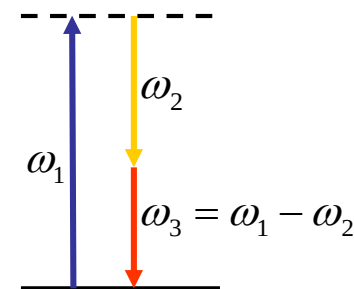
$$E(t) = \text{Re}[E(\omega)e^{i\omega t}] = \frac{1}{2}[E(\omega)e^{i\omega t} + E(-\omega)e^{-i\omega t}]$$

gdzie wprowadziliśmy oznaczenie $E(-\omega) = E^*(\omega)$

Dla mieszania 3 fal całkowite pole fali wymuszającej oraz nieliniowa polaryzacja 2. rzędu mają wtedy postać

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=\pm 1, \pm 2} E(\omega_q)e^{i\omega_q t}$$

$$P^{(2)}(t) = \frac{\chi^{(2)}}{2} \sum_{q,r=\pm 1, \pm 2} E(\omega_q)E(\omega_r)e^{i(\omega_q+\omega_r)t}$$



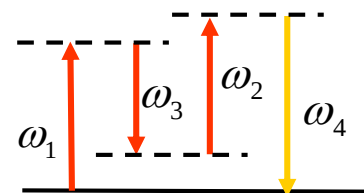
$$\omega_3 = \pm\omega_1 \pm \omega_2$$

$$P^{(2)}(\omega_1 - \omega_2) = \chi^{(2)}E(\omega_1)E^*(\omega_2)$$

Mieszanie 4 fal:

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=\pm 1, \pm 2, \pm 3} E(\omega_q)e^{i\omega_q t}$$

$$P^{(3)}(t) = \frac{\chi^{(2)}}{2} \sum_{q,r,s=\pm 1, \pm 2, \pm 3} E(\omega_q)E(\omega_r)E(\omega_s)e^{i(\omega_q+\omega_r+\omega_s)t}$$



$$\omega_4 = \pm\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$$

$$P^{(3)}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = \chi^{(2)}E(\omega_1)E(\omega_2)E^*(\omega_3)$$

symetrie

W ośrodkach centrosymetrycznych zawsze $\chi^{(2)} = 0$

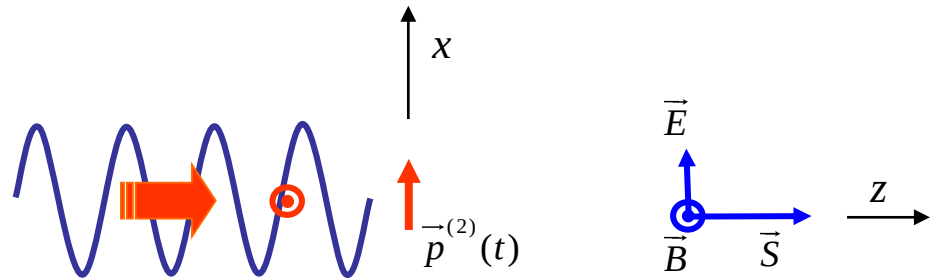
W kryształach $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \dots$ są tensorami i zależą od symetrii

Przykład z $\chi^{(2)}$:

$$P_i^{(2)} = \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$$

Rozważmy fikcyjny kryształ taki, że $\chi_{xyy}^{(2)} \neq 0$ oraz $\chi_{ijk}^{(2)} = 0$ dla pozostałych wskaźników wtedy

$$P_x^{(2)} = 2\chi_{xyy}^{(2)} E_y^2$$
$$P_y^{(2)} = P_z^{(2)} = 0$$

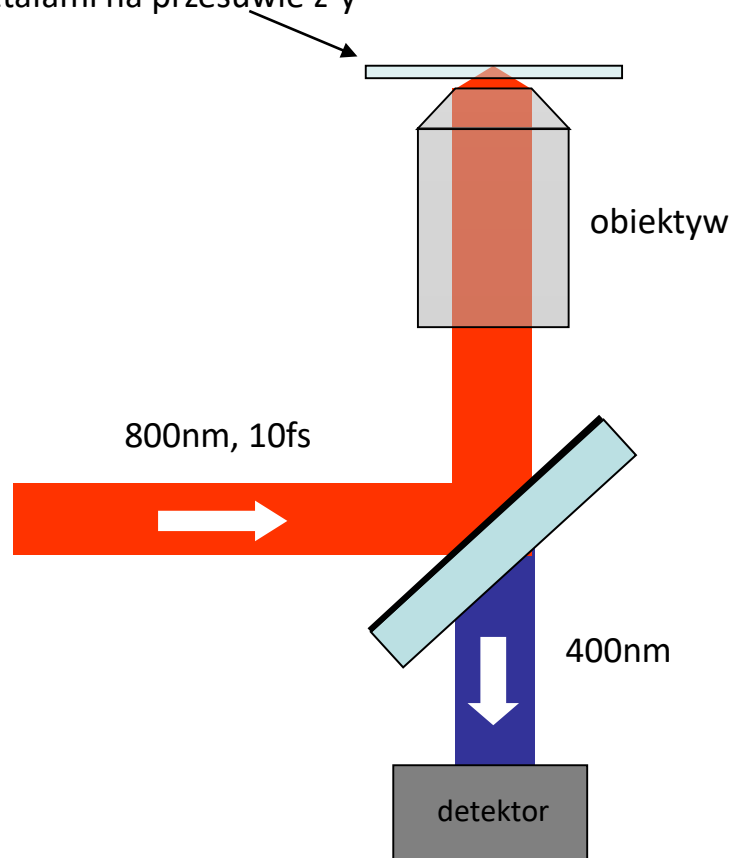


Konsekwencje: polaryzacja nieliniowa nie musi być spolaryzowana w kierunku wektora pola wymuszającego

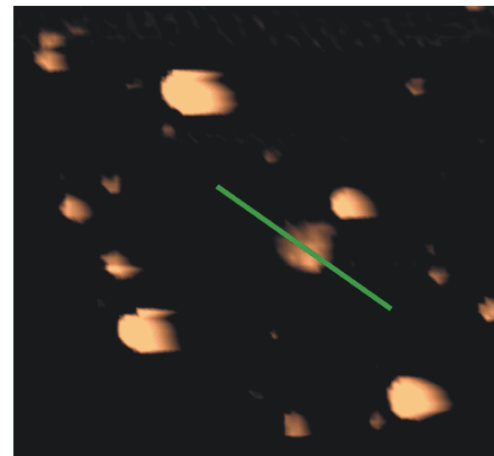
nanokryształy 2. harmoniczna, 1

Przykład: nanokryształy KTP (KTiOPO_4)

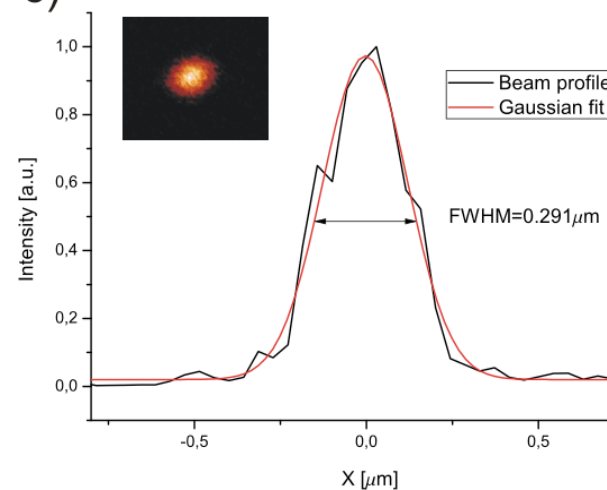
szkiełko przykrywkowe z
nanokryształami na przesuwie z-y



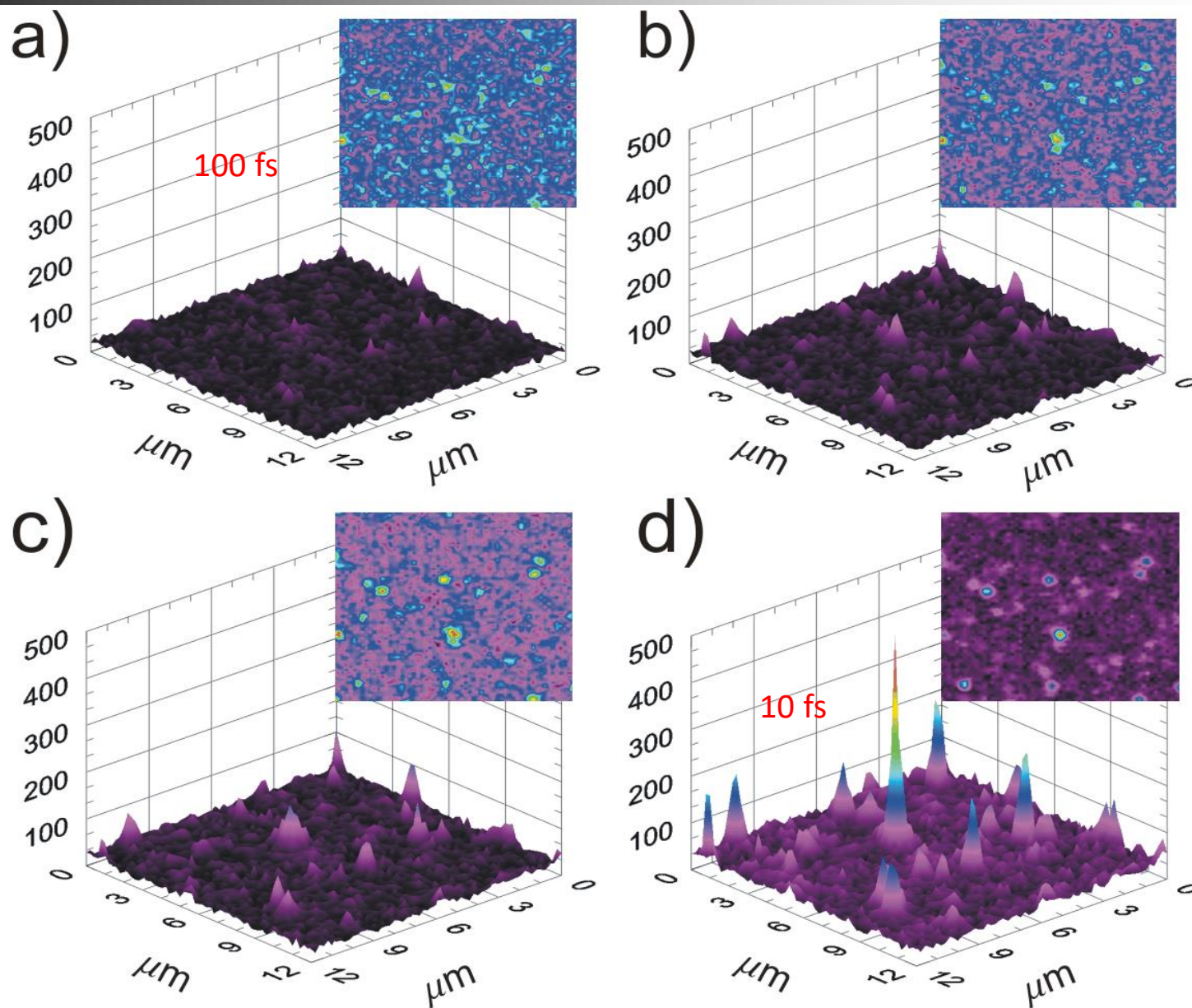
a)

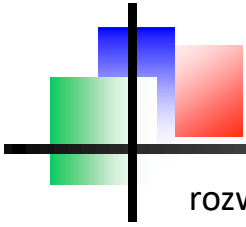


c)



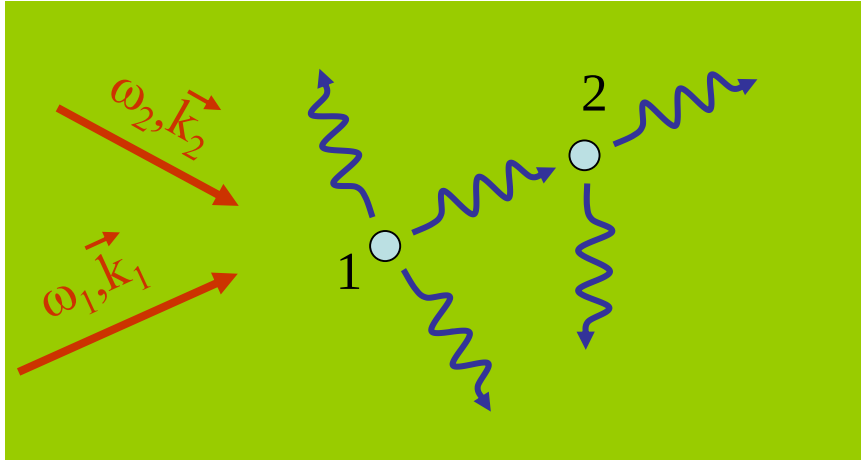
nanokryształy 2. harmoniczna, 2





Dopasowanie fazowe - idea

rozważmy sumę częstości $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ dwóch płaskich monochromatycznych fal dużym ($\gg \lambda$) kryształ



$$E_1(\vec{r}, t) = E_{10} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)}$$

$$E_2(\vec{r}, t) = E_{20} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)}$$

Nieliniowa polaryzacja ośrodka
„napędzająca” sumę częstości to

$$P^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \vec{r}, t) = \chi^{(2)} E_{10} E_{20} e^{i[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r} - \omega_3 t]}$$

gdzie $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$

weźmy dwa małe ($\ll \lambda$) obszary o takich samych rozmiarach
każdy z nich emituje falę o częstości sumacyjnej

$$P^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \vec{r}_1, t) = \varsigma \chi^{(2)} E_{10} E_{20} e^{i[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_1 - \omega_3 t]}$$

$$P^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \vec{r}_2, t) = \varsigma \chi^{(2)} E_{10} E_{20} e^{i[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_2 - \omega_3 t]}$$

Chcemy konstruktywnej interferencji – fala wyemitowana w punkcie 1 propaguje się do punktu 2 i dodaje w fazie do fali wyemitowanej w punkcie 2:

$$(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_1 - \omega_3 t + \vec{k}_3 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_2 - \omega_3 t$$

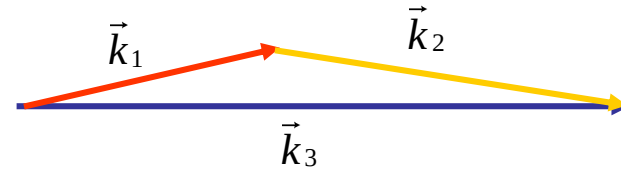
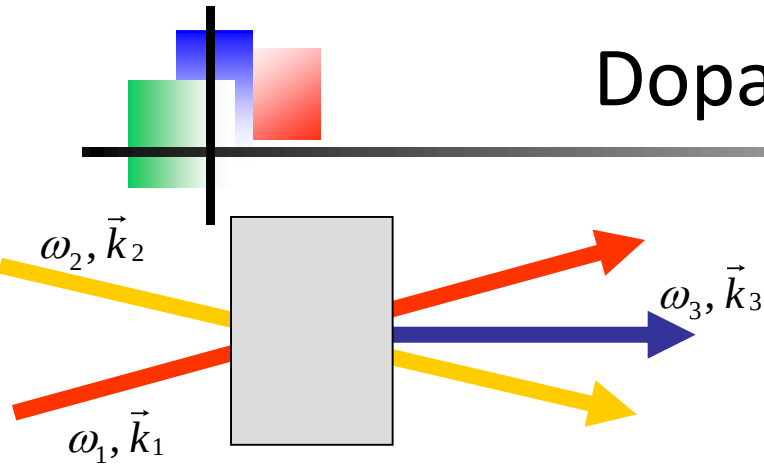
stąd, dla dowolnych $\vec{r}_1$ i $\vec{r}_2$ musimy mieć

$$(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = \vec{k}_3 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Konstruktywna interferencja dla całej objętości kryształu możliwa tylko gdy

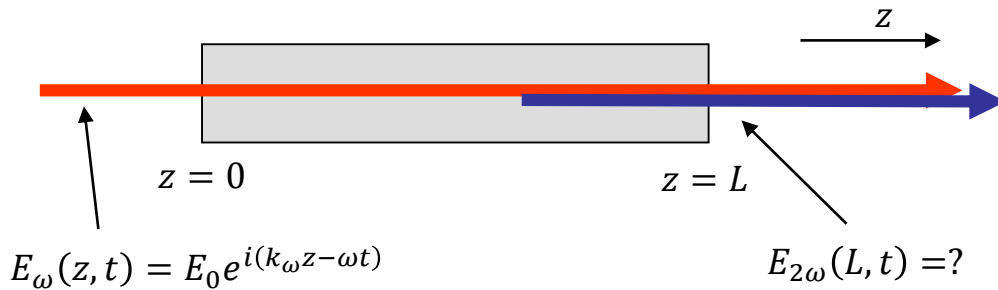
$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$$

Dopasowanie fazowe, 2



Dopasowanie fazowe $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$ daje dużą sprawność

przykład: generacja 2. harmonicznej



$$E_{2\omega}(L, t) \propto \chi^{(2)} E_0^2 \int_0^L e^{i2(k_\omega z - \omega t)} e^{i[k_{2\omega}(L-z)]} dz$$

amplituda nieliniowej polaryzacji faza nieliniowej polaryzacji faza propagacji

$$E_{2\omega}(L, t) \propto \chi^{(2)} E_0^2 e^{i(k_{2\omega} L - 2\omega t)} \int_0^L e^{i(2k_\omega - k_{2\omega})z} dz$$

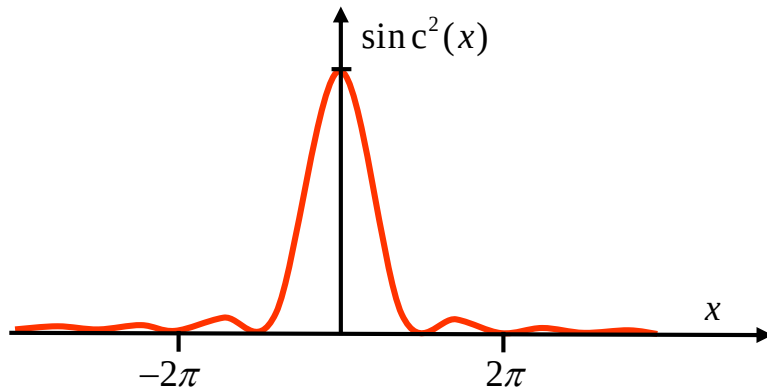
$$= \frac{\chi^{(2)} E_0^2 e^{i(k_{2\omega} L - 2\omega t)} e^{i\frac{\Delta k L}{2}}}{2i} \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)$$

wektor falowy proporcjonalny do pędu fotonu
dopasowanie fazowe $\leftrightarrow$ zasada zachowania pędu

gdzie $\Delta k = 2k_\omega - k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c} [n(\omega) - n(2\omega)]$ to
niedopasowanie fazowe

Dopasowanie fazowe, 3

natężenie 2. harmonicznej



$$I_{2\omega} \propto |\chi^{(2)}|^2 I_{\omega}^2 L^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)$$

dobra sprawność wtedy gdy $|\Delta k L| < \pi$

Liczby dla SF10 i $\lambda = 1\mu\text{m}$

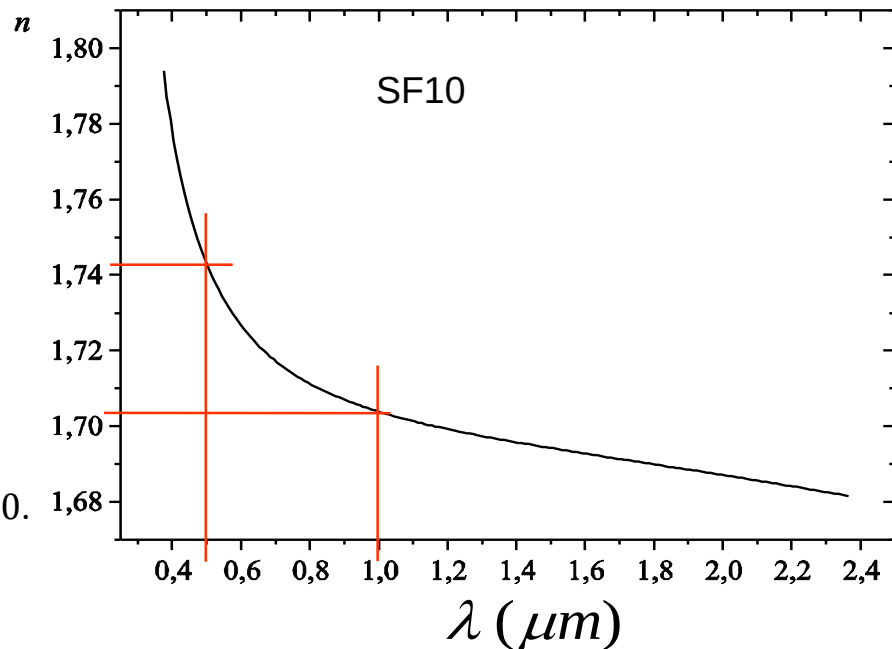
$$\Delta k = \frac{2\omega}{c} [n(\omega) - n(2\omega)]$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda} [n(\lambda) - n(\lambda/2)] \cong 0.5\mu\text{m}^{-1}$$

co ogranicza grubość materiału do ok $12\mu\text{m}$

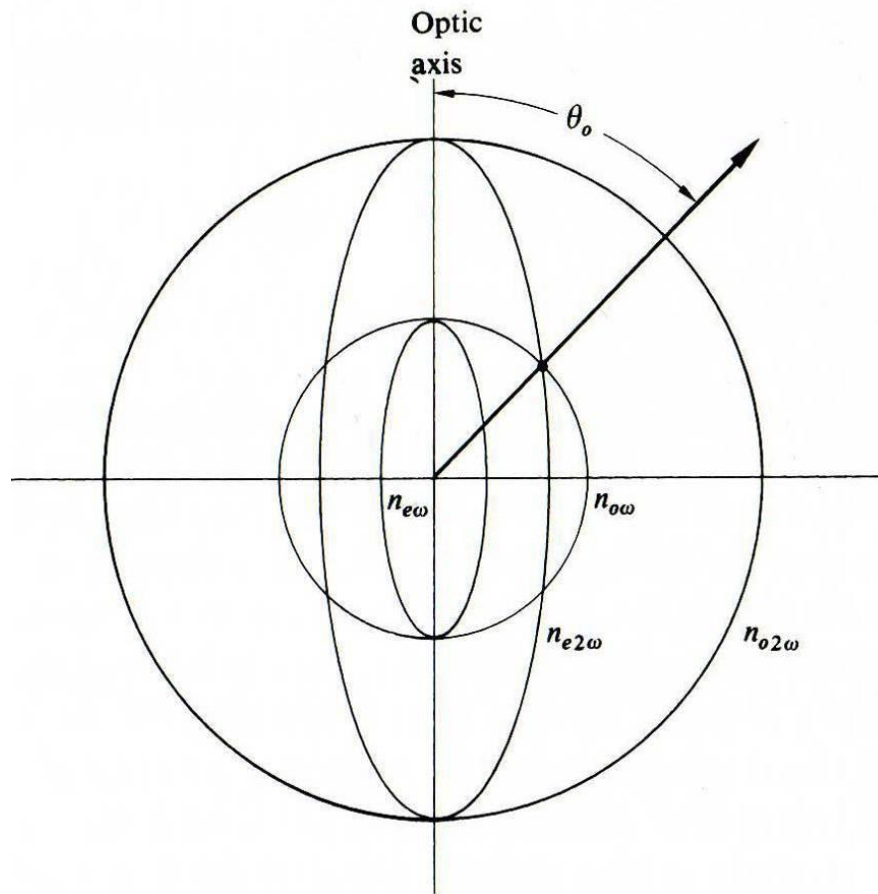
ale **bardzo cienki materiał = mała sprawność**

Uwaga: użyliśmy SF10 choć to szkło, dla którego $\chi^{(2)} = 0$.



Dopasowanie fazowe, 4

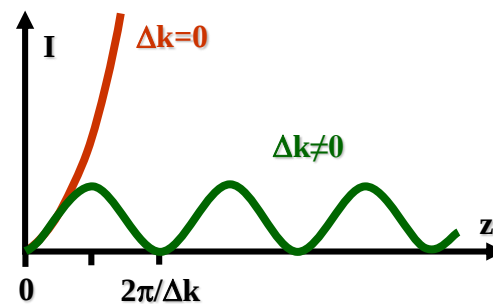
dopasowanie fazowe w kryształach dwójłomnych; przykład 2. harmoniczna,
kryształ jednoosiowy ujemny $n_e < n_o$



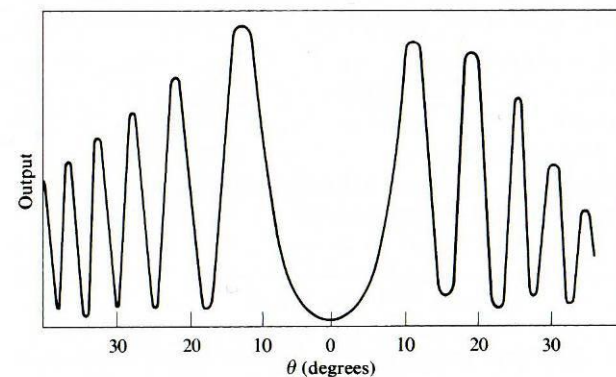
$$\Delta k = 0 \Leftrightarrow n(\omega) = n(2\omega)$$

fala zwyczajna

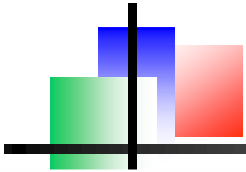
fala nadzwyczajna



$$\Delta k L \gg \pi$$



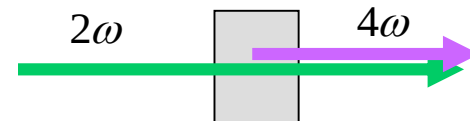
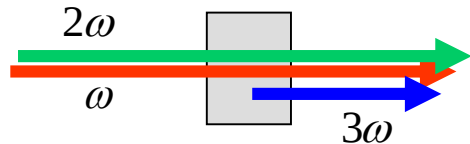
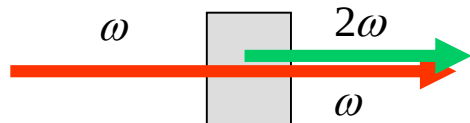
2. harmoniczna, kwarc krystaliczny, $d=0.78$ mm



Generacja harmoniczných

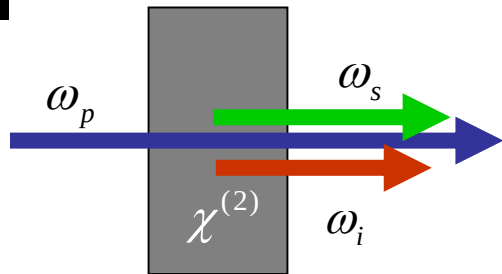


Przykład: laser Powerlight Precision II 8000
firmy Continuum Lasers



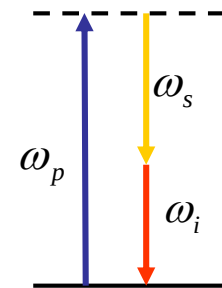
DESCRIPTION	8000	8010	8020	8030	8050
Repetition Rate (Hz)	10	10	20	30	50
Energy (mJ)					
1064 nm	1200	1650	1200	650	550
532 ¹ nm	600	800	550	300	210
355 ² nm	310	450	300	150	95
266 nm	120	150	80	50	30
Pulselwidth ³ (nsec)					
1064 nm	6-8	6-8	6-8	7-9	7-9
532 nm	5-7	5-7	5-7	6-8	6-8
355 nm	5-7	5-7	5-7	6-8	6-8
266 nm	5-7	5-7	5-7	6-8	6-8
Linewidth ⁴ (cm ⁻¹)					
Standard	1	1	1	1	1
Injection Seeded, SLM	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
Divergence ⁵ (mrad)	0.45	0.45	0.45	0.5	0.5
Beam Pointing Stability ⁶ (±μrad)	30	30	30	30	30

fluorescencja parametryczna

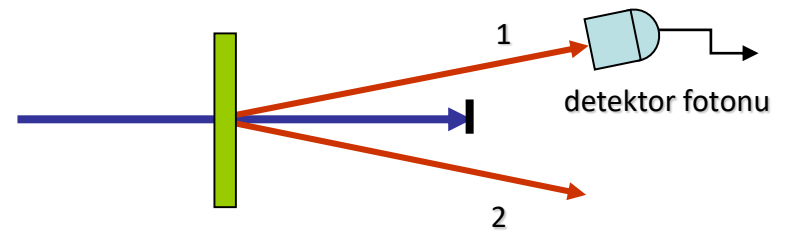


$$\omega_s + \omega_i = \omega_p$$

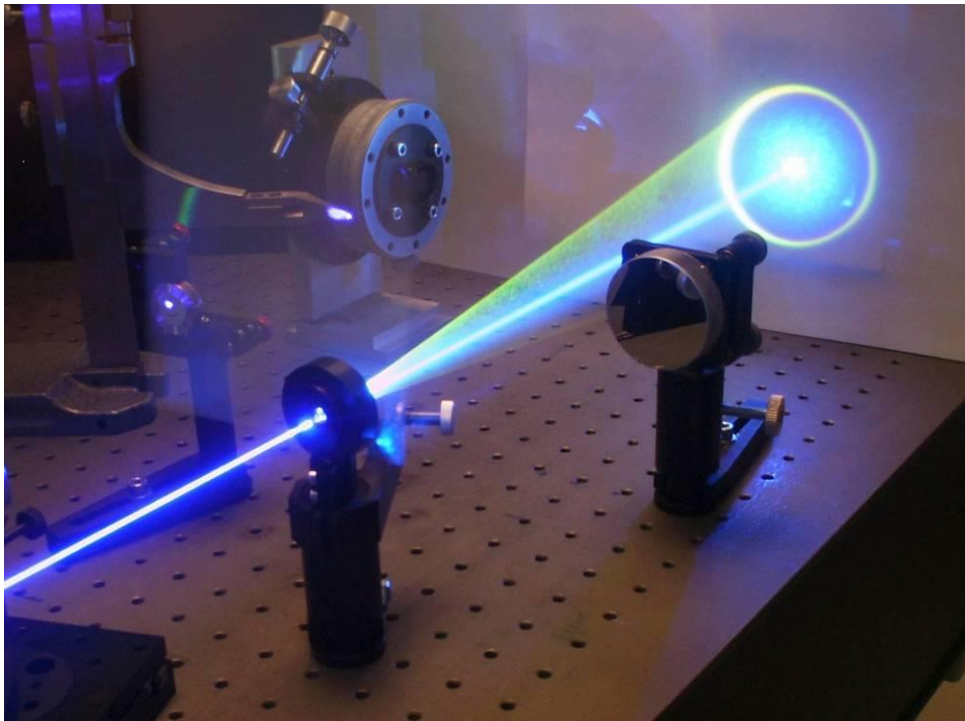
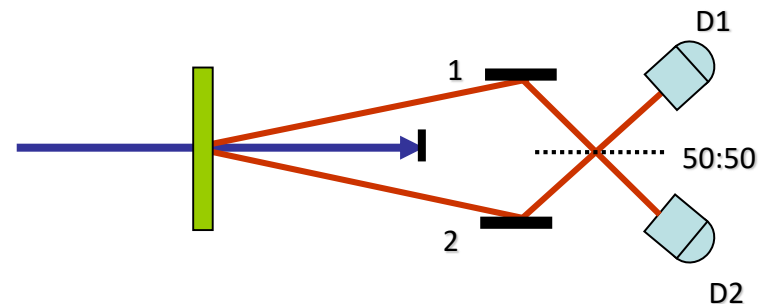
$$\vec{k}_s + \vec{k}_i = \vec{k}_p$$

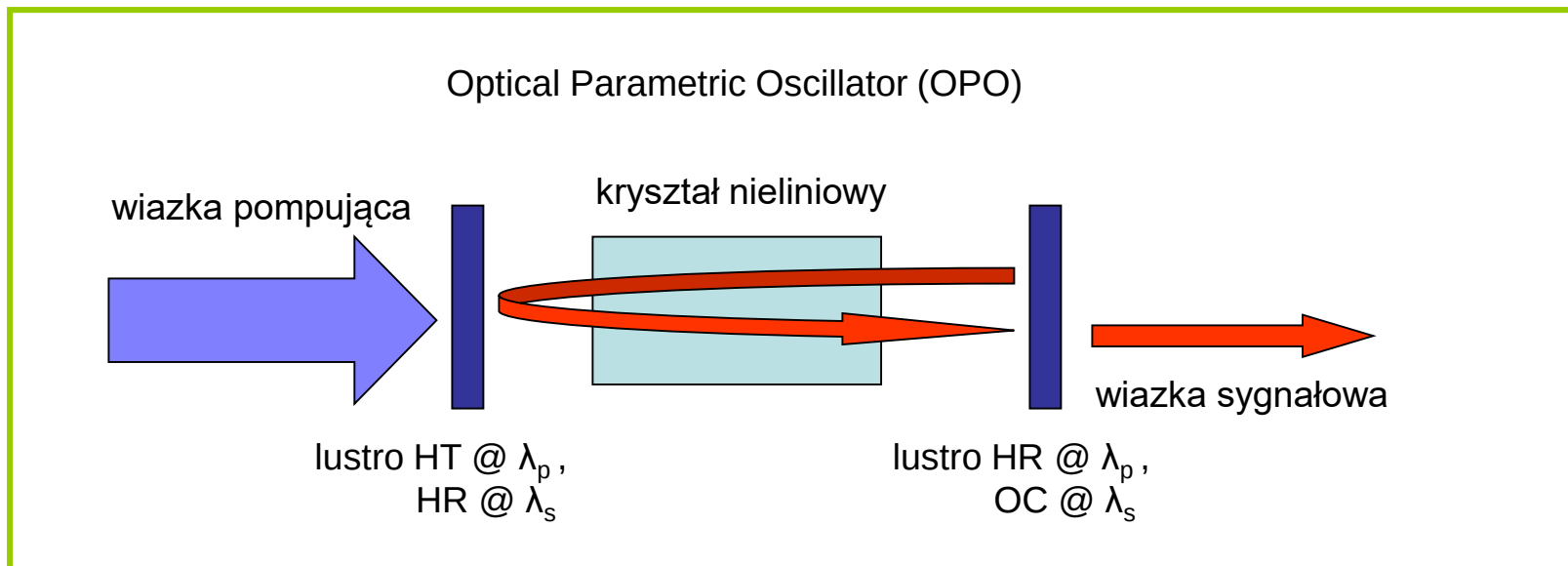
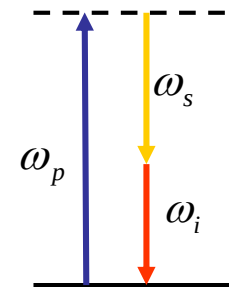
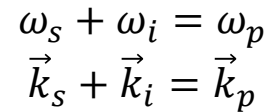


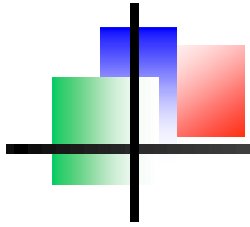
❑ produkcja pojedynczych fotonów



❑ produkcja par fotonów



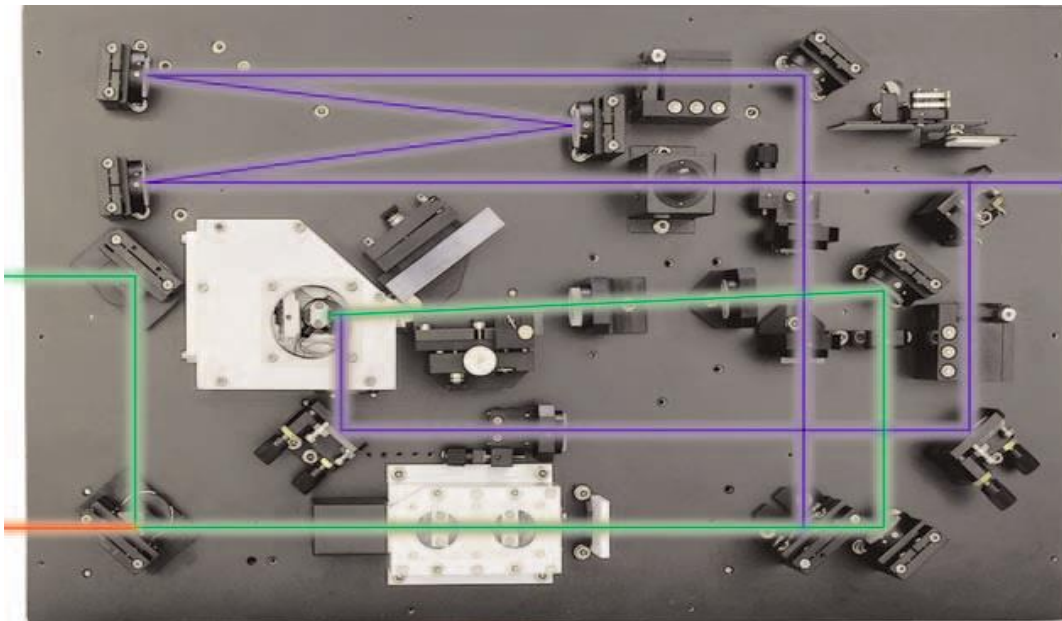
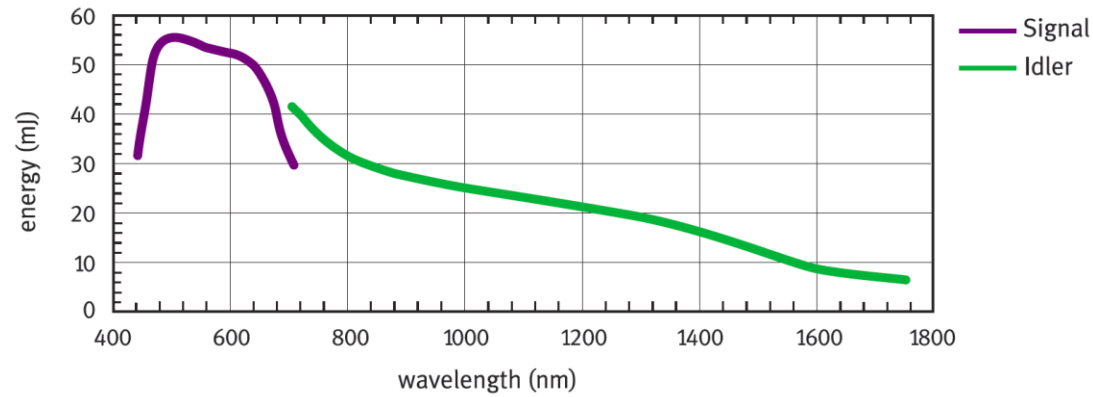




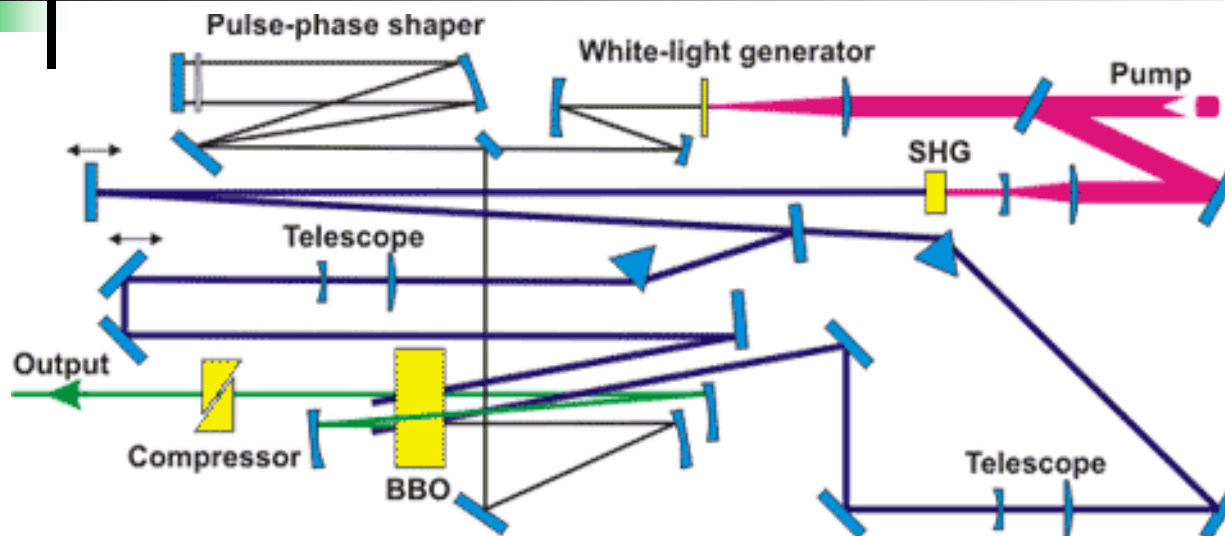
oscylatory i wzmacniacze parametryczne, 2

Sunlite OPO (Continuum Lasers) –
parametryczny oscylator z wąską linią $<0.1\text{cm}^{-1}$,
impulsy *ns*

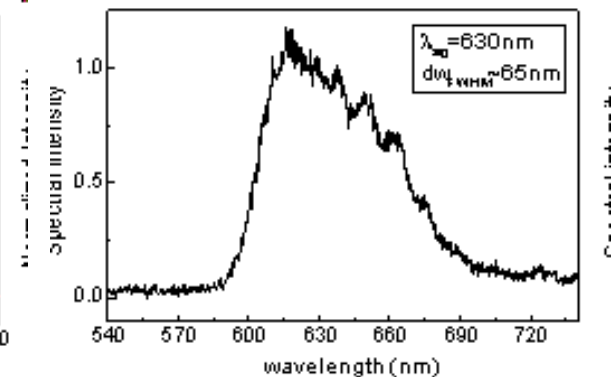
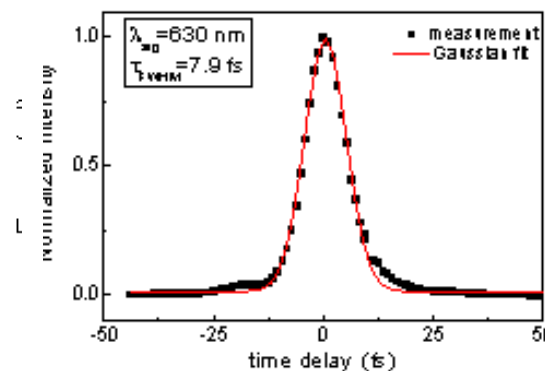
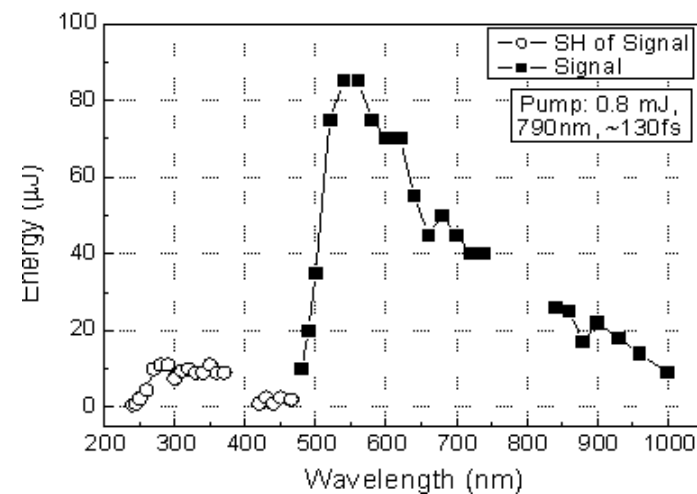
TYPICAL SUNLITE™ EX OPO's PERFORMANCE WITH SEEDED PL9010



oscylatory i wzmacniacze parametryczne, 3



NOPA White
fimy Light Conversion
impulsy fs



Samo-modulacja fazy

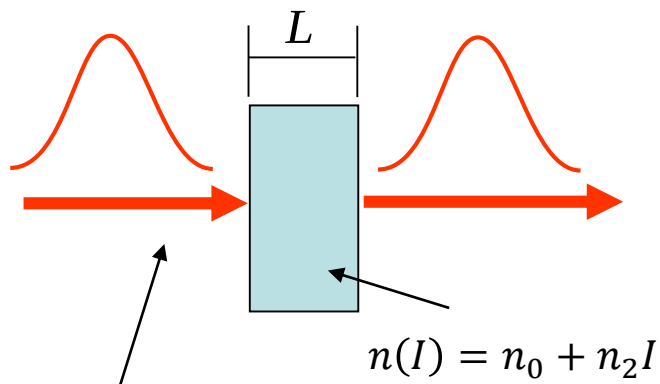
Jedna fala + $\chi^{(3)}$

rozważamy człon: $P^{NL} = P^{(3)}(\omega - \omega + \omega) = \chi^{(3)} E(\omega) E^*(\omega) E(\omega) = \chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega) = \chi^{(3)} I E(\omega)$

$$P = P^L + P^{NL} = (\chi^{(1)} + \chi^{(3)} I) E$$



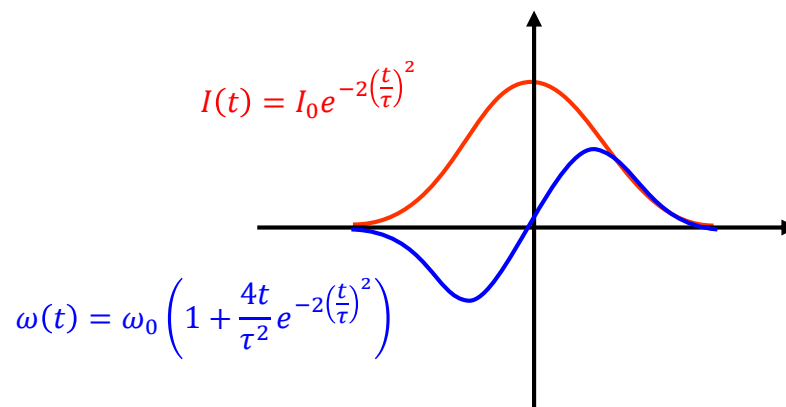
$$n(I) = n_0 + n_2 I$$



$$E(t, 0) = E_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 - i\omega_0 t}$$

$$I(t) = I_0 e^{-2\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} E(t, L) &= E_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 - i\omega_0 t} e^{ikL} \\ kL &= \frac{n\omega_0}{c} L = \frac{(n_0 + n_2 I)\omega_0}{c} L = \frac{n_0\omega_0}{c} L + \frac{n_2 I(t)\omega_0}{c} L \\ \varphi(t, L) &= -\omega_0 t + \frac{n_0\omega_0}{c} L + \frac{n_2 I(t)\omega_0}{c} L \\ &= \varphi_0 + \omega_0 \left[-t + \frac{n_2 I(t)}{c} L \right] \\ \omega(t, L) &= -\frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 - \frac{\omega_0 n_2 L}{c} \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$



Samo-ogniskowanie

Rozważamy wiązkę światła z zadaniem rozkładem natężenia o symetrii cylindrycznej $I(r)$

$$\Delta\varphi(r) = \frac{\omega_0(n_0 + n_2 I)L}{c} = \frac{n_0\omega_0 L}{c} + \frac{\omega_0 n_2 L}{c} I(r)$$

Dla wiązki gaussowskiej nieliniowa poprawka fazy to

$$\beta(r) = \frac{\omega_0 n_2 L}{c} I(r) = \frac{\omega_0 n_2 L I_0}{c} e^{-2(r/w)^2}$$

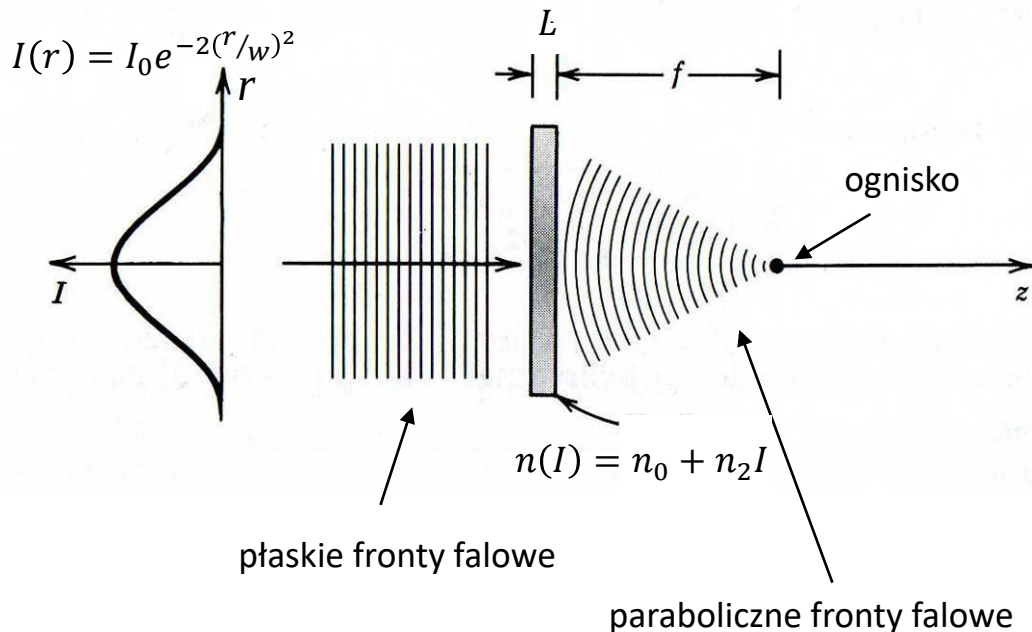
w okolicy maksimum natężenia możemy funkcję Gaussa rozwinąć w szereg Taylora co daje

$$\beta(r) \cong \frac{\omega_0 n_2 L I_0}{c} \left(1 - \frac{2r^2}{w^2} \right)$$

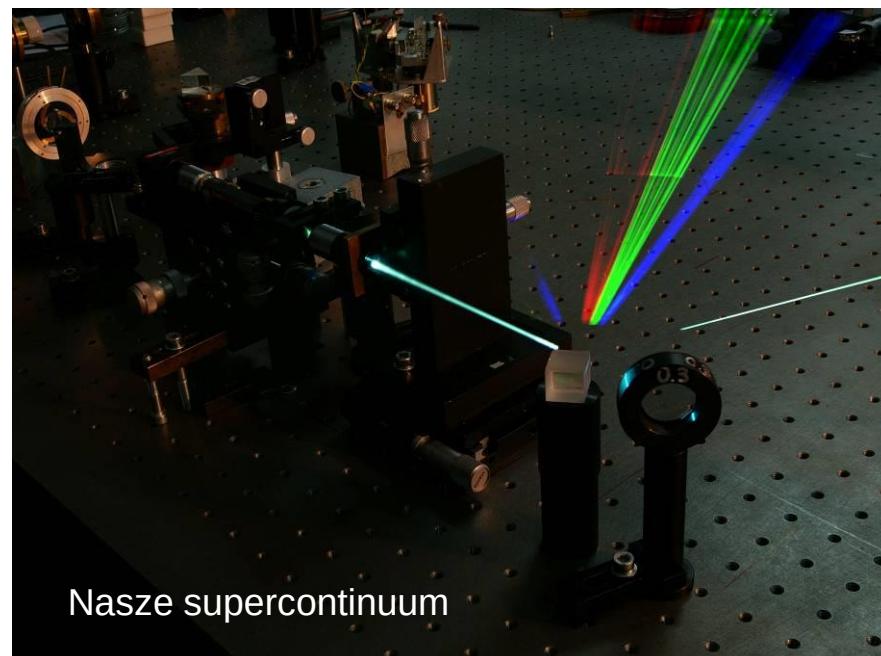
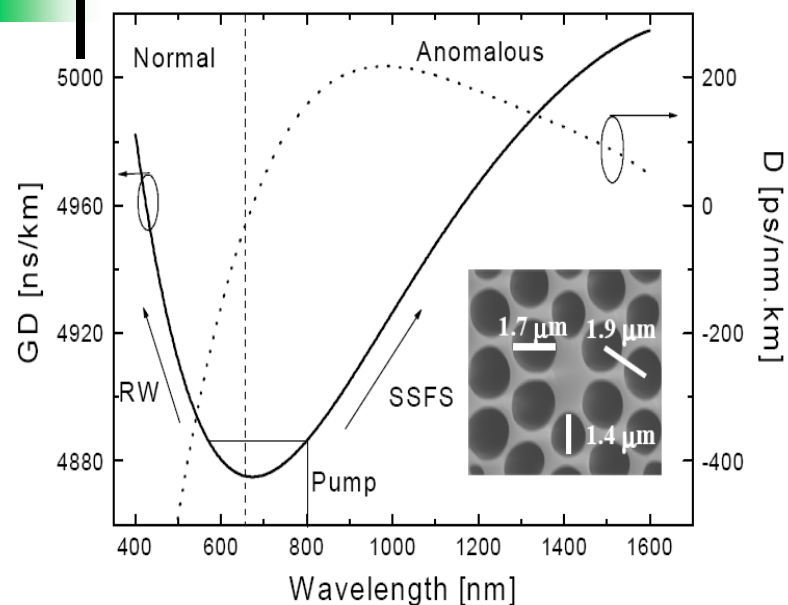
paraboliczne zakrzywienie frontów falowych równoważne, w przybliżeniu przyosiowym, frontom sferycznym

ogniskowa równoważnej soczewki

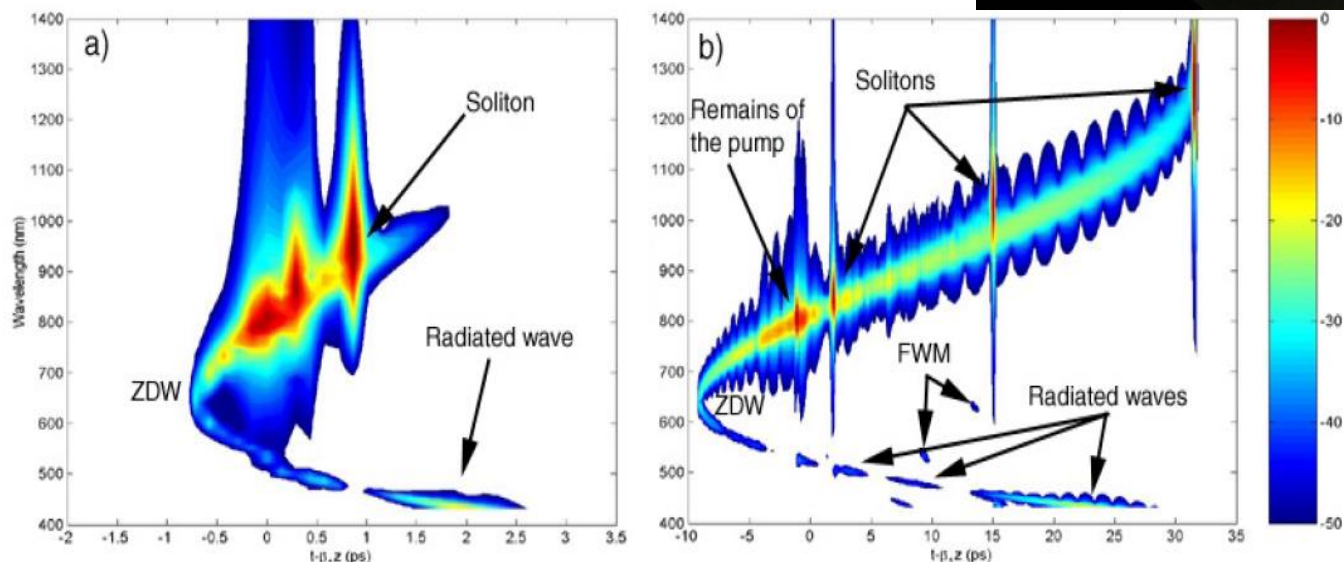
$$\frac{1}{f} = \frac{4\omega_0 n_2 L I_0}{cw^2}$$



Supercontinuum ze światłowodów fotonicznych



Nasze supercontinuum



Nasze supercontinuum

