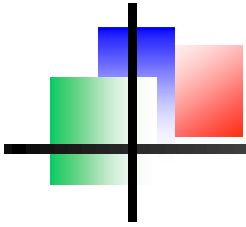


Podstawy Fizyki III

Optyka z elementami fizyki współczesnej

wykład 28, 25.01.2018

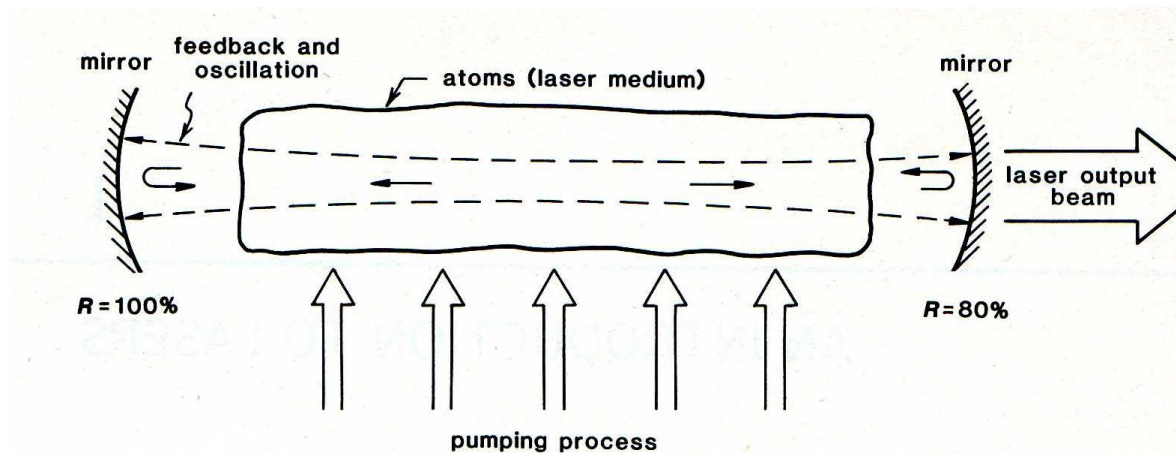
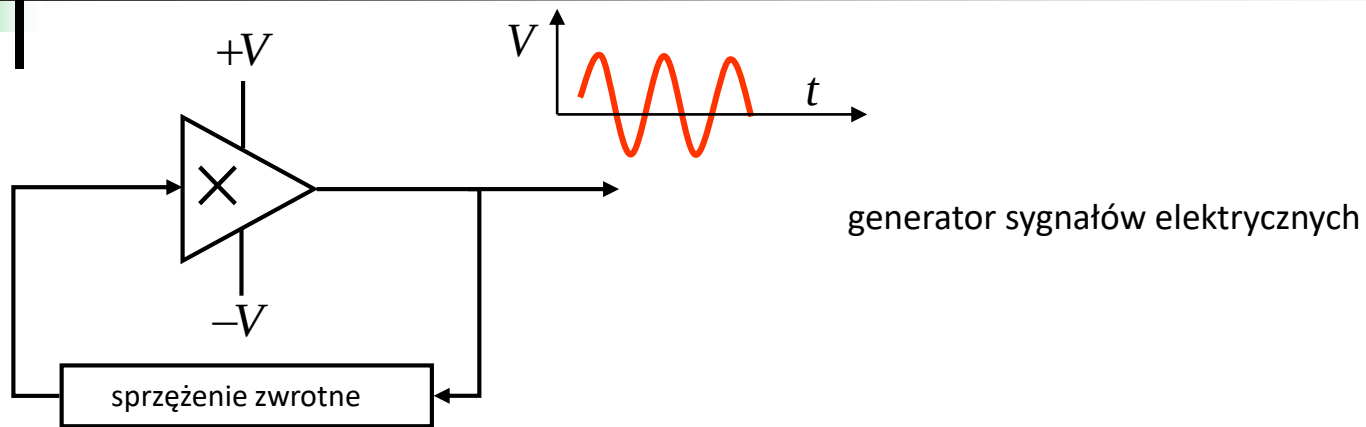
wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Mateusz Winkowski, Łukasz Zinkiewicz
ćwiczenia:	Radosław Łapkiewicz



Wykład 26 - przypomnienie

- doświadczenie Rutherforda
- doświadczenie Francka-Hertza
- kwantowy moment pędu
- atom wodoru według Bohra
- kwantowo-mechaniczny model atomu wodoru
 - liczby kwantowe
 - stany stacjonarne: funkcje falowe i energie własne
 - rozkłady przestrzenne ładunku
- inne stany skupienia

laser

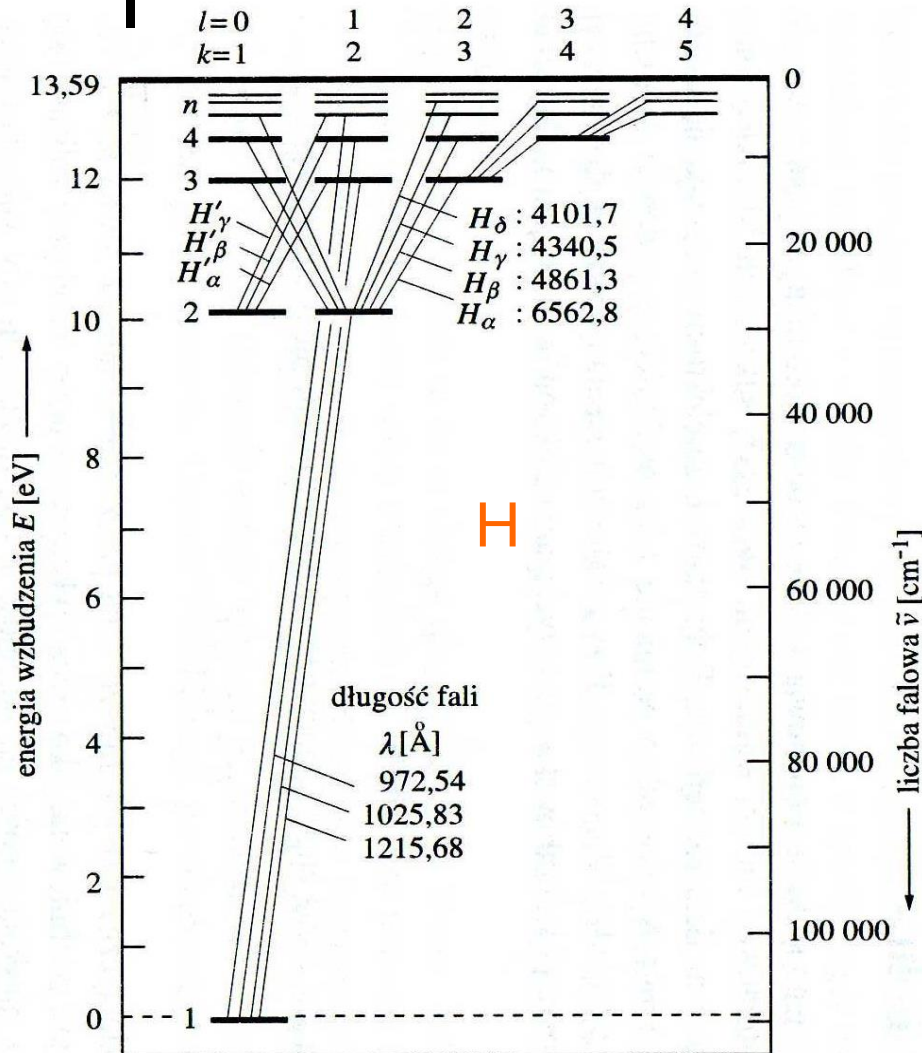


LASER – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (Townes, 1961)

generator spóznego promieniowania z zakresu UV-VIS-IR

Nagroda Nobla z fizyki 1964: C. H. Townes, N. G. Basov, A. M. Prokhorov

przejścia radiacyjne w atomach, 1

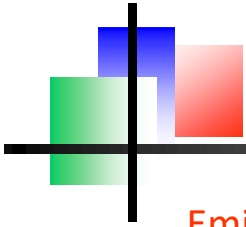


Proste reguły:

1. Atomy mogą pochłaniać bądź wyswiewać fotony
2. Obowiązuje zasada zachowania energii:

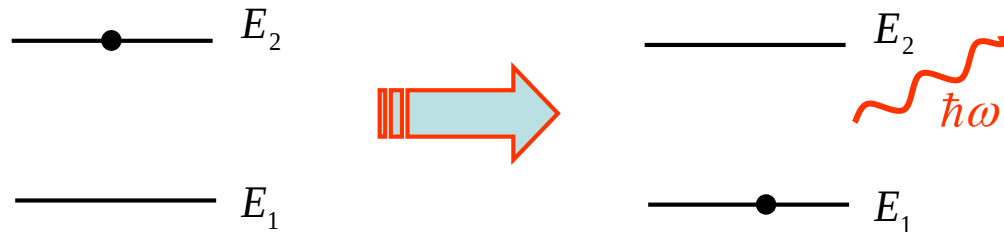
$$\hbar\omega = E_n - E_m$$
3. Istnieją reguły wyboru dla przejść radiacyjnych, na przykład, w atomie wodoru zmiana momentu pędu musi być

$$\Delta l = \pm 1$$
4. Możliwe procesy wymuszone (absorpcja, emisja) oraz proces spontaniczny (emisja)



przejścia radiacyjne w atomach, 2

Emisja spontaniczna



W próżni szybkość emisji spontanicznej A_{21} zależy wyłącznie od atomu.
Oznaczmy przez N_2 i N_1 gęstości (populacje) atomów w stanie dolnym i górnym.
Emisja spontaniczna przenosi atomy z poziomu górnego do dolnego.
Dla dużej liczby atomów w próbce mamy:

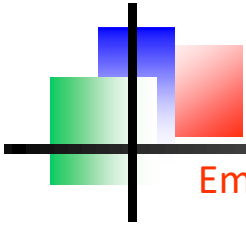
$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -A_{21}N_2$$

Po wzbudzeniu impulsowym obserwujemy zanik wykładniczy

$$N_2(t) = N_2(0)e^{-A_{21}t} = N_2(0)e^{-t/\tau_{sp}}$$

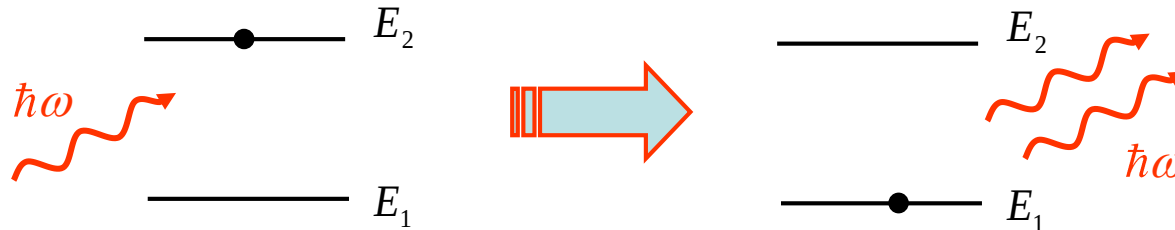
$\tau_{sp} = 1/A_{21}$ - czas spontanicznego zaniku populacji w stanie górnym – własność atomu

↖
wyznaczamy doświadczalnie



przejścia radiacyjne w atomach, 3

Emisja wymuszona



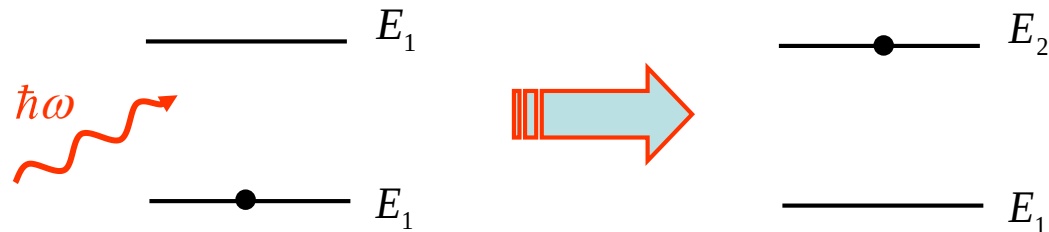
szybkość emisji wymuszonej zależy od atomu i gęstości promieniowania

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = B_{21}u(\omega)N_2$$

klonowanie fotonów
- ograniczenia kwantowe!

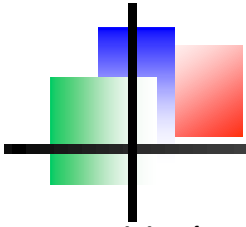
$u(\omega)$ - widmowa gęstość promieniowania

Absorpcja



szybkość absorpcji zależy od atomu i gęstości promieniowania

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = B_{12}u(\omega)N_1$$



przejścia radiacyjne w atomach, 4

Bilans szybkości przejść

$$\begin{aligned} R_{21} &= [A_{21} + B_{21}u(\omega)]N_2 \\ R_{12} &= B_{12}u(\omega)N_1 \end{aligned}$$

A_{21}, B_{21}, B_{12} - współczynniki Einsteina przejść promienistych

Szukamy: $\frac{B_{21}}{A_{21}}, \frac{B_{21}}{B_{12}}$

W równowadze termodynamicznej dla

danej temperatury T : $R_{21} = R_{12} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{A_{21} + B_{21}u(\omega)}{B_{21}u(\omega)}$

oraz rozkład Boltzmana: $\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}$

$$\Rightarrow u(\omega) = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - B_{21}} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{B_{12}}{B_{21}}e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Jednocześnie, wiadomo, że dla ciała doskonale czarnego:

$$u(\omega, T) = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

$$\begin{aligned} B_{12} &= B_{21} \\ \frac{A_{21}}{B_{21}} &= \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \end{aligned}$$

Dla dużych częstości emisja spontaniczna dominuje.

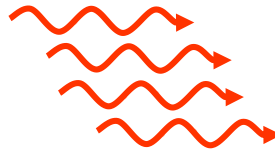
wzmacniacz światła

$$\Phi_{in} = \frac{I}{\hbar\omega}$$



fala
monochromatyczna

$$\Phi_{out} = \frac{I_{out}}{\hbar\omega}$$



$$\Phi(\omega), \quad \left[\frac{1}{\text{m}^2\text{s}} \right]$$

Interesuje nas osłabienie/wzmocnienie fali EM –
dodatkowe fotony w wiązce są spójne
z fotonami w wiązce wejściowej:

$$E_{out}(z, t) = aE_{in}(z, t)$$

Inny sposób zapisania szybkości przejść wymuszonych korzysta z przekroju czynnego σ :
Szybkość absorpcji (emisji wymuszonej) dla pojedynczego atomu to $\sigma\Phi$

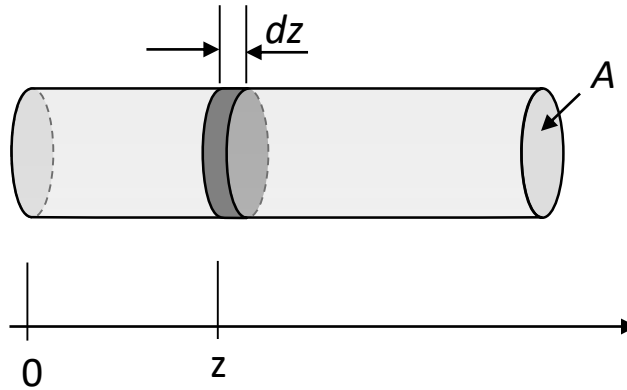
Jeśli pominiemy emisję spontaniczną to:

$R_{12} = \sigma\Phi N_1$ - liczba fotonów absorbowanych w jednostce czasu i jednostkowej objętości

$R_{21} = \sigma\Phi N_2$ - liczba fotonów emitowanych w jednostce czasu i jednostkowej objętości
wskutek emisji wymuszonej

bilans strat i wzmocnienia

Chwilowo, pomijamy emisję spontaniczną



$dn = (R_{21} - R_{12})dV$ - zmiana liczby fotonów w plasterku dz ($dV = Adz$)

ale

$$R_{12} = \sigma\Phi N_1$$

$$R_{21} = \sigma\Phi N_2$$

$$d\Phi = (R_{21} - R_{12})dz = \sigma\Phi(N_2 - N_1)dz$$

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \sigma(N_2 - N_1)dz$$

$$\frac{d\Phi}{dz} = \gamma_0\Phi$$

$\gamma_0 = \sigma\Delta N$ - współczynnik wzmocnienia
nienasyconego

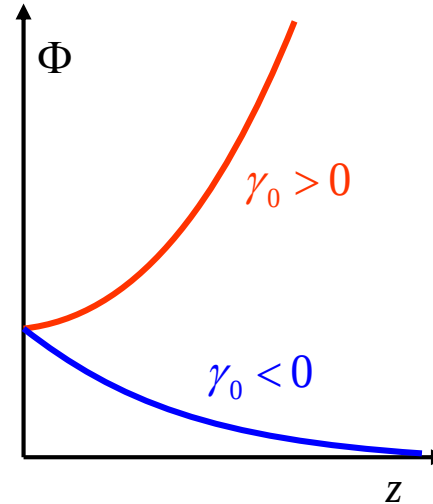
$\Delta N = N_2 - N_1$ - inwersja (odwrócenie)
obsadzeń

Wzmocnienie światła

$$\frac{d\Phi}{dz} = \gamma_0 \Phi$$

$$\Phi(z) = \Phi(0)e^{\gamma_0 z}$$

$$\gamma_0 = \sigma \Delta N > 0 \Leftrightarrow \Delta N > 0$$



w równowadze termodynamicznej obowiązuje rozkład Boltzmana – górny poziom ma mniejsze obsadzenie niż dolny:

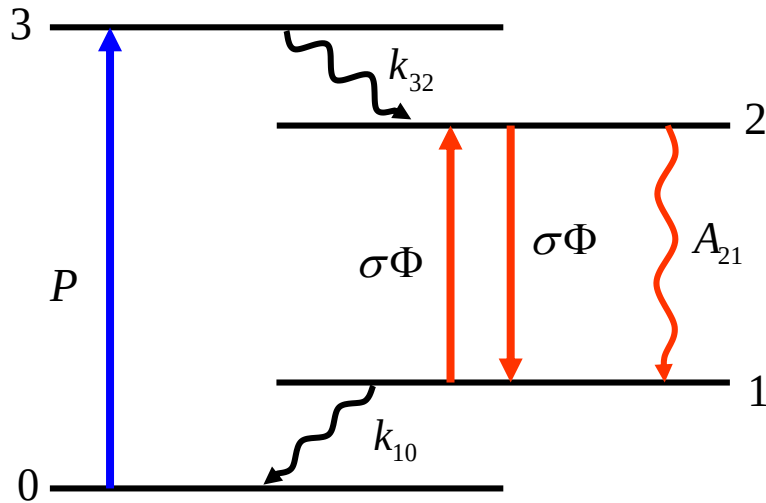
$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

$\Delta N > 0$ „ujemna” temperatura

konieczne specjalne przygotowanie ośrodka - **pompowanie**

równania bilansu obsadzeń

układ 4-poziomowy



szybkości przejść spontanicznych
(radiacyjnych i nieradiacyjnych):

$$k_{32} = \frac{1}{\tau_{32}}, k_{10} = \frac{1}{\tau_{10}}, A_{21} = \frac{1}{\tau_{21}},$$

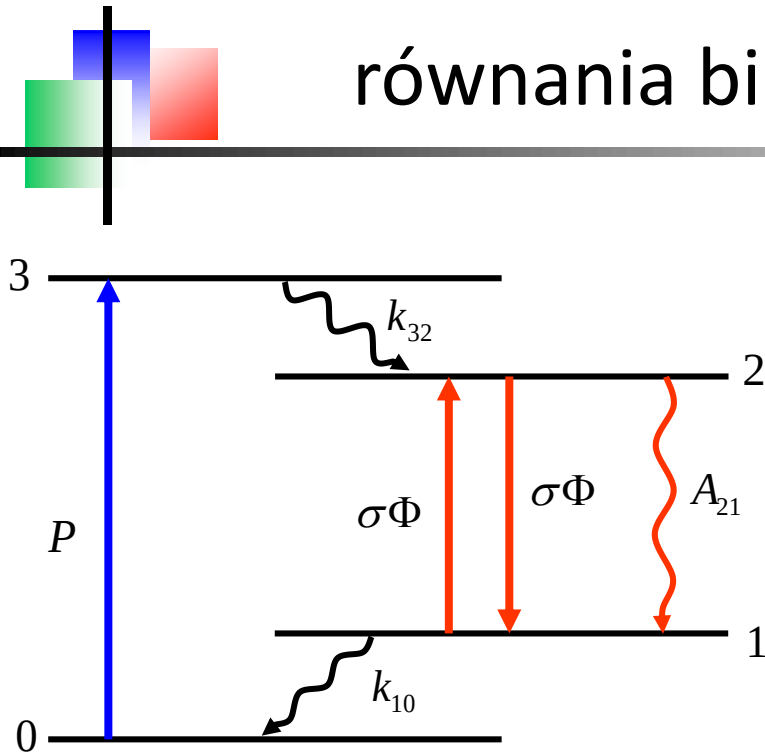
szybkości przejść wymuszonych
 $\sigma\Phi$

szybkość pompowania
 P

Należy rozwiązać i znaleźć
 $\Delta N = N_2 - N_1$

$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = PN_0 - k_{32}N_3 \\ \frac{dN_2}{dt} = k_{32}N_3 - A_{21}N_2 - \sigma\Phi(N_2 - N_1) \\ \frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2 - k_{10}N_1 + \sigma\Phi(N_2 - N_1) \\ N_0 + N_1 + N_2 + N_3 = N \end{cases}$$

równania bilansu obsadzeń, 2



$$\Delta N_0 = \frac{(k_{10} - A_{21})P}{k_{10}A_{21} + k_{10}P + A_{21}P},$$

nienasycona ($\Phi = 0$) stacjonarna inwersja obsadzeń w układzie 4-poziomowym

$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = PN_0 - k_{32}N_3 \\ \frac{dN_2}{dt} = k_{32}N_3 - A_{21}N_2 - \sigma\Phi(N_2 - N_1) \\ \frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2 - k_{10}N_1 + \sigma\Phi(N_2 - N_1) \\ N_0 + N_1 + N_2 + N_3 = N \end{cases}$$

1. Zazwyczaj przejście $3 \rightarrow 2$ jest bardzo szybkie:
 $\tau_{32} \rightarrow 0$ co daje $N_3 = 0$

2. Rachunki zrobimy dla bardzo małych natężeń światła oraz sytuacji stacjonarnej

$$\Phi = 0, \quad \frac{dN_i}{dt} = 0, i = 0, 1, 2$$

$$\Delta N_0 > 0 \Leftrightarrow k_{10} > A_{21}$$

$$\Delta N_0 > 0 \Leftrightarrow \tau_{21} > \tau_{10},$$

inwersja możliwa
 dla dowolnie małego
 pompowania

równania bilansu obsadzeń, 3

Dalsze przybliżenia (idealny 4-poziomowy):

$$\tau_{32} = \tau_{10} = 0 \Rightarrow N_3 = N_1 = 0$$

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = PN_0 - A_{21}N_2 - \sigma\Phi N_2 \\ N_0 + N_2 = N \end{cases}$$

stan stacjonarny:

$$\begin{cases} 0 = PN_0 - A_{21}N_2 - \sigma\Phi N_2 \\ N_0 + N_2 = N \end{cases}$$

rozwiązanie:

$$\Delta N = N_2 = \frac{PN}{P + A_{21} + \sigma\Phi}$$

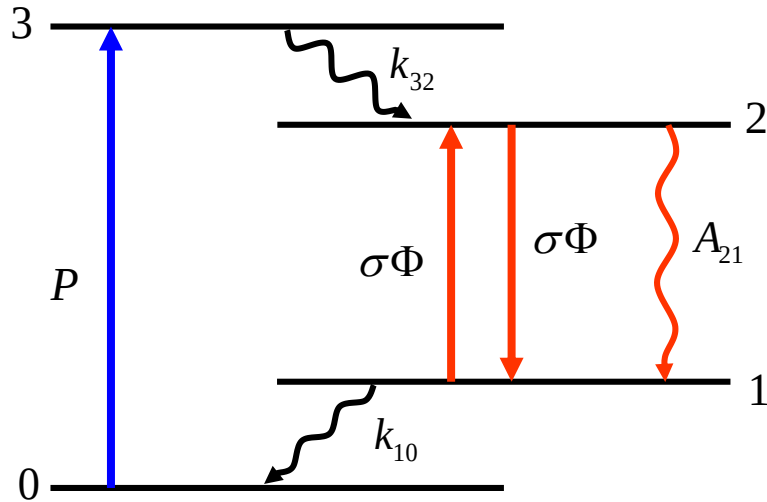
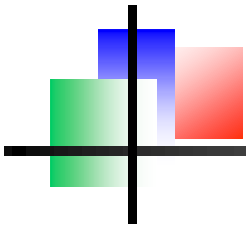
$$\Delta N_0 = \frac{P}{A_{21}} N$$

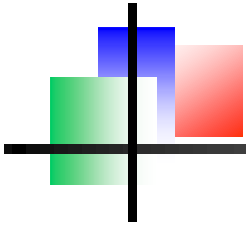
$$\Delta N = \frac{PN}{P + A_{21} + \sigma\Phi} \cong \frac{PN}{A_{21}} \frac{1}{1 + \frac{\sigma\Phi}{A_{21}}} = \frac{PN}{A_{21}} \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{\Phi_s}} = \Delta N_0 \frac{1}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

zakładamy słabe
pompowanie $P \ll A_{21}$

$$\Phi_s = A_{21}/\sigma = \frac{1}{\tau_{21}\sigma} - \text{nasycający strumień fotonów}$$

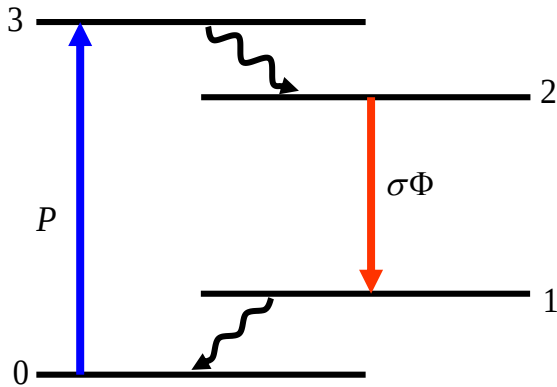
$$I_s = \frac{\hbar\omega}{\tau_{21}\sigma} - \text{natężenie nasycenia (zależy od materiału)}$$





pompowanie ośrodka wzmacn.

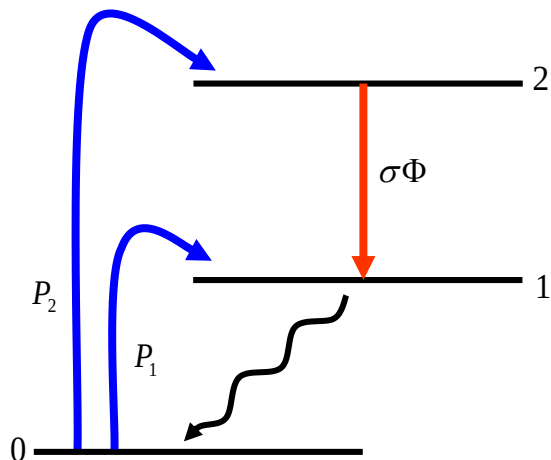
pompowanie optyczne



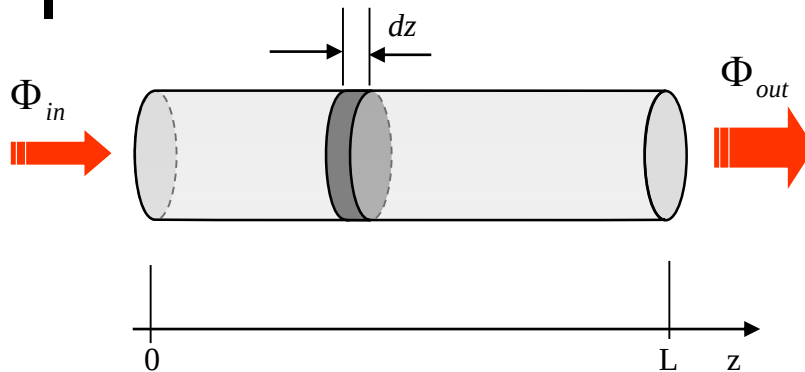
Metody pompowania:

1. optyczne: lampa błyskowa, lasery diodowe, inne lasery
2. elektryczne: wyładowanie w gazie, prąd elektryczny w półprzewodniku,
3. chemiczne: egzotermiczna reakcja chemiczna
4.

pompowanie elektryczne



nasycenie wzmacniacza laserowego, 1



$$\begin{aligned}\frac{d\Phi}{dz} &= \gamma(z)\Phi \\ \frac{d\Phi}{dz} &= \frac{\gamma_0}{1 + \Phi/\Phi_s} \\ \left(\frac{1}{\Phi} + \frac{1}{\Phi_s}\right) d\Phi &= \gamma_0 dz\end{aligned}$$

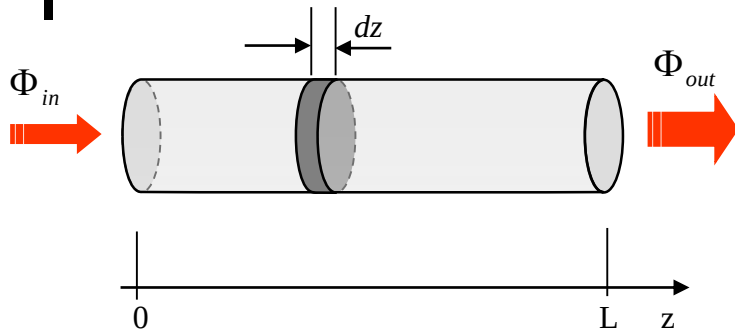
$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\Phi} + \frac{1}{\Phi_s}\right) d\Phi &= \gamma_0 dz \\ \int_{\Phi(0)}^{\Phi(L)} \left(\frac{1}{\Phi} + \frac{1}{\Phi_s}\right) d\Phi &= \int_0^L \gamma_0 dz \\ \ln \frac{\Phi(L)}{\Phi(0)} + \frac{\Phi(L) - \Phi(0)}{\Phi_s} &= \gamma_0 L\end{aligned}$$

Wzmocnienie: $G = \frac{\Phi(L)}{\Phi(0)}$

$$\ln G + \frac{\Phi(0)}{\Phi_s} (G - 1) = \gamma_0 L$$

↖
równanie przestępne

nasycenie wzmacniacza laserowego, 2



$$\ln G + \frac{\Phi(0)}{\Phi_s} (G - 1) = \gamma_0 L$$

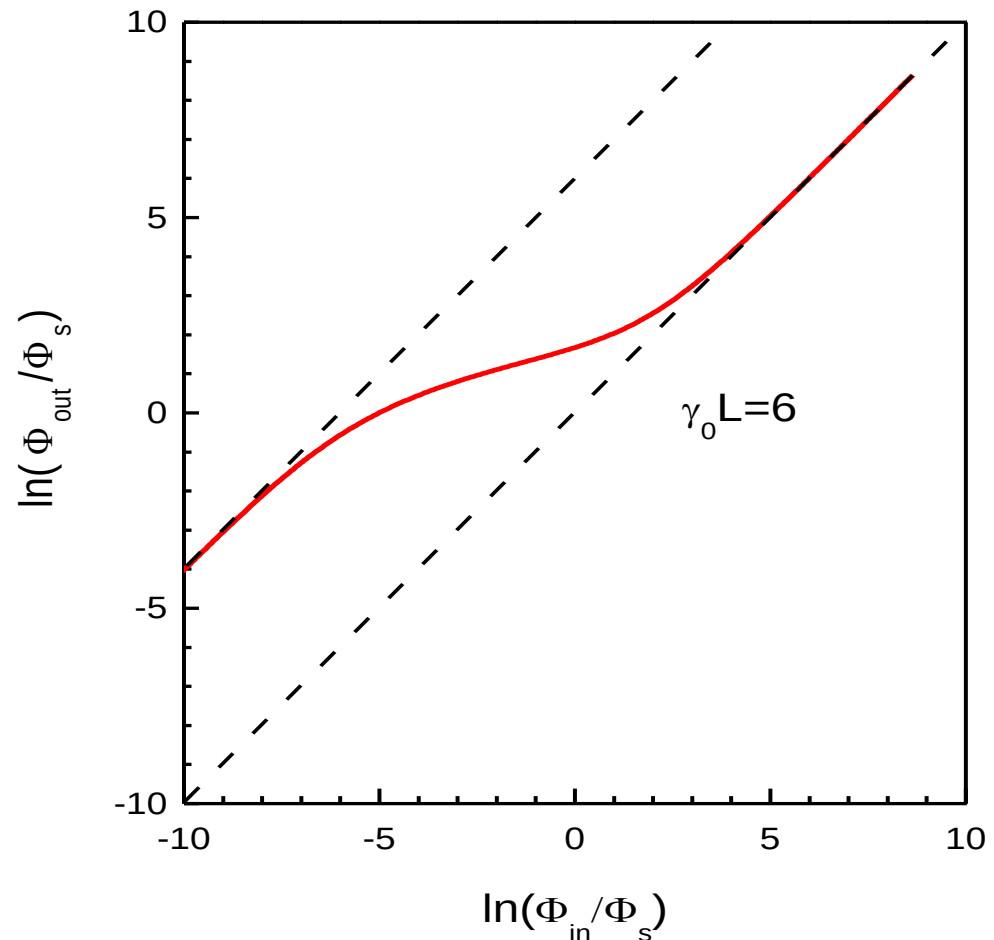
Dwa przypadki graniczne:

1. Wzmacniacz nienasycony

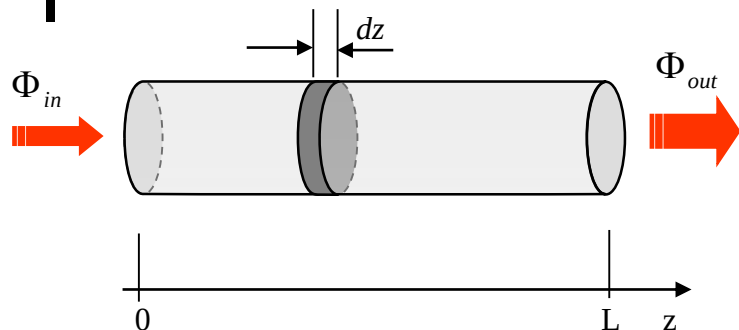
$$\Phi(L) \ll \Phi_s \Rightarrow G = e^{\gamma_0 L}$$

2. Wzmacniacz całkowicie nasycony

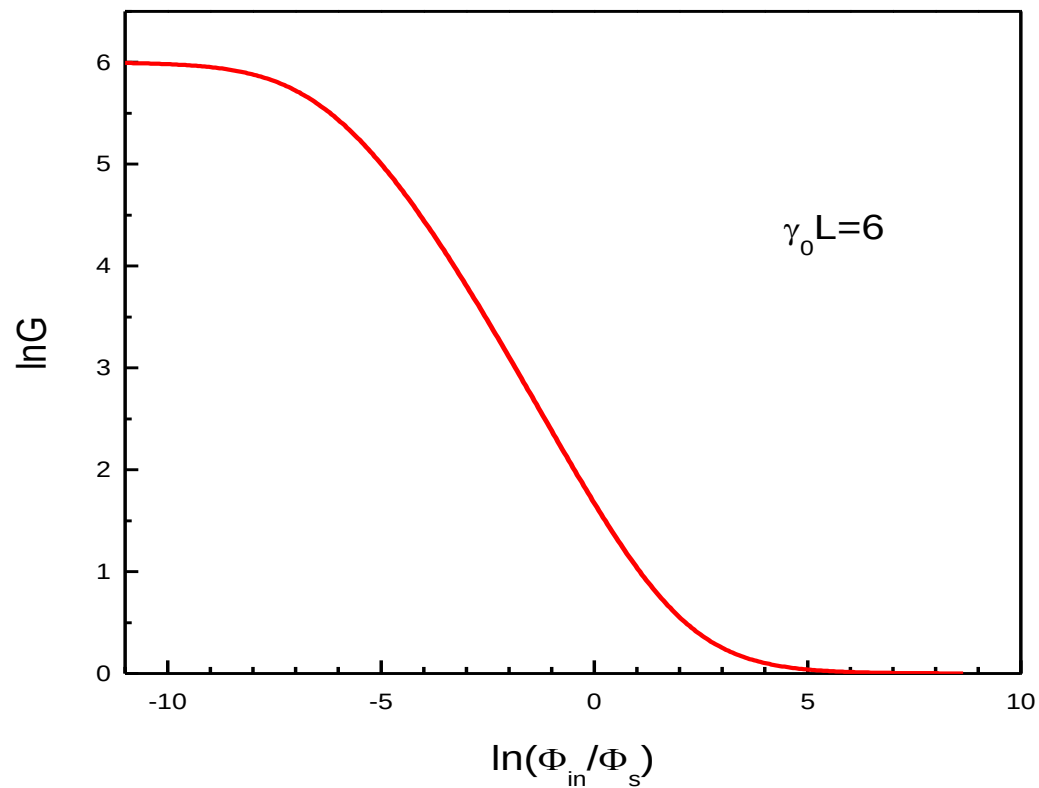
$$\Phi(0) \gg \Phi_s \Rightarrow G = 1$$



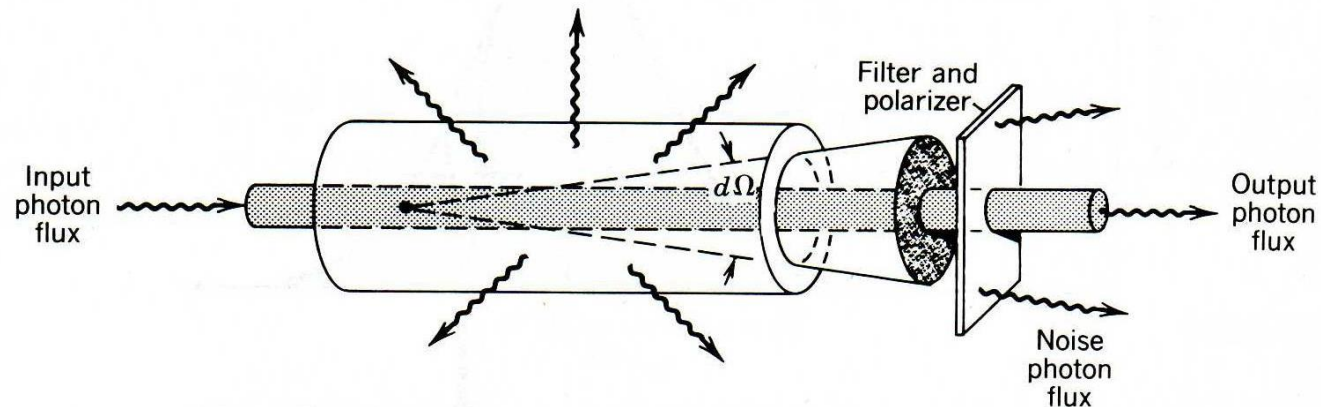
nasycenie wzmacniacza laserowego, 3



$$\ln G + \frac{\Phi(0)}{\Phi_s} (G - 1) = \gamma_0 L$$



szum wzmacniacza laserowego



$P_{sp} = A_{21}$ - prawdopodobieństwo emisji spontanicznej z jednego atomu

$P_{sp}d\nu = A_{21}g(\nu)d\nu$ - prawdopodobieństwo emisji spontanicznej z jednego atomu w przedziale częstości $\nu, \nu + \nu$

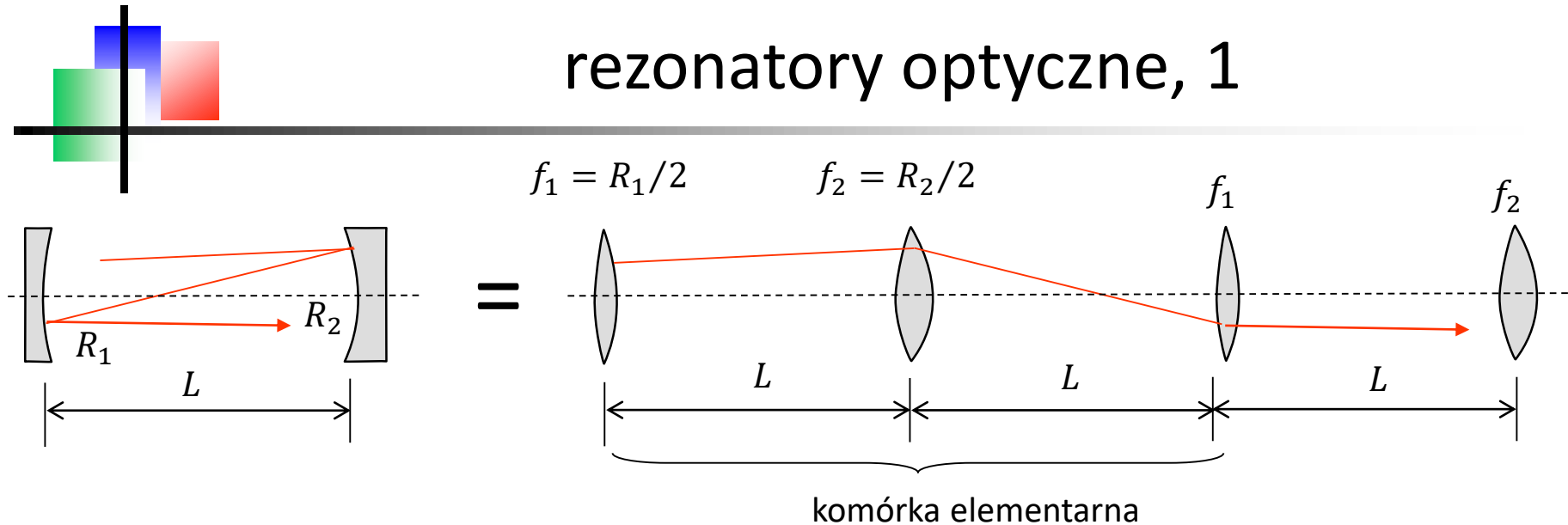
$$\xi_{sp}(\nu) = \frac{1}{2} N_2 A_{21} g(\nu) d\nu \frac{d\Omega}{4\pi}$$

kąt bryłowy

obsadzenie górnego poziomu przejścia

pasma filtru spektralnego

rezonatory optyczne, 1



Optyka geometryczna: rezonator stabilny kiedy promień nie „ucieka” z luster (jego odległość od osi jest zawsze mniejsza niż promień mniejszego lustra).

Macierz ABCD **komórki elementarnej**:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{L}{f_2} & L + L\left(1 - \frac{L}{f_2}\right) \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\left(1 - \frac{L}{f_1}\right) & \left(1 - \frac{L}{f_1}\right)\left(1 - \frac{L}{f_2}\right) - \frac{L}{f_1} \end{bmatrix}$$

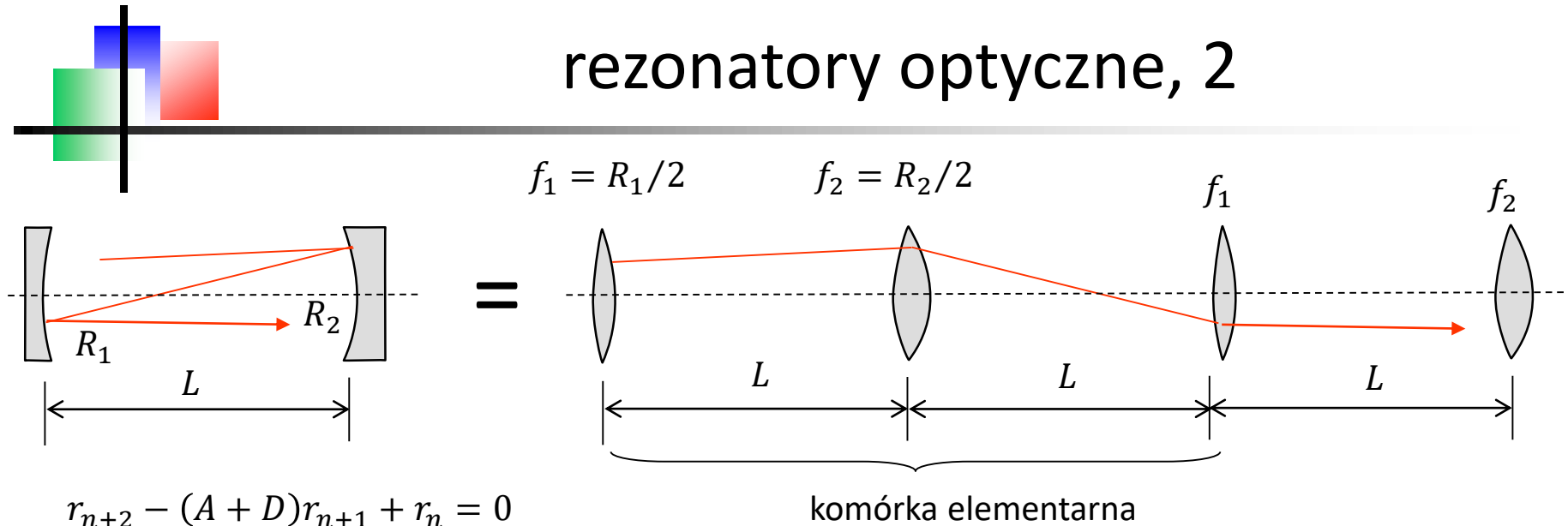
Po n obiegach:

$$\begin{bmatrix} r_{n+1} \\ \Theta_{n+1} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} r_n \\ \Theta_n \end{bmatrix}$$

Stosując rekurencję dostajemy

$$r_{n+2} - (A + D)r_{n+1} + r_n = 0$$

rezonatory optyczne, 2



szukamy rozwiązań oscylujących: $r_n = r_0 e^{in\Lambda} \Rightarrow r_0 e^{in\Lambda} \left[\underbrace{(e^{i\Lambda})^2 - 2 \frac{A+D}{2} e^{i\Lambda} + 1}_{\text{r-nie kwadratowe na } x = e^{i\Lambda}} \right] = 0$

$$\Delta = 4 \left[\left(\frac{A+D}{2} \right)^2 - 1 \right]$$

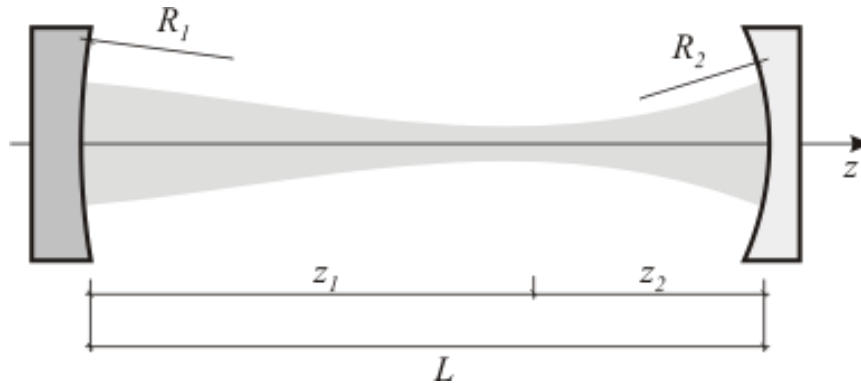
$e^{i\Lambda}$ jest rzeczywiste tylko wtedy gdy jest zerowe. Szukamy rozwiązań zespolonych co daje warunek

$$\left(\frac{A+D}{2} \right)^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -2 \leq A + D \leq 2$$

oraz rozwiązania: $e^{i\Lambda} = \frac{A+D}{2} \pm i \sqrt{1 - \left(\frac{A+D}{2} \right)^2}$

warunek stabilności rezonatora
(w podejściu opt. geometr.)

rezonatory optyczne, przykład 1



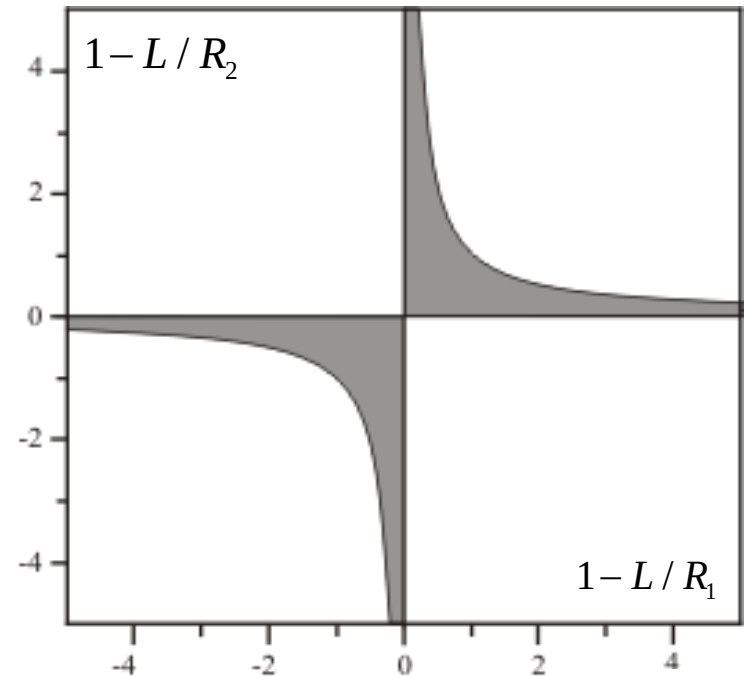
Najprostszy rezonator
dwu-zwierciadłany

$$M = \begin{bmatrix} 1 - \frac{L}{f_2} & L + L\left(1 - \frac{L}{f_2}\right) \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\left(1 - \frac{L}{f_1}\right) & \left(1 - \frac{L}{f_1}\right)\left(1 - \frac{L}{f_2}\right) - \frac{L}{f_1} \end{bmatrix}$$

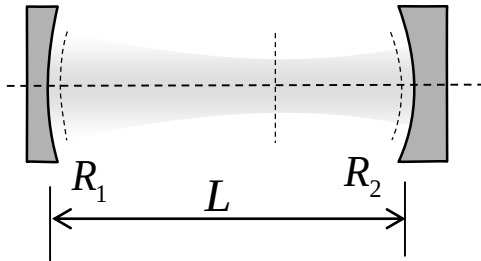
$$-2 \leq A + D \leq 2$$

...

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \leq 1$$

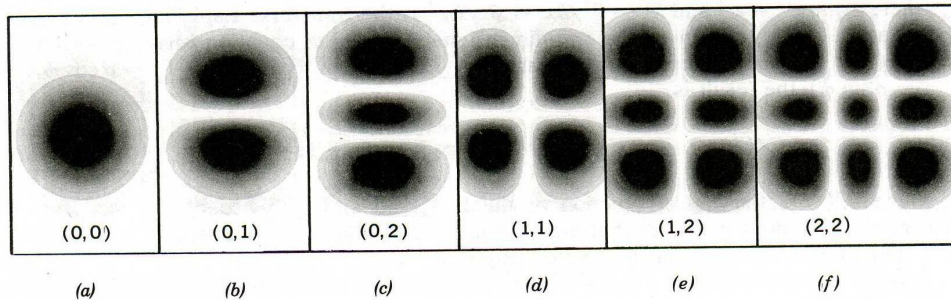


mody rezonatorów



mody TEM_{mn}

$$E(x, y, z) = E_0 H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} \times e^{i[kz - (1+m+n) \tan^{-1}(z/z_0)]} \times e^{-i \frac{kR^2}{2R(z)}}$$



Dla najniższego modu przestrzennego (TEM₀₀):

$$\omega_l = l \frac{\pi c}{L} + \tan^{-1}(L/z_0) \frac{c}{L}$$

Dodatkowy, poza odtwarzaniem rozkładu poprzecznego natężenia, warunek na mod:

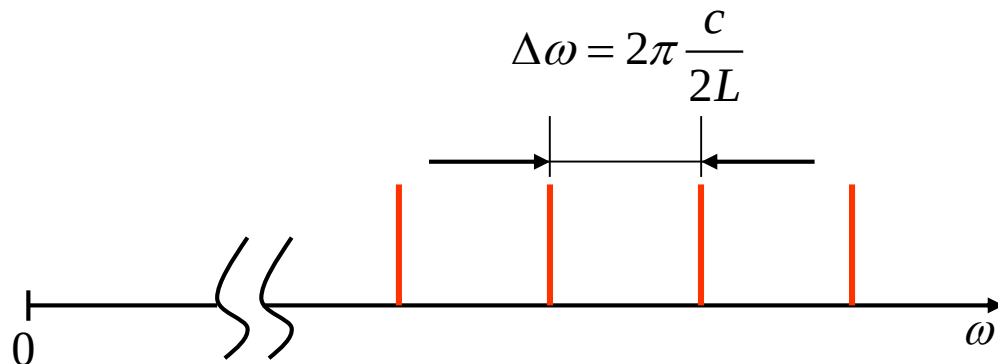
po pełnym obiegu faza pola zmienia się o wielokrotność π

$$kL - (1 + m + n) \tan^{-1}(L/z_0) = l\pi, \quad l = 1, 2, \dots$$

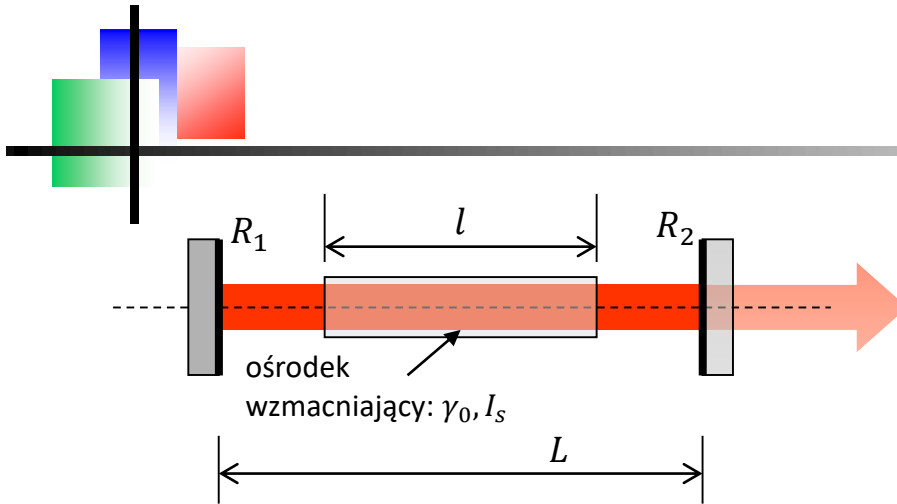
$$\frac{\omega_{mnl}}{c} L - (1 + m + n) \tan^{-1}(L/z_0) = l\pi$$

$$\omega_{mnl} = l \frac{\pi c}{L} + (1 + m + n) \tan^{-1}(L/z_0) \frac{c}{L}$$

Indeks l numeruje **mody podłużne**



laser, 1



R_1, R_2 - transmisja luster

Light
Amplification
by
Stimulated
Emission
of
Radiation

Zakładamy:

- praca ciągła – stan stacjonarny
- jedyne straty w rezonatorze pochodzą od transmisji luster
- stałe natężenie wzdłuż osi rezonatora
- stałe natężenie w kierunku prostopadłym do osi

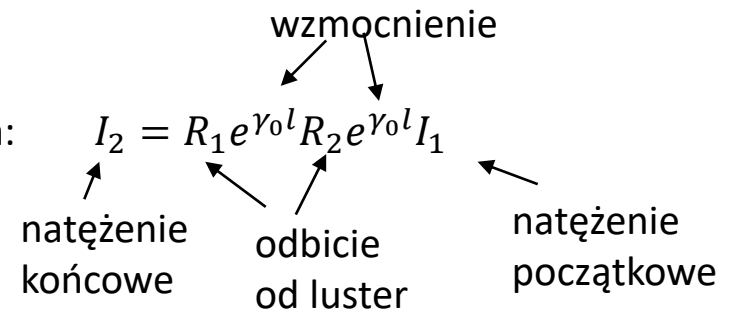
Bilans natężenia na jeden obieg rezonatora:

$$R_1 e^{\gamma_0 l} R_2 e^{\gamma_0 l} = 1$$

$$\gamma_0^t = -\frac{1}{2l} \ln(R_1 R_2)$$

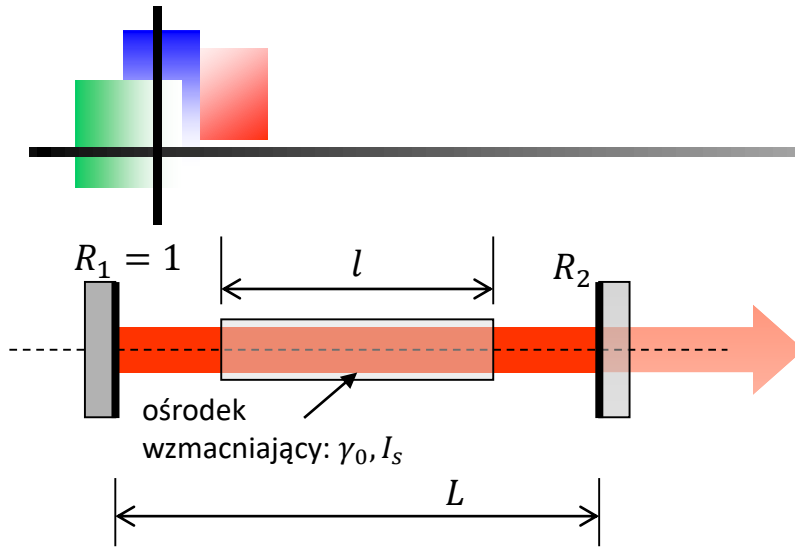
Warunek progowy:

wzmocnienie progowe:



dla b. dobrych luster: $\gamma_0^t = -\frac{1}{2l} \ln(R_1 R_2) \cong \frac{1}{2l} (1 - R_1 R_2)$

laser, 2



Zakładamy:

- praca ciągła – stan stacjonarny
- jedyne straty w rezonatorze pochodzą od transmisji luster
- stałe natężenie wzdłuż osi rezonatora
- stałe natężenie w kierunku prostopadłym do osi
- praca jednomodowa – jedna częstota

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + I/I_s}$$

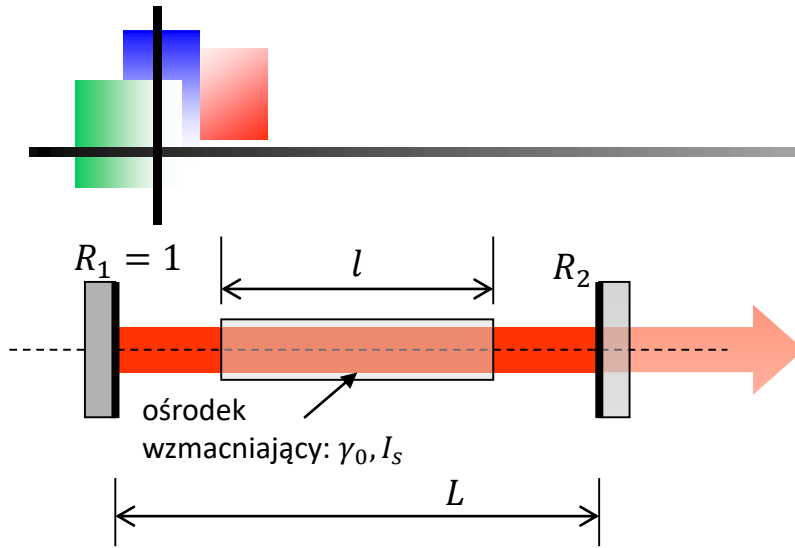
$$I = I^+ + I^- = 2I^+$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + 2I^+/I_s} = \gamma_0^t = -\frac{1}{2l} \ln(R_1 R_2) \cong \frac{1}{2l} (1 - R_2)$$

$$I^+ = \frac{1}{2} I_s \left(\frac{2\gamma_0 l}{1 - R_2} \right)$$

$$I_{out} = (1 - R_2) I^+ = \frac{1}{2} (1 - R_2) I_s \left(\frac{2\gamma_0 l}{1 - R_2} \right)$$

laser, 3



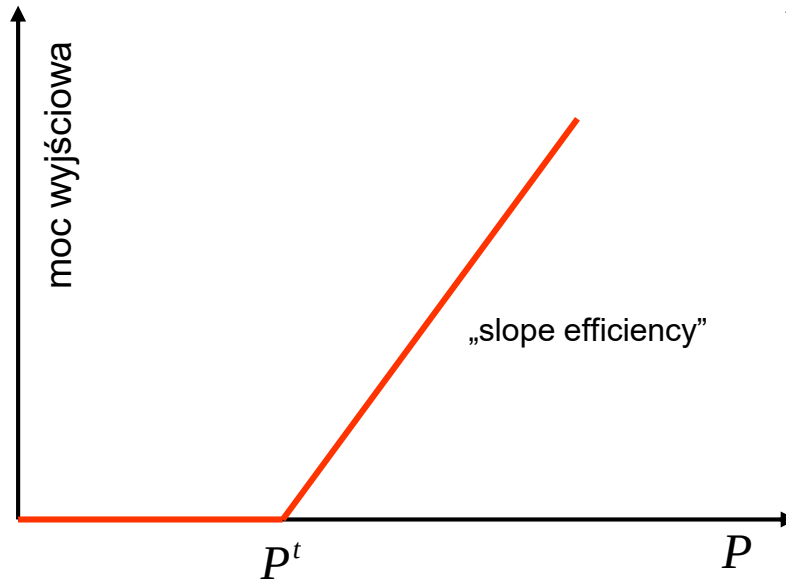
$$I_{out} = \frac{1}{2}(1 - R_2)I_s \left(\frac{2\gamma_0 l}{1 - R_2} \right)$$

ale

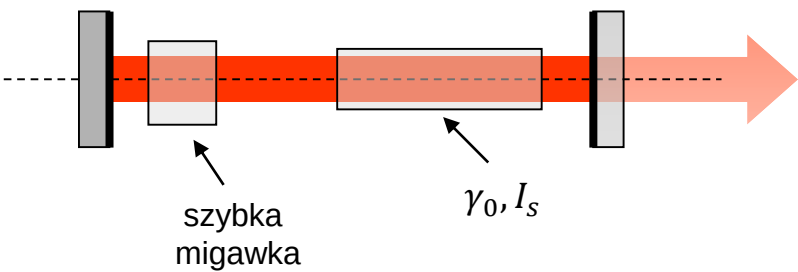
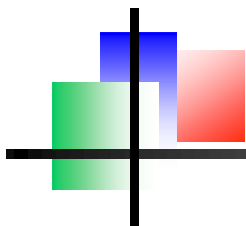
$$\gamma_0 = \sigma \Delta N_0 \propto P$$

$$I_{out} = \frac{1}{2}(1 - R_2)I_s \left(\frac{P}{P^t} - 1 \right)$$

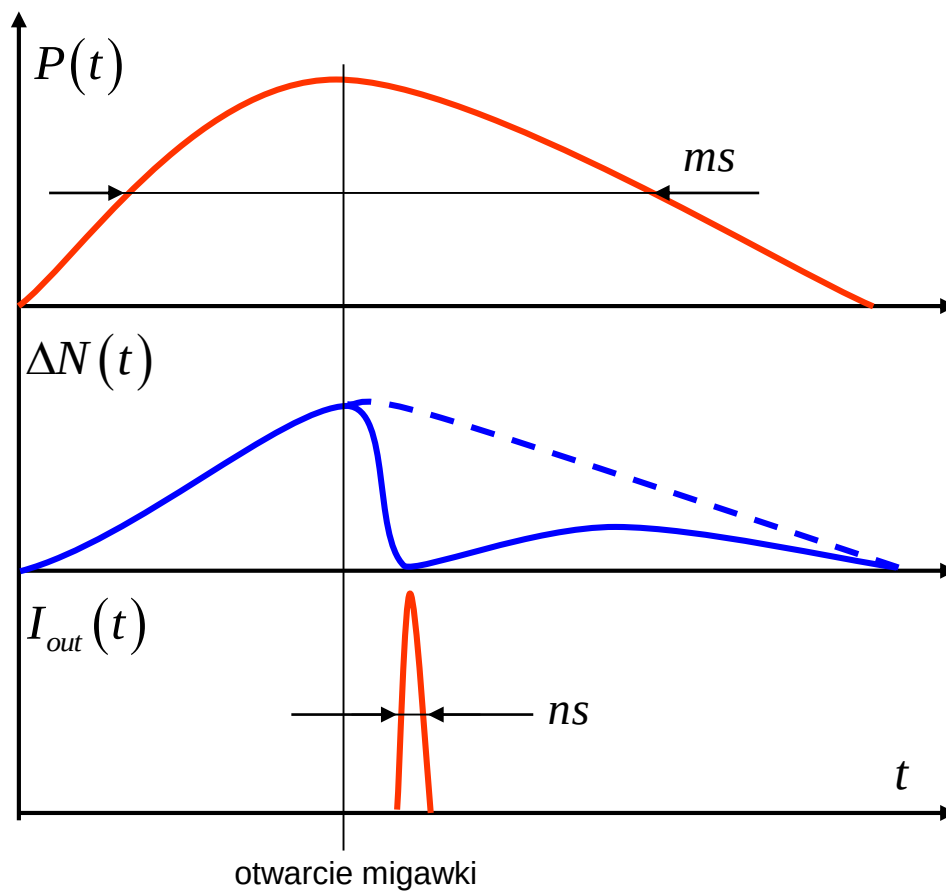
progowa szybkość
pompowania



laser, 4



modulacja dobroci rezonatora (ang. Q-switch)

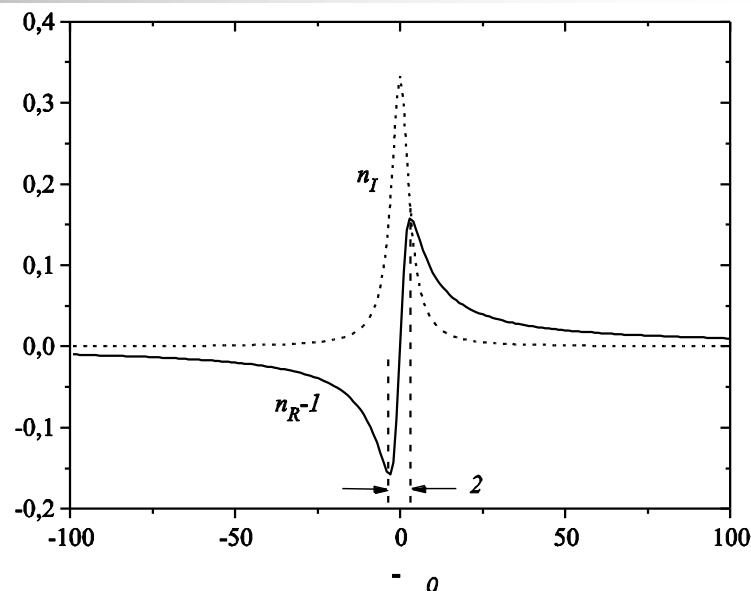


kształt linii spektralnej, 1

Przypomnienie: wykład 4

$$n_R(\omega) \cong 1 + \frac{Ne^2}{4m\epsilon_0\omega} \sum_j \frac{(\omega_j - \omega)f_j}{(\omega_j - \omega)^2 + \gamma_j^2}$$

$$n_I(\omega) \cong \frac{Ne^2}{4m\epsilon_0\omega} \sum_j \frac{f_j\gamma_j}{(\omega_j - \omega)^2 + \gamma_j^2}$$



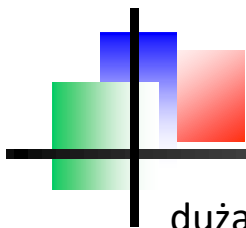
Nie ma linii spektralnych o zerowej szerokości – zawsze mamy jakiś profil różny od delty Diraca.
Wprowadzamy różniczkowy przekrój czynny (gęstość spektralna prz. czyn.): $\sigma(\nu)$, $[\text{m}^2/\text{Hz}]$

$$\sigma(\nu) = \sigma g(\nu)$$

$$\int_0^\infty g(\nu) d\nu = 1$$

$R_{12} = \sigma(\nu)\Phi N_1 d\nu$ - liczba fotonów o częstotliwościach z przedziału $\nu, \nu + d\nu$ absorbowanych w jednostce czasu i jednostkowej objętości

kształt linii spektralnej, 2

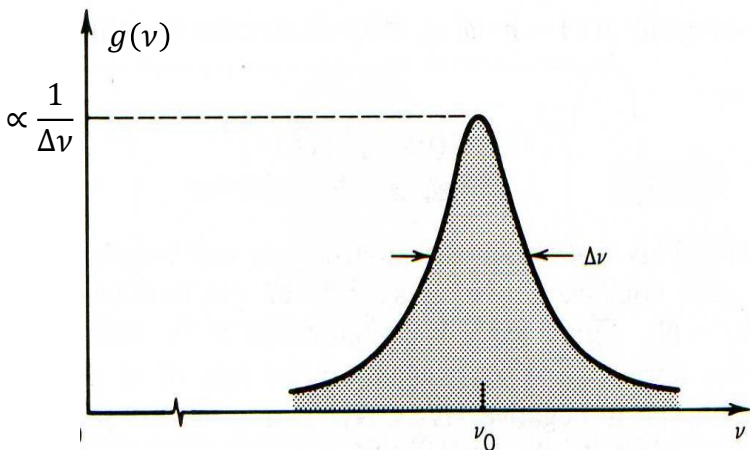


duża szerokość linii –
mały przekrój w maksimum

Poszerzenie linii:

1. Naturalne
2. Zderzeniowe
3. Dopplerowskie

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

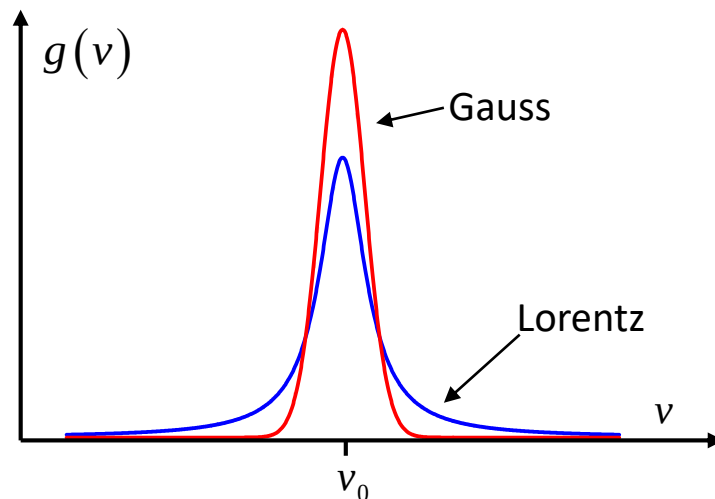


profil lorentzowski

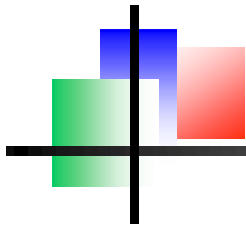
$$g(v, v_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(v - v_0)^2 + \gamma^2}$$

profil dopplerowski
(Gauss)

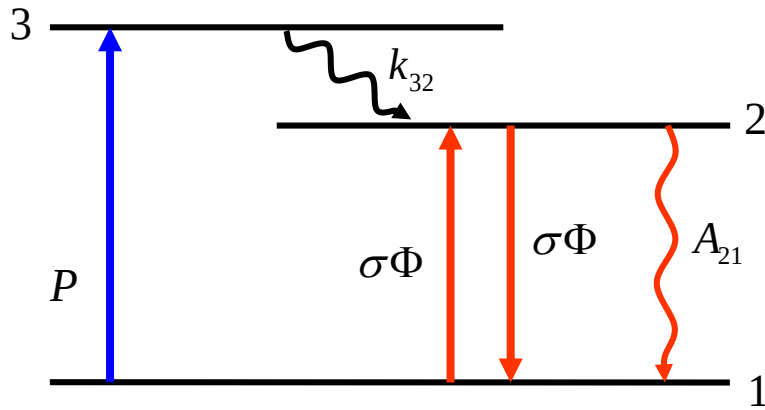
$$g(v, v_0, m, T) = \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi kT v_0^2}} \exp \left[-\frac{mc^2 (v - v_0)^2}{2kT v_0^2} \right]$$



układ 3-poziomowy



rzadko stosowany



$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = PN_1 - k_{32}N_3 \\ \frac{dN_2}{dt} = k_{32}N_3 - A_{21}N_2 - \sigma\Phi(N_2 - N_1) \\ N_1 + N_2 + N_3 = N \end{cases}$$

1. Zazwyczaj przejście $3 \rightarrow 2$ jest bardzo szybkie:
 $\tau_{32} \rightarrow 0$ co daje $N_3 = 0$
2. Rachunki zrobimy dla bardzo małych natężeń światła oraz sytuacji stacjonarnej

$$\Phi = 0, \quad \frac{dN_i}{dt} = 0, i = 0,1,2$$

Daje to

$$\begin{cases} 0 = \frac{dN_2}{dt} = PN_1 - A_{21}N_2 \\ N_1 + N_2 = N \end{cases}$$

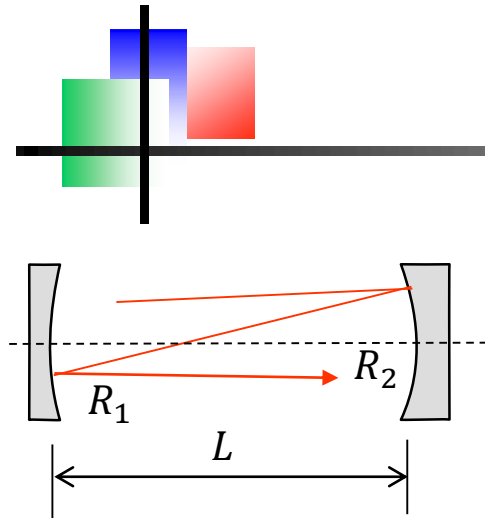
$$\Delta N_0 = \frac{P - A_{21}}{P + A_{21}} N$$

nienasycona ($\Phi = 0$) stacjonarna inwersja obsadzeń w układzie 3-poziomowym

$$\Delta N_0 > 0 \Leftrightarrow P > A_{21}$$

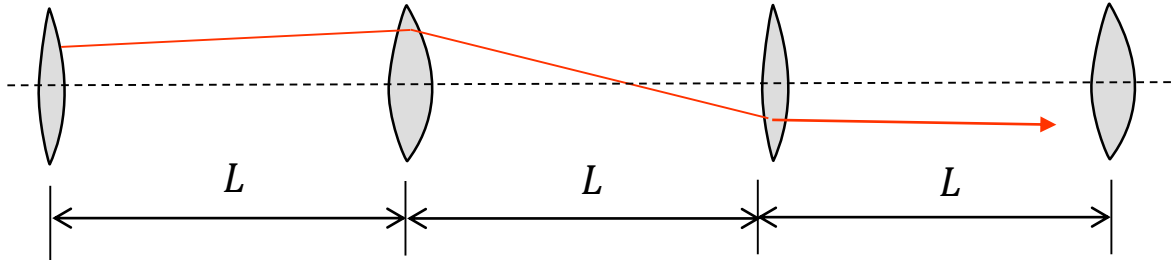
konieczna duża
szybkość pompowania

rezonatory optyczne, 3



$$f_1 = R_1/2$$

$$f_2 = R_2/2$$



Jak wygląda rozkład pola wewnątrz rezonatora? **mody rezonatora**

szukamy rozwiązań wśród znanym nam wiązek. Weźmy wiązkę gaussowską opisaną zespolonym parametrem q (wykł. 14). Żądamy, by po pełnym obiegu wiązka była taka sama:

$$q = \frac{Aq+B}{Cq+D} \text{ gdzie } \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \text{ jest macierzą komórki elementarnej}$$

Rachunki:

$$x = \frac{Dx + C}{Bx + A}, \quad x = \frac{1}{q}$$

$$x_{\pm} = \frac{-(A + D) \pm i\sqrt{4 - (A + D)^2}}{2B} \quad (1)$$

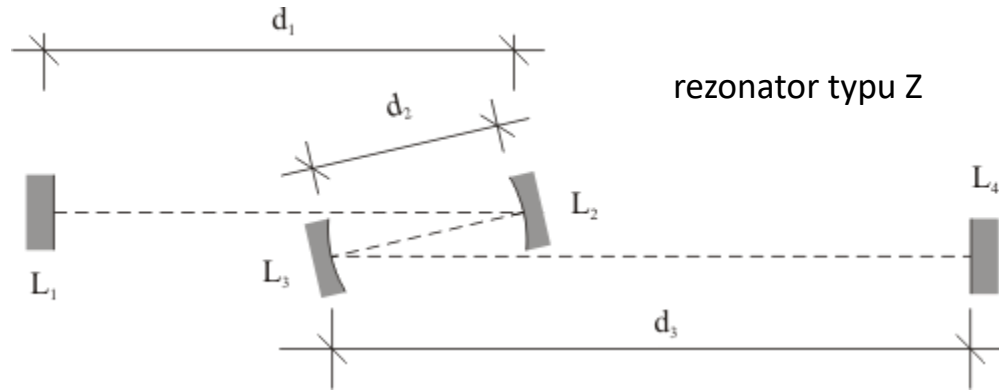
Pod warunkiem, że $2 \leq A + D \leq 2$

W przeciwnym razie q jest rzeczywiste - nie do przyjęcia.

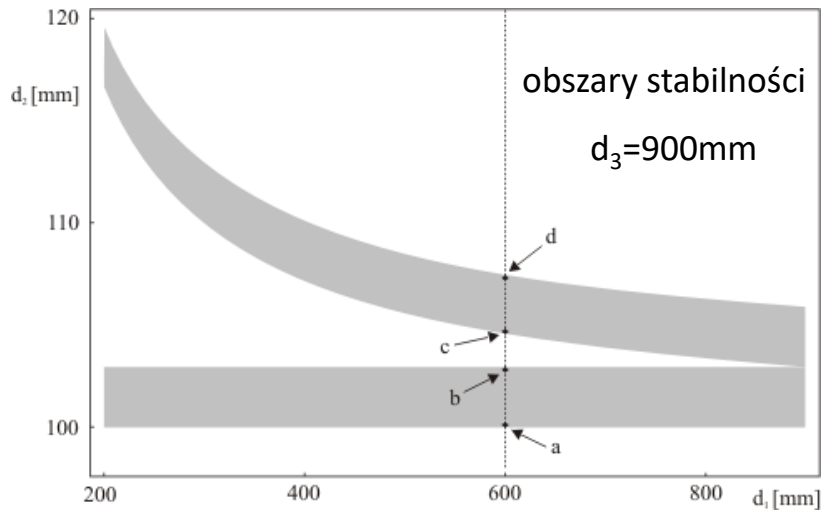
procedura:

- Znajdujemy q na początku komórki elementarnej (r-nie (1))
- Propagujemy q i znajdujemy parametry wiązki w dowolnej płaszczyźnie

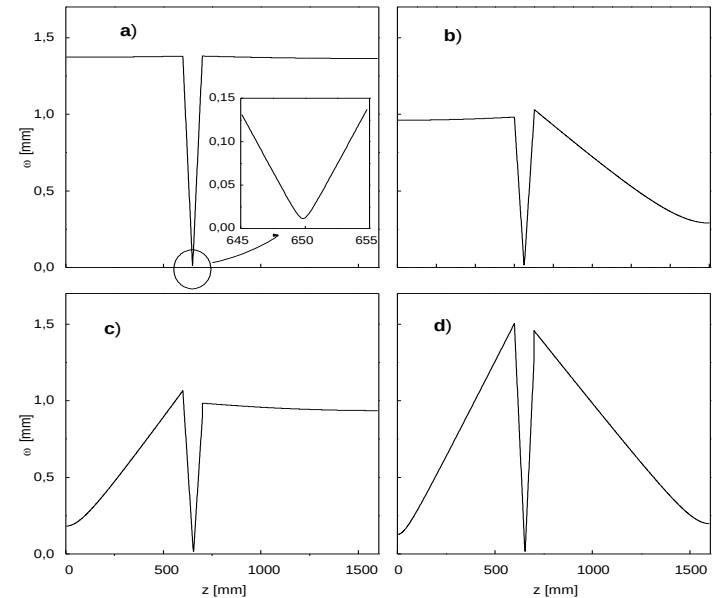
rezonatory optyczne, przykład 2



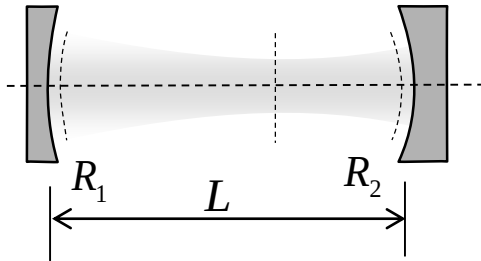
rezonator typu Z



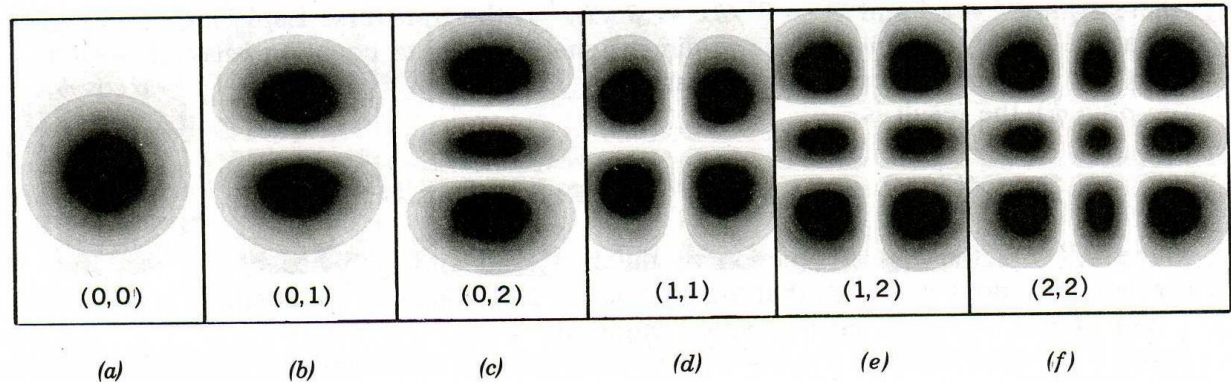
promień wiązki



rezonatory optyczne, 4



mody TEM_{mn} - wiązki Gaussa-Hermita (wykład 14) z frontami falowymi dopasowanymi do luster



$$E(x, y, z) = E_0 H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} e^{i[kz - (1+m+n) \tan^{-1}(z/z_0)]} e^{-i\frac{kR^2}{2R(z)}}$$

różne **mody poprzeczne**