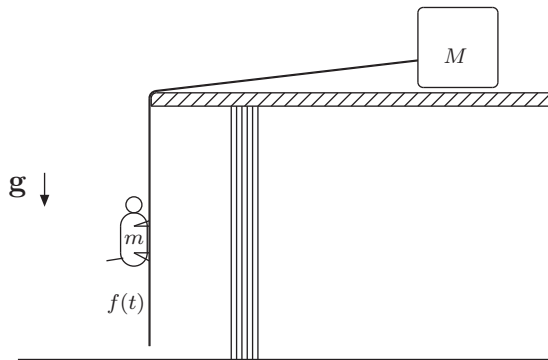


Mechanika Klasyczna 2024/2025

5. seria zadań domowych

Zadanie 1

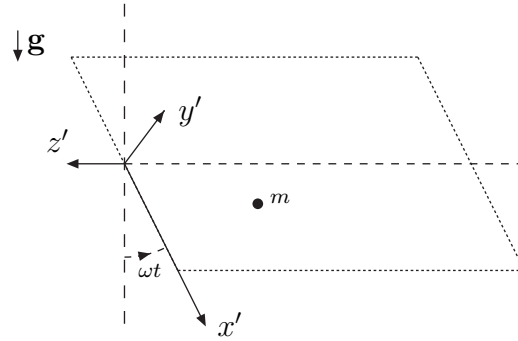
Punktowa masa m porusza się w polu grawitacyjnym $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ pozostając stale na spirali o zadanej parametrycznie wzorami: $x = R \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, $z = a\varphi$. W chwili początkowej masa m znajdowała się w punkcie $x = R$, $y = z = 0$ i miała prędkość v_0 skierowaną (zgodnie z więzami) tak iż zaczyna ona się po spirali wznosić. Znaleźć zależność jej położenia od czasu i wyznaczyć siłę reakcji więzów w zależności od położenia masy m .



Rysunek 1: Małpa wspinająca się po linie.

Zadanie 2

Na stole (oczywiście w ziemskim polu grawitacyjnym $\mathbf{g}$) stoi klocek o masie M , do którego przyczepiona jest lina. Jeden koniec liny zwisa w dół przez krawędź stołu. Po zwisającym kawałku liny wspina się małpa o masie m . Porusza się ona tak, iż jej odległość od ustalonego punktu na linie (np. jej swobodnego końca) jest dana funkcją $f(t)$ (zob. rys. 1). Między klockiem a stołem występuje siła tarcia o współczynnikach μ_{stat} (tarcie statyczne) i μ_{dyn} (tarcie dynamiczne). jaki warunek musi być spełniony, by podczas wspinania się małpy klocek pozostawał w spoczynku? Obliczyć przyspieszenie, z jakim klocek będzie się przybliżać do krawędzi stołu oraz przyspieszenie małpy względem ziemi w sytuacji, gdy znaleziony warunek bezruchu klocka nie jest spełniony.



Rysunek 2: Masa na wirującej płaszczyźnie.

Zadanie 3

Punkt materialny o masie m może się przemieszczać po gładkiej płaszczyźnie, która wiruje w polu grawitacyjnym $\mathbf{g}$ wokół przechodzącej przez nią poziomej (w stosunku do $\mathbf{g}$) osi z prędkością kątową ω (zob. Rysunek 2). Podać równania Lagrange'a pierwszego rodzaju opisujące ruch masy m w układzie współrzędnych związanych z płaszczyzną, rozwiązać je i opisać jakościowo charakter ruchu rozpatrując zarówno przypadek więzów jednostronnych jak i dwustronnych. Znaleźć siłę reakcji i podać przykład warunków początkowych prowadzących (jeśli więzy są jednostronne) do oderwania się masy m od płaszczyzny. Czy możliwy jest ruch masy m w ograniczonym obszarze płaszczyzny?