

Mechanika Klasyczna 2024/2025

Świąteczna seria zadań domowych

Seria nieobowiązkowa ale silnie zalecana, do poświęcenia przed kolokwium poprawkowym i egzaminem.

Zad. 1.

Oba końce cienkiego pręta o masie m i długości $2b$ zostały podwieszone do sufitu przy pomocy dwóch identycznych sprężyn o współczynniku k . Przyjmując, że układ porusza się w jednej płaszczyźnie, znajdź częstości drgań własnych. Jako współrzędne uogólnione wygodnie jest wybrać współrzędne środka masy pręta i kąt, jaki tworzy on z poziomem.

Zad. 2.

Na szerokości geograficznej θ wystrzelono pionowo do góry pocisk z prędkością v_0 . Znaleźć w pierwszym przybliżeniu przesunięcie punktu upadku względem punktu wystrzelenia spowodowane siłą Coriolisa.

Zad. 3.

Masy m_1 i m_2 , połączone sztywnym nieważkim prętem o długości l , poruszają się w płaszczyźnie pionowej po dwóch prostych nachylonych pod kątem α względem przyspieszenia ziemskiego $\bar{g}$. Znaleźć lagranżian układu, całki pierwsze i położenie równowagi. Czy jest to położenie stabilne?

Zad. 4.

Znaleźć relatywistyczny ruch cząstki o ładunku q w stałym jednorodnym polu magnetycznym $\vec{B}$. Zbadać granicę nierelatywistyczną.

Zad. 5.

Znaleźć torzy cząstek w potencjale $V = \beta/r^2$.

Zad. 6.

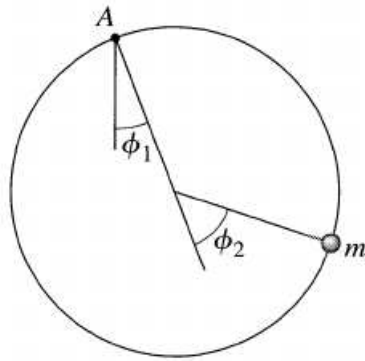
Dla potencjału $V = -V_0 e^{-\lambda^2 r^2}$ znaleźć wartości L , dla których istnieją stabilne orbity kołowe.

Zad. 7.

Dla potencjału $V = \beta r^k$ i danego L znaleźć promień stabilnej orbity kołowej i częstość małych drgań r wokół tej wartości. Obliczyć iloraz tej częstości przez częstość niezaburzonego ruchu kołowego. Dla jakich wartości parametrów ruch oscylacyjny jest orbitą zamkniętą?

Zad. 8.

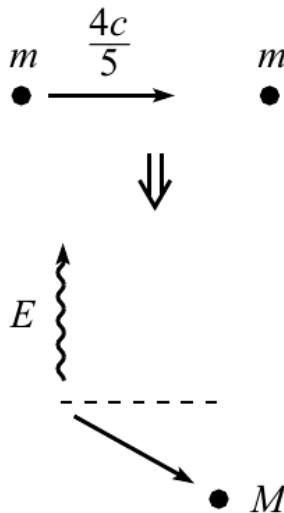
Koralik o masie m może ślizgać się po obręczy o promieniu R i identycznej masie m . Znajdź częstości drgań własnych, jeśli obręcz może obracać się względem punktu zawieszenia A .

**Zad. 9.**

Masa poruszająca się z prędkością $\frac{4}{5}c$ zderza się z drugą masą m w spoczynku. W wyniku zderzenia powstają:

- foton, który porusza się prostopadle do pierwotnego kierunku
- masa M poruszająca się w innym kierunku.

Wyznacz masę M w funkcji E i m . Przy danym m , jaka jest największa wartość E , dla której powyższa sytuacja jest możliwa?



Zad. 10.

Masa m , która początkowo była w spoczynku, przyspiesza pod wpływem stałej siły F . Po bardzo długim czasie prędkość masy zbliży się do prędkości światła, więc zacznie ona (w przybliżeniu) utrzymywać stałą odległość od fotonu, który został wyemitowany z punktu w czasoprzestrzeni, w którym masa rozpoczęła swój ruch. Pokaż, że ten dystans jest równy mc^2/F .

Zad. 11.

Znaleźć położenia równowagi, częstości własne i postać drgań własnych wokół tych położeń dla układu widocznego na rysunku poniżej. Obie sprężynki mają długość spoczynkową l , górna jest przymocowana do lewego czarnego punktu. Obie masy m ślizgają się bez tarcia po prętach zaznaczonych na rysunku, górny pręt jest poziomy, dolny może się wahać w płaszczyźnie rysunku.

