

UKŁADY NIEHOLONOMICZNE

PRZYPOMNIENIE = WIEŻY, R. LA GRANGE' I RODZAJU, (70)

ZAS. D'ALEMBERTA

WIEŻY HOLONOMICZNE

$$g_i(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = 0 \quad i = 1, \dots, p$$

NIEHOLONOMICZNE

$$\sum_{j=1}^N \vec{t}_j^i \cdot \vec{v}_j + t_0^i = 0 \quad i = 1, \dots, p'$$

INNĄ ZAPIS WIEŻÓW NIEHOLONOMICZNYCH

$$\vec{t}_j^i d\vec{r}_j + t_0^i dt = 0 \quad \text{LUB} \quad \sum_{j=1}^{3N} t_j^i dx_j + t_0^i dt = 0$$

KIEDY DA SIĘ SCATKOWAĆ WIEŻY N-H?

$$t_j^i d\vec{r}_j + t_0^i dt = dF^i \quad (?)$$

$$dF^i = \frac{\partial F^i}{\partial \vec{r}_j} d\vec{r}_j + \frac{\partial F^i}{\partial t} dt$$

$$\frac{\partial F^i}{\partial \vec{r}_j \partial \vec{r}_k} = \frac{\partial^2 F^i}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{\partial^2 F^i}{\partial x_k \partial x_j}$$

$$(?) - \text{MOŻLIWE GDI} \quad \bigwedge_{i,j,k} \frac{\partial t_j^i}{\partial x_k} = \frac{\partial t_k^i}{\partial x_j}$$

OGÓLNIK - CZYNNIK SCATKOWAĆ μ

$$\bigwedge_{i,j,k} \frac{\partial (\mu t_j^i)}{\partial x_k} = \frac{\partial (\mu t_k^i)}{\partial x_j}$$

NIE MOŻNA ZNALEŹĆ η - WISZCI NIE PADA, (121)
SIE SCATKOWAĆ

RÓWNANIA LAGR. F. RÓWNOZASADU

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = \vec{F}_i + \sum_{k=1}^p \lambda^{(k)} \nabla_i g^k + \sum_{k=1}^{p'} \lambda'^{(k)} \vec{f}_i^k$$

R.L. I RODZAJU SA, RÓWNOWAŻNE ZASADZIK
D'ALEMBERTA

$$\sum_{j=1}^N (m_j \ddot{\vec{r}}_j - \vec{F}_j) \delta \vec{r}_j = 0$$

Gdzie $\delta \vec{r}_j$ - "PRZESUNIĘCIA ZGODNE Z WISZAMI"

$$\sum_{j=1}^N \nabla_j g^k \delta \vec{r}_j = 0 \quad k=1 \dots p$$

$$\sum_{j=1}^N \vec{f}_j^k \delta \vec{r}_j = 0 \quad k=1 \dots p'$$

WYGODNIEJ PRZEJŚĆ DO "PRZESTRZENI KONFIGURACYJNEJ"

$$(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \rightarrow (x_1, \dots, x_{3N})$$

$$\text{WISZCI } g^{(k)}(x_1, \dots, x_{3N}, t) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{3N} \vec{f}_i^{(k)} dx_i + \vec{f}_0^{(k)} dt = 0$$

R.L.I:

$$m_j \ddot{\vec{x}}_j = \vec{X}_j + \sum_{k=1}^p \lambda^k \frac{\partial g^k}{\partial \vec{x}_j} + \sum_{k=1}^{p'} \lambda'^{(k)} \vec{f}_j^{(k)} \quad j=1 \dots 3N$$

ZASADA D'ALEMBERTA:

$$\sum_{i=1}^{3N} (m_i \ddot{x}_i - X_i) \delta x_i = 0$$

powodło równoważności

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{3N} \frac{\partial y^k}{\partial x_i} \delta x_i = 0 \quad 1 \dots p \\ \sum_{i=1}^{3N} f_i^k \delta x_i = 0 \quad 1 \dots p' \end{array} \right.$$

1) RL $\rightarrow$ D'ALEMBERT

$$\sum_{i=1}^{3N} \left(m_i \ddot{x}_i - X_i - \sum_{k=1}^p \lambda^k \frac{\partial y^k}{\partial x_i} - \sum_{k=1}^{p'} \lambda^{(k)} f_i^{(k)} \right) \delta x_i =$$

$$= 0 = \sum_{i=1}^{3N} (m_i \ddot{x}_i - X_i) \delta x_i$$

2) D'ALEMBERT $\rightarrow$ RL

$$0 = \sum_i (m_i \ddot{x}_i - X_i) \delta x_i = \sum_i \left(m_i \ddot{x}_i - X_i - \sum_{k=1}^p \lambda^k \frac{\partial y^k}{\partial x_i} - \sum_{k=1}^{p'} \lambda^{(k)} f_i^{(k)} \right) \delta x_i$$

$3N - p - p'$ NIEZALĘŻNYCH δx_i dla $i = 1 \dots 3N - p - p'$

WYBIERAMY $p + p'$ $\lambda^{(k)}, \lambda^{(k')}$ - ZEBY SPRAWDZIĆ

OSTATNIE $p + p'$ równań.

POZOSTAŁE δx_i NIEZALĘŻNE $\Rightarrow \delta x_1 = 1, \delta x_2 = \dots \delta x_{3N-p-p'} = 0$

PADNIE q -SZE RL. I.T.D...

JAK NADGRZIC UKŁADY N-H.

RÓŻNE METODY

- QUASI WSPÓŁRZĘDNE

- R. CZAPTYGINA (TYLKO PRAWNE KLASY UKŁADÓW)

- R. ~~KAMMÄRMÄNNER~~ APPELLA

TRUDNE!

QUASI-WSPÓŁRZĘDNE

$$dS_i = \sum_{j=1}^f \beta_{ij} (q_j - q_i) dq_j \quad i = 1 \dots f$$

dS_i MOGA, NIE BYĆ RÓŻNICZKAMI SUPRENTY,

BOŻE

$$\frac{\partial \beta_{ij}}{\partial q_k} \neq \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial q_j}$$

ALBO NAWET NIE MIEĆ CZYNNIKA CAŁKUJĄCEGO

- WARUNEK

$$\sum_i \beta_{ij} \left(\frac{\partial \beta_{ik}}{\partial q_l} - \frac{\partial \beta_{il}}{\partial q_k} \right) + \beta_{ik} \left(\frac{\partial \beta_{il}}{\partial q_j} - \frac{\partial \beta_{ij}}{\partial q_l} \right) + \beta_{il} \left(\frac{\partial \beta_{ij}}{\partial q_k} - \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial q_i} \right) = 0$$

q_i - OPISUJĄ, UKŁAD MECHANICZNY JEDNOZNACZNIE

S_i - NIE $\rightarrow$ TRANSF. TOŻSAMOŚCIOWA, ZAMKNIĘTA

PĘTLA W Q_i MOŻE NIE BYĆ ZAMKNIĘTA W S_i

ALE RUCH W S_i DĄŻY DO RUCHU W Q_i PRZECZ

ROZWIĄZANIE $dt S_i = \epsilon p_{ij} dq_j$

PRZYKŁAD

$$d\alpha_1 = \sin\theta \sin\varphi d\varphi + \cos\varphi d\theta$$

$$d\alpha_2 = \sin\theta \cos\varphi d\varphi - \sin\varphi d\theta$$

$$d\alpha_3 = d\varphi + \cos\theta d\varphi$$

θ, φ, φ - kąty EULERA, $d\alpha_i$ - QUASI WSPÓŁRZĘDNE

WEZIMY $dq_i = \sum_{j=1}^f d_{ij} dt \xi_j$

$$d_{ij} p_{jk} = \delta_{ik}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial S_i} = \frac{\partial q_i}{\partial \xi_j} = d_{ij} \quad \quad \quad \frac{\partial \varphi(q_1, \dots, q_n)}{\partial S_j} = \frac{\partial \varphi}{\partial q_k} d_{kj}$$

WPROWADZENIE W SP. VOGELIUMONOME

$q_1, \dots, q_r$ SP. ENIMAD, WIFLY HOLONOMICZNE

$$x_i = x_i(q_1, \dots, q_r, t)$$

$$g^{(k)}(x_1(q_i, t), \dots, x_n(q_1, \dots, q_r, t)) \equiv 0 \left[\frac{\partial g^{(k)}}{\partial q_i} = 0 \text{ itp.} \right]$$

WIFLY NIEHOLONOMICZNE PRZYJMUJĄ POSTACI

$$\sum_{i=1}^r \varphi_i^k(q_i, t) dq_i + q_0^k dt = 0 \quad k=1, \dots, p'$$

ZDEFINIOWAMY SIŁY VOGELIUMONAD,

$$Q_j = \sum_{i=1}^r x_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j}$$

2. LAGRANGE'A

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial E_k}{\partial q_r} = Q_r + \sum_{k=1}^{p'} \lambda^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial q_r}$$

SILY POTENCJALNE

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} = \sum_{k=1}^{p'} \lambda^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial q_r} \quad \left[Q_r = - \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{d}{dt} \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_r} \right]$$

ZASADA D'ALEMBERTA

$$\sum_{r=1}^r \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial E_k}{\partial q_r} - Q_r \right] \delta q_r = 0$$
$$\text{DLA } \sum_{r=1}^r \frac{\partial \varphi^k}{\partial q_r} \delta q_r = 0$$

ZASADA D'ALEMBERTA C. D. ($q \rightarrow \zeta$)

(126)

$$\sum_{r,s} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} - Q_i \right) \mathcal{L}_{rs} \delta \zeta_s = 0$$

$\delta \zeta_s$ NIEZALEŻNE, ~~STAD~~ (BEZ WIFIZÓW NH) $\Rightarrow$

$$\sum_{r=1}^{\psi} \mathcal{L}_{rs} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} - Q_i \right) = 0$$

$E_k^* \rightarrow E_k$ w którym $\dot{q}_i$ zostaje zastąpione

przez $\dot{\zeta}_i$ + TROCHĘ ALGEBRY DĄDE

$$\sum_{r=1}^{\psi} \mathcal{L}_{rs} \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_s} + \sum_{i,j,k,r} \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_k} \frac{\partial \beta_{i,r}}{\partial \dot{q}_k} \mathcal{L}_{rs} \mathcal{L}_{kj} \dot{\zeta}_j$$

$$\sum_{r=1}^{\psi} \mathcal{L}_{rs} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\zeta}_s} = \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_s} + \sum_{i,j,k,r} \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_k} \frac{\partial \beta_{i,r}}{\partial \dot{q}_k} \mathcal{L}_{ks} \mathcal{L}_{rj} \dot{\zeta}_j$$

STAD R. RUCHU:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_s} - \frac{\partial E_k^*}{\partial \zeta_s} + \sum_{i,j} \gamma_{sij} \frac{\partial E_k^*}{\partial \dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_j = \mathcal{Q}_s$$

$$\mathcal{Q}_s = \sum_{k=1}^{\psi} \mathcal{L}_{ks} Q_k$$

$$\gamma_{sij} = \sum_{k,l} \mathcal{L}_{ks} \mathcal{L}_{lj} \left(\frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} \right)$$

$$\gamma_{sij} = \sum_{k,l} \mathcal{L}_{ks} \mathcal{L}_{lj} \left(\frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} \right) = - \sum_{k,l} \mathcal{L}_{ks} \mathcal{L}_{lj} \left(\frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \beta_{il}}{\partial \dot{q}_k} \right) = -\gamma_{sij}$$

WIEZYT CAŁKOWALNE $\rightarrow \gamma_{s_{ij}} = 0!$

(187)

POKŁADAMY WIEZYT NH $\left(\begin{smallmatrix} \text{NADPROŚCIK} \\ \text{KATASTATYCZNE} \end{smallmatrix} \right)$

$$\varphi_0^{(i)} + \sum_{j=1}^t \varphi_j^{(i)} q_j = 0 \quad i = 1, \dots, p'$$

WYBIERAMY s_i ZGODNIE Z WIEZAMI (OSTATNIE)

$$ds_i = \sum_{j=1}^t \varphi_j^{(i-t+p)} dq_j \quad i = t - p' + 1, \dots, t$$

WARIACJA KOŃCOWYCH p' ds_i ZNIKA - W ZASADZIE

D'ALEMBERTA SUMA URZYWA SIĘ NA $t' = t - p$

POSTAWIEMY t' RÓWNAŃ RUCHU GDZIE $s_i, \dot{s}_i \in [1, t']$, $k, l \in [1, \dots, t]$ ORAZ p' RÓWNAŃ

NA WIEZYT NH ORAZ $t - p'$ RÓWNAŃ NA

POZOSTAŁE s_i - ŁĄCZNIE $t + t'$ RÓWNAŃ

NA $q_1, \dots, q_t$ I $s_1, \dots, s_{t-p'} = s_1, \dots, s_{t'}$

"SIĘTY" NH

$$R_s = \sum_{i,j} \gamma_{s_{ij}} \frac{\delta E_{ic}}{\delta s_i} \dot{s}_j$$

SIĘTY NH NIE WYKONUJĄ PRACY:

~~$$\sum_s R_s \dot{s}_s = \sum_s R_s \dot{s}_s$$~~

$$R_s \dot{s}_s = \sum_{i,j,s} \gamma_{s_{ij}} \frac{\delta E_{ic}}{\delta s_i} \dot{s}_j \dot{s}_s = 0$$

(ANTYSYMETRIA $\gamma_{s_{ij}}$)

CAŁKA ENERGII

727A

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} - \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \tilde{z}_s} + \sum_{i,j} \gamma_{sij} \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_i} \dot{\tilde{z}}_j = X_s$$

$s = 1, \dots, 4$

MNOŻYMY PRZEZ $\dot{\tilde{z}}_s$, DODAJEMY I SUMUJEMY

$$\sum_{s,j} \gamma_{sij} \dot{\tilde{z}}_s \dot{\tilde{z}}_j = 0$$

$$\dot{\tilde{z}}_s \frac{d}{dt} \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} - \dot{\tilde{z}}_s \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \tilde{z}_s} = X_s \dot{\tilde{z}}_s$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\dot{\tilde{z}}_s \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} \right) - \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \tilde{z}_s} \dot{\tilde{z}}_s - \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} \ddot{\tilde{z}}_s$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\dot{\tilde{z}}_s \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} \right) - \left(\frac{d E_{lc}^*}{dt} - \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial t} \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left[\dot{\tilde{z}}_s \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} - E_{lc}^* \right] + \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial t} = X_s \dot{\tilde{z}}_s$$

E_{lc}^* NIE ZALEŻY JAKNIE OD CZASU $\Rightarrow \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial t} = 0$

SILY POTENCJALNE $\Rightarrow X_s \dot{\tilde{z}}_s = - \frac{dV}{dt}$

WTEHY $\dot{\tilde{z}}_s \frac{\partial E_{lc}^*}{\partial \dot{\tilde{z}}_s} - E_{lc}^* + V = \text{CONST}$

INNE CAŁKI CYKLICZNE — TYLKO DLA SZCZEGÓLNYCH
POSTACI WIRZÓW, NA OGÓT NIE ISTNIEJĄ

$$\sum_{i=1}^{3N} (m_i \ddot{x}_i - F_i) \delta x_i = 0$$

WPROWADZMY $d\xi_i$ WG. WZORU

$$dx_i = \sum_{s=1}^{t'} d_{is} d\xi_s + \beta_i dt \quad (i=1, \dots, 3N)$$

WÓWCZAS

$$\delta x_i = \sum_{s=1}^{t'} d_{is} \delta \xi_s$$

CZYLI $\sum_{s=1}^{t'} \left[\sum_{i=1}^{3N} (m_i \ddot{x}_i - F_i) d_{is} \right] \delta \xi_s = 0$

ALC $\ddot{x}_i = \sum_{s=1}^{t'} (d_{is} \ddot{\xi}_s + \dot{d}_{is} \dot{\xi}_s) + \dot{\beta}_i$, STAD

$$\frac{\partial \ddot{x}_i}{\partial \ddot{\xi}_s} = d_{is} \quad (i=1, \dots, 3N, s=1, \dots, t')$$

WYBIERAMY $d\xi_i$ T.ŻEBY SPEŁNIAŁY WIELZY H I WNI-
-WTERY $\delta \xi_i$ NIEZALĘŻNE. PODOBNIĘ JAK POPRZEDNIO

OSTANIEMI

$$\sum_{i=1}^{3N} m_i \ddot{x}_i d_{is} = \sum m_i \ddot{x}_i \frac{\partial \ddot{x}_i}{\partial \ddot{\xi}_s} = \chi_s \left(\begin{array}{l} \text{SIĘĆ} \\ \text{WYRAŻONE} \\ \text{W } \xi_i \end{array} \right)$$

FUNKCJA PRZYSPIESZENIA

729

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3N} m_i \dot{\vec{x}}_i^2 \rightarrow \text{PRZECHODZIĆ DO } \{s\}$$

RÓWNIANIA APPELLA:

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{s}_s} = X_s \quad s = 1, \dots, f'$$

ZAMIAST E_{kin} MAMY FUNKCJĘ PRZYSR. $\rightarrow$ DEFINIOWAĆ

UKŁAD (MOŻE BYĆ $E_1 = E_2$ i $s_1 \neq s_2$!)

PEWNE WŁASNOŚCI:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i^{sr. masy} + \vec{R}$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i^2 = \frac{1}{2} M \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i \dot{\vec{r}}_i^{(sr)}^2$$

BATEA = V INERCJALNY, V' ZW. ZE ŚRODKIEM MASY

$$S = \frac{1}{2} \int g(r) \dot{\vec{r}}^2 d^3r = \dots =$$

$$= \frac{1}{2} [\vec{\gamma} I \vec{\gamma} + (\vec{\gamma}_x \vec{\omega}) I \vec{\omega} + \vec{\omega} J (\vec{\gamma}_x \vec{\omega}) + \vec{\omega}^2 (\vec{\omega} I \vec{\omega})]$$

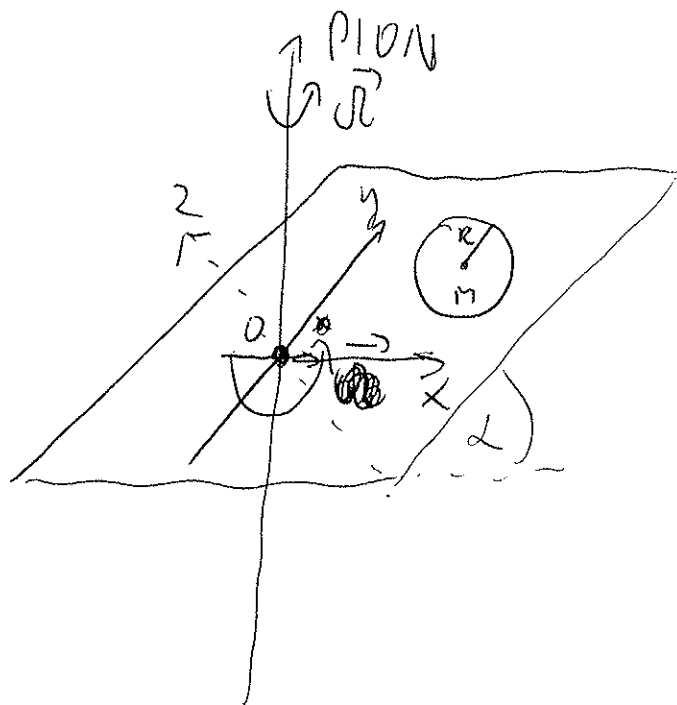
$$= \frac{1}{2} [I_{x'} \gamma_{x'}^2 + I_{y'} \gamma_{y'}^2 + I_{z'} \gamma_{z'}^2 + (I_{z'} - I_{y'}) \gamma_{x'} \omega_y \omega_{z'} + \text{CYKLIKZMIE} \\ + \omega^2 (I_{x'} \omega_{x'}^2 + \dots + I_{z'} \omega_{z'}^2)]$$

5 dla bryły zmienna wyraży $\sim \omega^4$, ALK
 JEŻELI W EŻNIEMI $\dot{f}_i = \omega_i$, TO WYPADAJĄ
 ONE Z R. APPELLA.

130

PRZYKŁAD

KULA NA OBRACAJĄCEJ SIĘ PŁASZCZYZNIE



WSPÓŁRZĘDNE $\rightarrow$ ŚR. MASY x, y, z , PRĘDKOŚCI KĄTOWE

$\omega \rightarrow \omega_x, \omega_y, \omega_z$.

WIFIZY $z = R$

BRĄK POŚLIZGU:

- PRĘDKOŚĆ PUNKTU STYCZNOŚCI NA KULI: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$

$\vec{R} = (0, 0, R)$

NA PŁASZCZYZNIE $\vec{\omega} \times \vec{r}_1$,

GDLIE $\vec{r}_1 = (x, y, 0)$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} = \dot{\vec{L}} \times \vec{r}_1}$$

131

$$\dot{x} = \omega_y R - y \dot{\alpha}_2 = \dot{\xi}_1 R - y \dot{\alpha}_2$$

$$\dot{y} = -\omega_x R + x \dot{\alpha}_2 = -\dot{\xi}_2 R + x \dot{\alpha}_2$$

INTEGRUJEMY

$$\int dx = R d\xi_2 - y d\alpha_2$$

$$\int dy = -R d\xi_1 + x d\alpha_2$$

$$\text{CZLI} \quad \delta x = R \delta \xi_2, \quad \delta y = -R \delta \xi_1$$

FUNKCJA PRZYSPIESZEN $F_{x1} = F_{y1} = F_{z1} = I$, POMIJAMY $\sim \omega^4$

$$S = \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I (\dot{\omega}_x^2 + \dot{\omega}_y^2 + \dot{\omega}_z^2)$$

$$= \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R^2} (\dot{x} + \dot{y} d\alpha_2)^2 + \frac{1}{R^2} (\dot{y} - d\alpha_2 \dot{x})^2 + \dot{\xi}_3^2 \right]$$

SKŁADOWE SIŁY $\vec{F} = (F_x, F_y, 0)$

$$\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$$

$$\text{PRACA } \delta W = F_x \delta x + F_y \delta y + D_x \delta \xi_1 + D_y \delta \xi_2 + D_z \delta \xi_3$$

$$= \left(F_x + \frac{D_y}{R} \right) \delta x + \left(F_y - \frac{D_x}{R} \right) \delta y + D_z \delta \xi_3$$

$$\text{STAB} \quad X_x = F_x + \frac{D_y}{R}$$

$$X_{\xi_3} = D_z$$

$$X_y = F_y - \frac{D_x}{R}$$

V NAS $\vec{D}=0$

$d_2 = d \cos 2$

132

$F_x = 0$

$F_y = Mg \sin 2$

ЦІЛИ, R. APPELLO:

$$M\ddot{x} + \frac{I}{R^2}(\ddot{x} + \ddot{y} d_2) = 0$$

$$M\ddot{y} + \frac{I}{R^2}(\ddot{y} - \ddot{x} d_2) = Mg \sin 2$$

$$\ddot{\xi}_3 = 0$$

СТА, D $\omega_2 = \omega_{20} = \text{CONST} = \dot{\xi}_3$

WPROWADZAMY $A = \frac{I d_2 \cos 2}{I + MR^2}$

$$B = \frac{Mg R^2 \sin 2}{I + MR^2}$$

$$\eta = x + iy$$

WTEDT $\ddot{\eta} + iA\dot{\eta} = iB$

$$\eta = \left(\frac{i}{A} \dot{\eta}_0 - \frac{B}{A^2} \right) (e^{-iAt} - 1) - \frac{iBt}{A} + \eta_0$$

ЗЕБЕЛИ $y_0 = 0$ $\dot{y}_0 = v_0$, $x_0 = 0$ TO

$$x = x_0 - \frac{1}{A} \left(v_0 + \frac{B}{A} \right) (\cos At - 1)$$

$$y = \frac{1}{A} \left(v_0 + \frac{B}{A} \right) (\sin At - At) + v_0 t$$

VOGOLNIONA
CYKLOIDA,
ZWYKLA DLA $v_0 = 0$