Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki

Rozpad neutralnych mezonów B na naładowane leptony w minimalnym modelu supersymetrycznym

Praca magisterska wykonana w Zakładzie Teorii Cząstek i Oddziaływań Elementarnych
pod kierunkiem
dr hab. Piotra Chankowskiego

Warszawa 2000

Dziękuję mojemu Promotorowi,
Dr hab. P. Chankowskiemu
za liczne cenne uwagi, wskazówki
i pomoc okazaną w trakcie pisania tej pracy

Spis treści

1 Wstęp **1**

2 Teoria... **5**
2.1 Pola ... 5
2.2 Prądy ... 8
2.3 Dodatkowe... 10
2.4 Lagranżjany... 12

3 Rozpad $B^0 \to \bar{l}l$ ... **15**
3.1 Ogólne... 15
3.2 Współczynniki Wilsona 17
3.3 Szerokość $B^0 \to \bar{l}l$ ... 21
3.4 Poprawki QCD 24

4 MSSM **27**
4.1 Supersymetria... 27
4.2 Ogólna struktura MSSM 29
4.3 Sektor Higgsa 30
4.4 Sektor skwarków 31
4.5 Sektor chargin... 32
4.6 Źródła... 33

5 Wkład... **37**
5.1 Obliczenie... 37
5.2 Wyniki... 42

6 Wkład ... **45**
6.1 Wkłady... 45
6.2 Analiza wkładów chargin do wymiany skalara w kanale s 50

7 Wpływ... **59**
7.1 Metoda... 59
7.2 Mały $\tan\beta$ 60
7.3 Duży $\tan\beta$ 62

8 Podsumowanie **69**

A Całki **71**

B Ogólne wzory na wkłady do formfaktorów w MSSM **73**
B.1 sektor Higgsa 73
B.2 Diagramy pudełkowe w sektorze supersymetrycznym 73
B.3 sektor supersymetryczny - diagramy wierzchołkowe z wymianą Z^0 w kanale s 75
B.4 Diagramy wierzchołkowe z wymianą H_0^{k+2} (pseudoskalara) w kanale s 77
B.5 Diagramy wierzchołkowe z wymianą H_0^k (skalara) w kanale s 78
B.6 Sprzężenia w wierzchołkach z cząstkami supersymetrycznymi w notacji [44] 79

Rozdział 1

Wstęp

Od 30 lat trwa intensywny rozwój fizyki cząstek elementarnych. Dotyczy to zarówno teorii jak i badań doświadczalnych. Eksperymentalne potwierdzenie istnienia i zbadanie własności wprowadzonych teoretycznie (przy analizie słabych rozpadów) masywnych naładowanych i neutralnych bozonów wektorowych, potwierdzenie istnienia kwarków (dzięki badaniu głęboko nieelastycznego rozpraszania leptonów na nukleonach, pomiarowi $\frac{\sigma(e^+e^-\to hadrony)}{\sigma(e^+e^-\to\mu^+\mu^-)}$ i innym eksperymentom), odkrycie trzeciej generacji leptonów i kwarków oraz inne eksperymenty doprowadziły do stworzenia i ugruntowania się spójnej teorii opisującej trzy, spośród czterech występujących w przyrodzie, oddziaływania fundamentalne: elektromagnetyczne, słabe i silne. Dwa pierwsze z wymienionych typów oddziaływań zostały przez tę teorię zunifikowane. Teoria ta, zwana Teorią Standardową, opisuje więc oddziaływania elektrosłabe i silne. Opis ten pozostaje w doskonałej zgodności z wynikami doświadczalnymi. Np. wyniki eksperymentu w akceleratorze LEP testujące precyzyjnie część teorii opisującą oddziaływania elektrosłabe, zgadzają się z dokładnością do 1 promila z przewidywaniami teoretycznymi [1]. Opis oddziaływań silnych nie jest tak precyzyjny: wyniki eksperymentów potwierdzają przewidywania QCD z dokładnością kilku procent, czasem QCD dostarcza opisu, który pozwala dane zjawiska zrozumieć jedynie jakościowo. Nie ma jednak wątpliwości, że QCD jest właściwą teorią oddziaływań silnych.

Istotną rolę w formowaniu się współczesnej teorii cząstek odegrała analiza słabych rozpadów hadronów i leptonów. Punktem wyjścia była stara teoria Fermiego wyprowadzona w oparciu o przesłanki fenomenologiczne. Opisywała ona rozpad β przy pomocy lagranżjanu złożonego z iloczynu dwóch naładowanych prądów słabych wprowadzonych przez analogię z prądem elektromagnetycznym w elektrodynamice. Prąd słaby składał się z sumy prądów: leptonowego i hadronowego (utożsamianego obecnie z kwarkowym). W oparciu o doświadczenie naładowanym prądom słabym przypisano strukturę lorentzowską $V - A$ (wektor - wektor aksjalny). Oddziaływanie prądów słabych o takiej strukturze prowadzi do niezachowania parzystości (przewidzianego teoretycznie przez C.N. Yanga i T.D. Lee i odkrytego doświadczalnie przez C.S. Wu w 1957r.). Teoria ta miała jednak dwie poważne wady: łamała unitarność przy opisie procesów zachodzących przy energiach rzędu 300 GeV i nie była renormalizowalna.

Próby poprawienia tej sytuacji doprowadziły do opisu oddziaływań przez teorię z cechowaniem. Ponieważ z obserwacji wynikało, że oddziaływania słabe są bardzo krótkozasięgowe (początkowo traktowano je jako punktowe), zapostulowano, że są one przenoszone przez masywne bozony wektorowe występujące w dwóch stanach ładunkowych. (Posłużono się analogią z istniejącą już i doskonale funkcjonującą teorią - elektrodynamiką kwantową, w której oddziaływania o nieskończonym zasięgu przenoszone są przez bezmasowy foton). Teorie z masywnymi bozonami wektorowymi nie są jednak renormalizowalne, gdyż wprowadzenie wyrazów masowych dla bozonów cechowania niszczy symetrię cechowania, konieczną dla renormalizowalności teorii. Rozwiązaniem tego problemu okazało się wykorzystanie spontanicznego złamania symetrii cechowania i mechanizmu Higgsa. W końcu lat 60 powstały dwie takie teorie: model Weinberga-Salama [2] wymagający wprowadzenia wówczas jeszcze nie obserwowanych prądów słabych oraz model Georgiego-Glashowa [3] oparty jedynie na prądach naładowanych, ale wymagający wprowadzenia 'ciężkiego leptonu'. Doświadczalne odkrycie prądów neutralnych zadecydowało o sukcesie modelu Weinberga-Salama zwanego też dziś Modelem Standardowym. W tej 'minimalnej' wersji Teorii Standardowej symetria cechowania jest łamana przez

wprowadzenie jednego dubletu zespolonych pól skalarnych. Neutralna składowa tego pola uzyskuje niezerową próżniową wartość oczekiwaną i sprzęgając się z polami materii i cechowania nadaje im masy. Pola fermionów uzyskują masę przy pomocy tego samego mechanizmu. Ponieważ jest to teoria renormalizowalna (jak wykazali t'Hooft i Veltmann [4]), można więc w tej teorii obliczać poprawki kwantowe. Poprawki jednopętlowe i dominujące wkłady dwupętlowe są testowane m.in. przez wspomniane wyżej eksperymenty polegające na dokładnych pomiarach własności bozonu Z^0.

Wyniki pomiarów wykonanych przy użyciu akceleratora LEP w CERNie doskonale zgadzają się z przewidywaniami Modelu Standardowego [1]. Jest to potwierdzeniem idei, że symetria cechowania jest spontanicznie złamana. Nie ma jednak jak dotąd eksperymentalnego sprawdzenia samego mechanizmu łamania tej symetrii, gdyż nie zaobserwowano cząstki Higgsa przewidzianej przez minimalną wersję Teorii Standardowej - Model Standardowy. Oznacza to, że masa tej cząstki jest większa niż $\sim$ 107 GeV[5] lub, że mamy do czynienia z innym mechanizmem łamania symetrii. Mechanizm Higgsa powodujący spontaniczne naruszenie symetrii cechowania w Modelu Standardowym pozwala otrzymać masy pól zgodne z doświadczeniem i zapewnia renormalizowalność teorii. Prowadzi jednak do pewnych istotnych komplikacji [7]. Jedną z takich trudności jest problem hierarchii dokładniej opisany w podrozdziale 4.1: wprowadzenie cząstki skalarnej do spektrum cząstek Modelu Standardowego stawia pod znakiem zapytania stabilność skali elektrosłabej ze względu na poprawki kwantowe. Poprawki pętlowe do masy bozonu Higgsa prowadzą bowiem do wyrażeń kwadratowo rozbieżnych, proporcjonalnych do kwadratu skali obcięcia $\Lambda \sim 10^{16}$ GeV lub $\sim M_{Plancka}$. Oznacza to, że naturalną wartością masy Higgsa jest Λ. Sama masa Higgsa jest wprawdzie wolnym parametrem teorii, ale to nie oznacza, że może ona być dowolnie duża. Jedną z fundamentalnych własności Modelu Standardowego jest jego unitarność - co jest równoważne temu, że amplitudy procesów rozłożone na fale cząstkowe muszą być małe (nie mogą być większe od 1). Wkład od wymiany cząstki Higgsa pojawi się np. w amplitudzie rozpraszania spolaryzowanych masywnych bozonów $W\pm$. Rozkładając tę amplitudę na fale parcjalne i żądając, aby współczynniki w tym rozkładzie nie były większe od jedynki [8] dostajemy górne ograniczenie na masę cząstki Higgsa - nie może być ona większa niż 1 TeV. W przeciwnym razie stosowanie rachunku zaburzeń nie będzie miało sensu.[1] Rozwiązaniem problemu ogromnych poprawek do masy bozonu Higgsa byłoby ich kasowanie się zapewnione w jakiś sposób przez strukturę teorii. Model Standardowy nie ma jednak wbudowanego żadnego mechanizmu kontroli tych rozbieżności.

Oprócz problemów pojawiających się w związku z wprowadzeniem pola Higgsa, w Modelu Standardowym istnieje jeszcze szereg innych niewyjaśnionych kwestii teoretycznych. Nie wiadomo na przykład, dlaczego fermiony występują w trzech generacjach, nie ma wytłumaczenia wartości ich mas. Pozostaje też problem źródeł procesów zachodzących z udziałem prądów neutralnych zmieniających zapach omówionych dokładniej w rozdziale 2.

Idealna zgodność przewidywań Modelu Standardowego z doświadczeniem dla skali energii do 100 GeV i niemożność rozwiązania przez tę teorię pewnych istotnych kwestii teoretycznych sugeruje, że Model Standardowy nie jest teorią ostateczną. Jest on raczej teorią efektywną, będącą niskoenergetycznym przybliżeniem jakiejś teorii fundamentalnej i w tym niskoenergetycznym zakresie poprawnie opisująca zachodzące zjawiska. Rozważane są więc modele wykraczające poza Teorię Standardową, wymagające wprowadzenia nowych idei teoretycznych. Niektóre z nowych teorii opisują zjawiska zachodzące przy niskich (w porównaniu ze skalą Plancka) energiach. Teorie te to: supersymetria, technikolor czy teorie, w których pole Higgsa jest stanem związanym pary kwarku top i jego antykwarku. Motywacją do rozważania teorii dotyczących tego zakresu skal energii jest fakt, że rozwiązują one problem hierarchii. Ponieważ skala energii, przy której te teorie powinny zastąpić Model Standardowy jest dość bliska samej skali elektrosłabej, tj. $\sim$ 100 GeV, powinna istnieć możliwość ich eksperymentalnej weryfikacji. Obecnie w zasadzie jedyną niesprzeczną z danymi doświadczalnymi teorią będącą rozszerzeniem Modelu Standardowego i rozwiązującą niektóre z jego problemów, jest supersymetria. Supersymetria ponadto stwarza pomost między niskoenergetycznym opisem, jakiego dostarcza Teoria Standardowa, a bardziej zaawansowanymi teoriami jak teorie wielkiej unifikacji [12], supergrawitacja [13] czy teorie strun. Przykładem może być tu znaczenie supersymetrii dla modeli wielkiej unifikacji: wprowadzenie

[1] Silniejsze górne ograniczenie na masę bozonu Higgsa otrzymuje się żądając aby samooddziaływanie pól Higgsa było perturbacyjne ($\lambda/4\pi < 1$) do pewnej skali Λ [9]. Dla $\Lambda \sim 10^{16}$ GeV otrzymuje się ograniczenie ~ 186 GeV

supersymetrii powoduje, że trzy stałe sprzężenia związane z grupą cechowania $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ przy pewnej bardzo dużej skali energetycznej osiągają prawie tę samą wartość [14].

Supersymetryczne rozszerzenie Teorii Standardowej opisane bliżej w rozdziale 4 polega na wprowadzeniu nowych cząstek (tzw. partnerów supersymetrycznych) w ten sposób, że wszystkim cząstkom z Teorii Standardowej odpowiadają cząstki o tych samych liczbach kwantowych względem grupy cechowania i tych samych masach (ścisła supersymetria), ale różniące się spinem o $\frac{1}{2}$ [16],[17]. Każdemu fermionowi Diraca odpowiadają dwa pola skalarne (sfermiony), wszystkim bozonom cechowania odpowiadają fermiony Majorany (gaugina), skalarom Higgsa również odpowiadają fermiony (higgsina). Wprowadzenie sektora supersymetrycznego rozwiązuje problem hierarchii w ten sposób, że rozbieżne poprawki do masy skalara pochodzące od fermionów ulegają skasowaniu w wyniku dodania poprawek pochodzących od sfermionów. Ponieważ nie obserwuje się cząstek skalarnych o masach rzędu mas fermionów występujących w Teorii Standardowej, oznacza to, że cząstki z sektora supersymetrycznego mają masy większe niż fermiony najprawdopodobnie w wyniku tzw. miękkiego łamania supersymetrii [18]. Takie łamanie, (które powinno znaleźć swe uzasadnienie w teoriach bardziej fundamentalnych takich jak supergrawitacja czy teoria strun) pozwala uniknąć kłopotów związanych z pojawieniem się w przypadku spontanicznego łamania globalnej supersymetrii nieobserwowanego doświadczalnie bezmasowego fermionu (tzw. goldstina) i jednocześnie nie psuje kasowania się rozbieżnych kwadratowo poprawek do mas skalarów.

Formułowanie nowych teorii dotyczących niskich (w porównaniu ze skalą Plancka) energii stanowi wyzwanie do szukania ich eksperymentalnych konsekwencji. Wskazówką w tych poszukiwaniach może być badanie procesów zachodzących w Modelu Standardowym jedynie przez poprawki kwantowe, gdyż tego typu procesy są bardziej wrażliwe na efekty spoza Modelu Standardowego. Przykładami takich procesów są procesy zachodzące z udziałem tzw. prądów neutralnych zmieniających zapach (ang. FCNC) takie jak rzadkie rozpady hadronów lub mieszanie neutralnych mezonów K^0 i B^0. Wiele z nich zostało już przeanalizowanych teoretycznie w Modelu Standardowym. Ponieważ jednak są to procesy, które nie zachodzą na poziomie drzewowym, amplitudy niektórych z nich przewidywane przez Model Standardowy są tak małe, że nie mogłyby być zaobserwowane w obecnych eksperymentach. Interesujące jest więc zbadanie przewidywań rozszerzeń Modelu Standardowego dla tych procesów i przeanalizowanie ich właśnie w kontekście nowych teorii. Nowe cząstki przewidywane przez te teorie mogą być źródłem znacznego wzmocnienia różnych przekrojów czynnych i szerokości rozpadów, zwłaszcza, gdy chodzi o rzadkie procesy. Jednym z takich rzadkich procesów potencjalnie czułych na 'nową fizykę' jest rozpad neutralnego mezonu B_s^0 lub B_d^0 na parę: lepton - antylepton. Przewidywany przez Model Standardowy stosunek rozgałęzienia (branching ratio) dla rozpadu $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ jest rzędu 10^{-9}, co jest poza zasięgiem obecnych możliwości eksperymentalnych. Można jednak oczekiwać, że uwzględnienie efektów spoza Modelu Standardowego - w szczególności supersymetrii - wprowadzić może znaczne poprawki do tych wielkości i spowodować, że znajdą się one w zasięgu możliwości eksperymentalnych.[2] Proces ten oraz $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$ będą obecnie intensywnie badany eksperymentalnie. Źródłem danych dla $B_{s,d}^0 \to \bar{\mu}\mu$ będą tzw. fabryki B^0: detektory BaBar (SLAC), BELLE (KEK), CLEO (Cornell), HERA-B (DESY) zbierają już pierwsze dane, wkrótce dołączą do nich detektory w Fermilabie. Dokładne sprawdzenie, jak duże może być to wzmocnienie jest bardzo istotne, gdyż proces $B_{s,d}^0 \to \bar{\mu}\mu$ będzie mierzony również w następnej generacji eksperymentów hadronowych w LHC [6].

Celem pracy było zatem obliczenie szerokości rozpadu $B_{s,d}^0 \to \bar{l}l$ w Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym (MSSM) i zbadanie, jak dalece cząstki supersymetryczne oraz inna postać sektora Higgsa w porównaniu z Modelem Standardowym wpływają na przewidywany dla tego rozpadu stosunek rozgałęzienia (branching ratio). W szczególności przeanalizowany został model z dużym stosunkiem średnich próżniowych dwu dubletów Higgsa obecnych w supersymetrycznym rozszerzeniu Modelu Standardowego (oznaczanym przez $\tan\beta$), aby dokładnie zbadać sugestię wysuniętą na podstawie przybliżonego rachunku w pracy [22], że dla dużego $\tan\beta$ może następować silne wzmocnienie amplitudy tego roazpadu. Analiza przeprowadzona w niniejszej pracy pokazała, że rzeczywiście dla dużego $\tan\beta$ stosunek rozgałęzienia dla rozpadu $B_{s,d}^0 \to \bar{\mu}\mu$ może dochodzić do $10^{-6} - 10^{-5}$. Nowym elementem w porównaniu z pracą [22] było przepro-

[2] $B_{s,d}^0 \to \bar{\tau}\tau$ ma większy stosunek rozgałęzień, ale z uwagi na hadronowe mody rozpadu τ eksperymentalne zmierzenie go nie wydaje się być możliwe.

wadzenie kompletnego rachunku szerokości tego rozpadu, uwzględnienie wkładu sektora Higgsów (ten wkład został równolegle i niezależnie obliczony w pracy [27]) i przebadanie wpływu, jaki na tę szerokość mogą mieć niediagonalne w zapachach macierze masowe supersymetrycznych skalarnych partnerów kwarków. Istotnym i nowym elementem pracy było też sprawdzenie, czy istniejące ograniczenia doświadczalne parametrów MSSM nie ograniczają możliwości wzmocnienia amplitudy rozpadu $B^0_{s,d} \to \bar{l}l$. W tym celu wyniki dla szerokości rozpadu $B^0_{s,d} \to \bar{l}l$ skorelowane zostały z ograniczeniami pochodzącymi z procesu: $B \to X_s\gamma$, który dla dużych $\tan\beta$ silnie ogranicza zakres parametrów Minimalnego Supersymetrycznego Modelu Standardowego (MSSM). Uwzględniono również ograniczenie wynikające z pomiaru tzw. parametru $\Delta\rho$. Okazało się, że w modelu supersymetrycznym z dużym $\tan\beta \sim 50$ mimo występujących ograniczeń szerokość rozpadu badanego procesu może być o kilka rzędów wielkości większa niż w Modelu Standardowym i osiągać może wartości mieszczące się nawet w obecnych ograniczeniach doświadczalnych, które dla procesu $B^0_d \to \bar{\mu}\mu$ są rzędu 10^{-6}. Zaobserwowanie w tych eksperymentach rozpadu B^0 mogłoby być zatem jednym z kolejnych argumentów za istnieniem supersymetrii, natomiast jego niezaobserwowanie nakłada pewne ograniczenia na przestrzeń parametrów tego modelu.

Rozdział 2

Teoria Standardowa i źródła niezachowania zapachu

2.1 Pola i lagranżjan Modelu Standardowego

Teoria Standardowa opisuje w zasadzie wszystkie zjawiska wywoływane przez oddziaływania elektromagnetyczne, słabe i silne obserwowane w obecnych eksperymentach - a więc do skali energii rzędu 100 GeV. Jest to teoria z grupą cechowania $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ unifikująca oddziaływania słabe i elektromagnetyczne. Jako pola materii zawiera ona leptony i kwarki. Symetria cechowania jest spontanicznie złamana do $SU_C(3) \times U_{EM}(1)$. Mechanizm naruszenia tej symetrii w minimalnej wersji Teorii Standardowej czyli w Modelu Standardowym realizuje się przez wprowadzenie jednego dubletu zespolonych pól skalarnych o liczbach kwantowych (1,2,$\frac{1}{2}$) względem grupy cechowania (dublet Higgsa). Potencjał dla dubletu Higgsa jest tak dobrany, że dolna składowa dubletu uzyskuje niezerową próżniową wartość oczekiwaną (VEV), co prowadzi do pojawienia się w lagranżjanie wyrazów masowych dla bozonów cechowania i fermionów.

Opisywane przez Teorię Standardową znane doświadczalnie cząstki są kwantami pól materii (fermiony) i pól cechowania (bozony wektorowe). Tworzą one różne reprezentacje grupy cechowania: fermiony grupują się w lewoskrętne dublety $SU_L(2)$ oraz prawoskrętne singlety (z wyjątkiem neutrin, które w Modelu Standardowym występują tylko w stanie lewoskrętnym). Do opisu pól fermionowych użyta będzie notacja Weyla dla spinorów [28]. Zatem wszystkie pola fermionowe są tu dwukomponentowymi reprezentacjami grupy nakrywającej dla grupy Lorentza tj. $SL(2,C)$ opisującymi lewoskrętne cząstki i ich prawoskrętne antycząstki.

Pola wystepujące w wyjściowym lagranżjanie Modelu Standardowego:

- Fermiony - leptony i kwarki:
  - leptony: l^A, e^{cA} transformujące się odpowiednio jak reprezentacje (1,2,-$\frac{1}{2}$), (1,1,1). Ostatnia liczba jest wartością generatora grupy $U_Y(1)$, czyli hiperładunku Y, na danym polu;

$$l^A = \begin{bmatrix} \nu^e \\ e \end{bmatrix}^A \tag{2.1}$$

    gdzie A jest indeksem numerującym generacje: $A = e, \mu, \tau$
  - kwarki: q^A, d^{cA}, u^{cA} transformujące się odpowiednio jak (3,2,$\frac{1}{6}$), (3^*,1,$\frac{1}{3}$) i (3^*,1,$-\frac{2}{3}$);

$$q^A = \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}^A \tag{2.2}$$

    gdzie $A = 1, 2, 3$ oznacza u, c, t dla u^A i d, s, b dla d^A.

- pola cechowania: $W^a_\mu \quad (a = 1, 3), \quad B_\mu, \quad$ i $\quad G^a_\mu \quad (a = 1, ..., 8))$

Ponadto, minimalna wersja Teorii Standardowej (Model Standardowy) zawiera jako pole jeden dublet skalarny - tzw. dublet Higgsa (H) - transformujący się jak (1,2,$\frac{1}{2}$), wprowadzony w celu zrealizowania spontanicznego złamania grupy $SU_L(2) \times U_Y(1)$ do $U_{EM}(1)$.

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Lagranżjan Modelu Standardowego zawiera:

- Część kinetyczną dla pól cechowania i pól materii, część opisującą oddziaływania pól cechowania grupy $SU_L(2) \times U_Y(1)$ czyli W^a_μ, (gdzie $a = 1, 2, 3$) i B_μ ze sobą oraz część opisującą oddziaływania istniejących w teorii fermionów z tymi polami cechowania.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g &= -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu - g\epsilon_{abc} W^b_\mu W^c_\nu\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right)^2 \\ &+ i\,\bar{l}^A \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i\,gW^a_\mu T^a - \frac{i}{2} g' B_\mu\right] l^A \\ &+ i\,\bar{e}^{cA} \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i\,g' B_\mu\right] e^{cA} \\ &+ i\,\bar{q}^A \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i\,gW^a_\mu T^a + \frac{i}{6} g' B_\mu\right] q^A \\ &+ i\,\bar{d}^{cA} \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i\frac{1}{3} g' B_\mu\right] d^{cA} + i\,\bar{u}^{cA} \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu - i\frac{2}{3} g' B_\mu\right] u^{cA} \end{aligned} \tag{2.4}$$

gdzie: $T^{a=1,2,3}$ są generatorami grupy $SU_L(2)$ w reprezentacji podstawowej, g jest stałą sprzężenia związaną z tą grupą, a g' odpowiednią stałą sprzężenia dla grupy $U_Y(1)$. We wzorze (2.4) liczba mnożąca stałą sprzężenia g' jest wartością hiperładunku dla danego pola. W tej części lagranżjanu występuje jeszcze człon kinetyczny dla pól gluonowych i oddziaływanie fermionów z gluonami. We wzorze (2.4) zostały one pominięte.

- Lagranżjan sektora Higgsa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs} &= H^\dagger \left(\overleftarrow{\partial}_\mu - igW^a_\mu T^a - \frac{i}{2} g' B_\mu\right)\left(\partial_\mu + igW^a_\mu T^a + \frac{i}{2} g' B_\mu\right) H \\ &+ m^2_H H^\dagger H - \frac{\lambda}{2}\left(H^\dagger H\right)^2 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Potencjał skalarny został wybrany tak, aby osiągał minimum dla $H^\dagger_i H_i \neq 0$. Wybierając :

$$< H >= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

łamie się symetrię $SU_L(2) \times U_Y(1)$ do $U_{EM}(1)$ tak, że jedynym niezłamanym generatorem grupy cechowania pozostaje $Q = T^3 + Y$ (ładunek elektryczny). Wtedy dublet Higgsa (2.3) można rozbić na:

$$H = \begin{bmatrix} G^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \Phi^0 + iG^0\right) \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

gdzie v jest próżniową wartością oczekiwaną. Pole Φ^0 jest polem fizycznym i opisuje neutralny bozon Higgsa, zaś G^0 i G^+ to odpowiednio neutralny i naładowany bozon Goldstona, które w wyniku działania mechanizmu Higgsa reprezentują podłużne polaryzacje masywnych bozonów wektorowych.

Wstawienie dubletu Higgsa w postaci (2.7) do lagranżjanu (2.5) powoduje pojawienie się wyrazów masowych dla bozonów cechowania. Po złamaniu symetrii bozony cechowania mieszają się i zamiast

trzech bezmasowych bozonów W^a_μ związanych z grupą $SU_L(2)$ i jednego B_μ związanego z $U_Y(1)$ w teorii pojawiają się trzy masywne bozony wektorowe $W^\pm$ i Z^0 i jeden bezmasowy A^γ (foton). Są one kombinacjami liniowymi wyjściowych W^a_μ i B_μ:

$$W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}}, \qquad Z^0 = c_W W^3 - s_W B, \qquad A^\gamma = s_W W^3 + c_W B \tag{2.8}$$

i mają odpowiednio masy:

$$M_{W^\pm} = \frac{vg}{2}, \qquad M_{Z^0} = \frac{vg}{2c_W}, \qquad M_{A^\gamma} = 0 \tag{2.9}$$

gdzie: $s_W \equiv \sin\theta_W$ ($c_W \equiv \cos\theta_W$) jest sinusem kąta Weinberga zdefiniowanego jako:

$$\tan\theta_W \equiv \frac{g'}{g} \tag{2.10}$$

Stała struktury subtelnej będąca stałą sprzężenia fotonu do pól naładowanych dana jest przez:

$$4\pi\alpha = e^2 = \frac{g'^2 g^2}{g'^2 + g^2} \tag{2.11}$$

- Lagranżjan oddziaływania Higgsa z fermionami[1]

$$\mathcal{L}_{H-f} = -Y_l^{BA} H_i^* l_{iA} e^c_B - Y_d^{BA} H_i^* q_{iA} d^c_B - \epsilon_{ij} Y_u^{BA} H_i q_{jA} u^c_B + H.c. \tag{2.12}$$

gdzie $\epsilon_{12} = -1$. Są to tzw. sprzężenia Yukawy będące najogólniejszą renormalizowalną postacią sprzężeń pola Higgsa z fermionami. Po złamaniu symetrii cechowania wyrazy te dają człony biliniowe w polach fermionowych. Stąd powstają wyrazy masowe dla fermionów. W sprzężeniach Yukawy stoją w ogólności dowolne macierze 3×3 - niediagonalne ze względu na generacje i niehermitowskie. Macierze masowe otrzymane z lagranżjanu (2.12) nie są więc diagonalne w zapachach. Konieczne jest więc ich zdiagonalizowanie.

Pola lewo i prawoskrętne kwarków górnych i dolnych występujące w wyjściowym lagranżjanie w trzech generacjach nazywa się polami w bazie oddziaływania słabego. Z polami będącymi stanami własnymi masy są one związane przez macierze unitarne 3×3:

$$\begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} \to V_L^D \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} u \\ c \\ t \end{bmatrix} \to V_L^U \begin{bmatrix} u \\ c \\ t \end{bmatrix}, \tag{2.13}$$

$$\begin{bmatrix} d^c \\ s^c \\ b^c \end{bmatrix} V_R^{D\dagger} \to \begin{bmatrix} d^c \\ s^c \\ b^c \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} u^c \\ c^c \\ t^c \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} u^c \\ c^c \\ t^c \end{bmatrix} V_R^{U\dagger} \tag{2.14}$$

Macierze $V_{L,R}^{U,D}$ są tak dobrane, by diagonalizowały macierze mas kwarków przez następujące transformacje:

$$V_R^U \frac{Y_u v}{\sqrt{2}} V_L^{U\dagger} = diag(m_u, m_c, m_t) \tag{2.15}$$

$$V_R^D \frac{Y_d v}{\sqrt{2}} V_L^{D\dagger} = diag(m_d, m_s, m_b) \tag{2.16}$$

[1]Ostatnie wyniki eksperymentów z neutrinami atmosferycznymi wskazują, że część Teorii Standardowej opisująca oddziaływania neutrin z polem Higgsa wymaga modyfikacji umożliwiających nadanie im masy. Można to osiagnać wprowadzając np. prawoskrętne neutrina transformujące się jak (1,1,0) względem grupy standardowej. Lagranżjan (2.12) można wtedy uzupełnić o jeszcze jeden wyraz prowadzący następnie do mas neutrin. Inną możliwością jest dodanie członu nierenormalizowalnego postaci $\Delta\mathcal{L} = C^{AB} \left(\epsilon_{ij} H_i l_j^A\right) \left(l_k^B H_l \epsilon_{lk}\right)$

2.2 Prądy naładowane i neutralne

Renormalizowalne oddziaływania fermionów z polami o spinie całkowitym zawierają zawsze biliniowe kombinacje pól fermionowych zwane prądami. Ze względu na strukturę lorentzowską mogą to być prądy wektorowe, aksjalno-wektorowe, skalarne, pseudoskalarne. W Teorii Standardowej po złamaniu symetrii cechowania otrzymujemy tzw. naładowane i neutralne prądy oddziaływujące z bozonami cechowania $W^{\pm}$, Z^0 oraz A^{γ}. Część lagranżjanu opisująca te oddziaływania składa się z:

- wyrazów oddziaływania prądów naładowanych z bozonami $W^{\pm}$:

$$\mathcal{L}^{W^{\pm}} \supset \frac{-e}{\sqrt{2}s_W}\left(J_{\mu}^{+}W^{\mu+} + J_{\mu}^{-}W^{\mu-}\right) \tag{2.17}$$

  gdzie :

$$J_{\mu}^{-} = \bar{u}_I \gamma_{\mu} P_L d_J \tag{2.18}$$

  Użyta została tu już notacja Diraca dla spinorów, w której

$$P_R = \frac{1+\gamma_5}{2}, \qquad P_L = \frac{1-\gamma_5}{2} \tag{2.19}$$

  Kombinacja biliniowa pól fermionowych w (2.18) niesie ładunek elektryczny, co oznacza, że w wierzchołkach zmienia się ładunek fermionu.

- członów oddziaływania prądów neutralnych z Z^0 i fotonem:

$$\mathcal{L}^{Z^0,\gamma} = -eJ_{\mu}^{em}A^{\gamma^{\mu}} - \frac{e}{2c_W s_W}J_{\mu}^{0}Z^{\mu 0} \tag{2.20}$$

  gdzie :

$$J_{\mu}^{em} = \sum_f q_f \bar{f}\gamma_{\mu} f \tag{2.21}$$

$$J_{\mu}^{0} = \sum_f \bar{f}\gamma_{\mu}\left[\left(T_3^f - 2q_f s_W^2\right) - T_3^f\gamma_5\right] f \equiv \sum_f \bar{f}\gamma_{\mu}\left[c_L^f P_L + c_R^f P_R\right] f \tag{2.22}$$

  gdzie q_f jest ładunkiem fermionu, T_f^3 wartością generatora T^3 na danym polu fermionowym, oraz:

$$c_L^f = 2\left(T_3^f - q_f s_W^2\right), \quad c_R^f = -2q_f s_W^2 \tag{2.23}$$

  Prąd sprzęgający się do fotonu ma charakter czysto wektorowy. Natomiast tzw. słaby prąd neutralny dający sprzężenie bozonu Z^0 do fermionów jest kombinacją prądu wektorowego i aksjalnego. Widać też, że s_W mierzy jego odstępstwo od czystej struktury $V-A$.

Ponadto, w konkretnej realizacji łamania symetrii elektrosłabej jaką jest Model Standardowy, otrzymujemy dodatkowo prądy skalarne. W lagranżjanie mamy zatem człony opisujące:

- oddziaływania naładowanego prądu skalarnego z bozonem Goldstona G^{+}:

$$\mathcal{L}^{G^{+}} = -(G^{-}J_S^{+} + G^{+}J_S^{-}) \tag{2.24}$$

  Pochodzą one ze sprzężeń typu Yukawy (wzór 2.12). Naładowany prąd skalarny w Modelu Standardowym to:

$$\begin{aligned} J_S^{+} &= Y_l^{BA}\nu_A e_B^c + Y_d^{BA}u_A d_B^c - Y_u^{BA}d_A u_B^c \\ &\equiv Y_l^{BA}\bar{e}_B P_L \nu_A + Y_d^{BA}\bar{d}_B P_L u_A - Y_u^{BA}\bar{u}_B P_L d_A \end{aligned} \tag{2.25}$$

  W drugiej linii powyższego wzoru użyte zostały już spinory Diraca.

- oddziaływania neutralnych prądów z G^0 i Φ^0:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{G^0,\Phi^0} &= -\Phi^0\frac{1}{\sqrt{2}}\left(Y_l^{BA}e_B^c e_A + Y_d^{BA}d_B^c d_A + Y_u^{BA}u_B^c u_A\right) \\ &\quad +G^0\frac{i}{\sqrt{2}}\left(Y_l^{BA}e_B^c e_A + Y_d^{BA}d_B^c d_A - Y_u^{BA}u_B^c u_A\right) + h.c. \\ &\equiv -\Phi^0\frac{1}{\sqrt{2}}\left(Y_l^{BA}\bar{e}_B e_A + Y_d^{BA}\bar{d}_B d_A - Y_u^{BA}\bar{u}_B u_A\right) \\ &\quad -G^0\frac{i}{\sqrt{2}}\left(Y_l^{BA}\bar{e}_B\gamma_5 e_A + Y_d^{BA}\bar{d}_B\gamma_5 d_A - Y_u^{BA}\bar{u}_B\gamma_5 u_A\right)\end{aligned} \tag{2.26}$$

Powyższe prądy zapisane były przez pola fermionowe w bazie oddziaływania słabego. Przy przejściu (2.13, 2.14) do pól diagonalizujących wyrazy masowe, w J_μ^- (J_μ^+) pojawia się kombinacja $V_{CKM} \equiv V_L^{U\dagger}V_L^D$ ($V_{CKM}^\dagger$) zwana macierzą Cabbibbo-Kobayashi-Maskawa.

$$V_{CKM} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ut} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{ct} \\ V_{bd} & V_{bs} & V_{bt} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Macierz ta w przypadku trzech generacji kwarków sparametryzowana jest przez trzy kąty i fazę δ. Faza ta jest w Modelu Standardowym jedynym źródłem łamania CP. W sektorze leptonowym analogiczna macierz jest macierzą jednostkową, o ile neutrina pozostają bezmasowe. Naładowany prąd wektorowy będzie miał po tej transformacji postać:

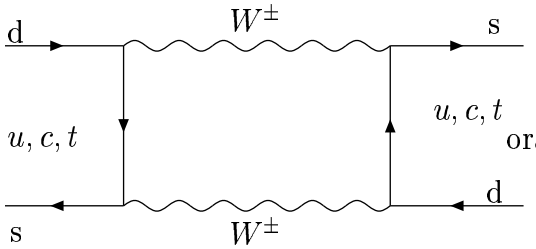
$$J_\mu^- = \bar{u}_I\gamma_\mu P_L d_J \to \sum_{IJ}\bar{u}_I\gamma^\mu P_L(V_{CKM})_{IJ}d_J \tag{2.28}$$

Natomiast prądy J_μ^{em} i J_μ^0 mają taką samą postać jak poprzednio, ale zapisane są oczywiście również w terminach pól diagonalizujących wyrazy masowe. Po transformacji (2.13, 2.14) są więc one diagonalne w zapachach.

Podobnie naładowane prądy skalarne zawierają po transformacji (2.13, 2.14) macierz V_{CKM}. Ponieważ sprzężenie neutralnego skalara Higgsa do fermionów jest źródłem ich mas i macierz diagonalizująca macierze masowe fermionów jednocześnie diagonalizuje sprzężenia fermionów ze skalarem, sprzężenia Yukawy z neutralnym skalarem w modelu z jednym dubletem Higgsa nie prowadzą do zmiany generacji.

Podsumowując: w Modelu Standardowym wektorowe i skalarne prądy neutralne w lagranżjanie nie mogą prowadzić do zmiany zapachu fermionów. Nie ma więc prądów neutralnych zmieniających zapach (tzw. FCNC - flavour-changing neutral current) na poziomie drzewowym. Jedynym możliwym źródłem zmiany generacji jest macierz V_{CKM} i pojawia się ona tylko przy prądach naładowanych.

Procesy takie jak $b \to s\gamma$, mieszanie kaonów $\bar{K}^0$ i K^0, mezonów B^0 i $\bar{B}^0$ czy rozpatrywany w tej pracy rozpad mezonu B^0 są procesami pętlowymi których efektywny opis wymagaja istnienia prądów neutralnych zmieniających zapach. Na poziomie Modelu Standardowego procesy te zachodzą poprzez poprawki kwantowe zawierajace wymianę bozonu $W^\pm$ - a więc wierzchołki, w których następuje zmiana generacji przez macierz V_{CKM}. Tak więc w Modelu Standardowym efektywne prądy neutralne zmieniające zapach są generowane przez poprawki kwantowe. Na przykład w Modelu Standardowym za mieszanie kaonów $\bar{K}^0$ i K^0 odpowiedzialne są diagramy przedstawione na rysunku (2.2)



oraz diagram skrzyżowany

Amplitudy takich procesów są tłumione przez dwa czynniki: po pierwsze, poprzez fakt, że jest to proces pętlowy. Wtedy zawsze w amplitudzie występują wyższe potęgi stałej sprzężenia. Poza tym, proces ten jest tłumiony dodatkowo przez mechanizm GIM, który polega na tym, że gdyby kwarki miały równe masy, to unitarność V_{CKM} powodowałaby znikanie tej amplitudy. Ponieważ procesy te są tak silnie tłumione, nazywane są procesami rzadkimi.

2.3 Dodatkowe źródła prądów neutralnych zmieniających zapach w ogólnym dwudubletowym sektorze Higgsa

Ponieważ nie ma teoretycznego ani eksperymentalnego uzasadnienia, że sektor Higgsa Teorii Standardowej ma składać się z jednego dubletu, często rozważanym rozszerzeniem Modelu Standardowego są modele z dwudubletowym sektorem Higgsa. Wprowadzenie drugiego dubletu w najogólniejszej postaci spowodowałoby pojawienie się prądów neutralnych zmieniających zapach na poziomie drzewowym, gdyż wtedy na ogół nie można zdiagonalizować macierzy mas fermionów i sprzężeń Yukawy przy pomocy tej samej transformacji. W ogólnym modelu dwudubletowym wprowadza się dublety H^1 i H^2 transformujące się jak reprezentacje $(2, -\frac{1}{2})$ i $(2, \frac{1}{2})$ grupy cechowania $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Łamanie symetrii cechowania może realizować się przez:

$$< H^1 >= \begin{bmatrix} \frac{v_1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad < H^2 >= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_2}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

gdzie $v_1^2 + v_2^2 \equiv v^2 = \frac{2M_W}{g}$. Stosunek średnich próżniowych v_2/v_1 oznacza się przez $\tan\beta$. Wygodnie jest tu wprowadzić jednolitą notację [44]:

$$\sqrt{2}H_1^1 = v_1 + Z_R^{1k} H_k^0 + i Z_H^{1k} H_{k+2}^0, \qquad H_2^1 = Z_H^{1k} H_k^- \tag{2.30}$$

$$\sqrt{2}H_2^2 = v_2 + Z_R^{2k} H_k^0 + i Z_H^{2k} H_{k+2}^0, \qquad H_1^2 = Z_H^{2k} H_k^+ \tag{2.31}$$

w której

$$Z_R = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \qquad Z_H = \begin{bmatrix} \sin\beta & -\cos\beta \\ \cos\beta & \sin\beta \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

oraz $H_k^0 \equiv (H^0, h^0)$, $H_{k+2}^0 \equiv (A^0, G^0)$. H^0 i h^0 są tu dwoma fizycznymi neutralnymi skalarami o $CP = +1$ ($M_{h^0} < M_{H^0}$). A^0 jest neutralnym pseudoskalarem ($CP = -1$), a H^+ fizycznym naładowanym bozonem Higgsa. Jak w Modelu Standardowym, G^0 i G^+ są bozonami Goldstona. Tak więc:

$$H^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} v_1 + \cos\alpha H^0 - \sin\alpha h^0 + i\left(\sin\beta A^0 - \cos\beta G^0\right) \\ \sqrt{2}\left(\sin\beta H^- - \cos\beta G^-\right) \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$H^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{2}\left(\cos\beta H^+ + \sin\beta G^+\right) \\ v_2 + \sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0 + i\left(\cos\beta A^0 + \sin\beta G^0\right) \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Najogólniejsze renormalizowalne sprzężenie takich dwu dubletów do fermionów mające postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{2hd} = & -\epsilon_{ij} Y_l^{1\,BA} H_i^1 l_{jA} e_B^c - \epsilon_{ij} Y_d^{1\,BA} H_i^1 q_{jA} d_B^c - Y_u^{1\,BA} H_i^{1*} q_{iA} u_B^c \\ & - Y_l^{2\,BA} H_i^{2*} l_{iA} e_B^c - Y_d^{2\,BA} H_i^{2*} q_{iA} d_B^c - \epsilon_{ij} Y_u^{2\,BA} H_i^2 q_{jA} u_B^c + H.c \end{aligned} \tag{2.35}$$

wprowadza prądy słabe zmieniające zapach na poziomie drzewowym. Zachowując w lagranżjanie tylko wyrazy masowe dla kwarków otrzymujemy:

$$\mathcal{L}_{2hd} = = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_2 Y_u^2 + v_1 Y_u^1\right)^{BA} u_A u_B^c - \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_2 Y_d^2 - v_1 Y_d^1\right)^{BA} d_A d_B^c + H.c. \tag{2.36}$$

Następnie te kombinacje zostają zdiagonalizowane:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} V_R^{U\dagger}(v_2 Y_u^2 + v_1 Y_u^1) V_L^U = \text{diag}(m_u, m_c, m_t) \tag{2.37}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} V_R^{D\dagger}(v_2 Y_d^2 - v_1 Y_d^1) V_L^D = \text{diag}(m_d, m_s, m_b) \tag{2.38}$$

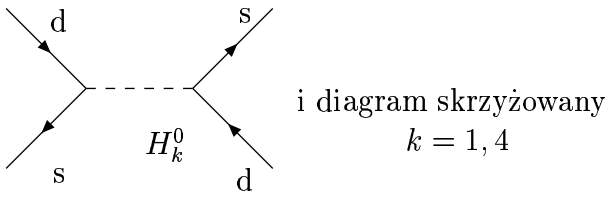
Wstawiając teraz (2.33) i (2.34) do lagranżjanu (2.35) otrzymujemy następującą postać sprzężeń kwarków z neutralnymi polami Higgsa:

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{\sqrt{2}}\left[V_R^{D\dagger}(Y_d^2 \sin\alpha - Y_d^1 \cos\alpha) V_L^D\right]^{BA} d_A d_B^c H^0 - \frac{1}{\sqrt{2}}\left[V_R^{D\dagger}(Y_d^2 \cos\alpha + Y_d^1 \sin\alpha) V_L^D\right]^{AB} h^0 d_B d_A^c \\
&+\frac{i}{\sqrt{2}}\left[V_R^{D\dagger}(Y_d^2 \cos\beta + Y_d^1 \sin\beta) V_L^D\right]^{BA} d_A d_B^c A^0 + \frac{i}{\sqrt{2}}\left[V_R^{D\dagger}(Y_d^2 \sin\beta - Y_d^1 \cos\beta) V_L^D\right]^{AB} G^0 d_B d_A^c \\
&-\frac{1}{\sqrt{2}}\left[V_R^{U\dagger}(Y_u^2 \sin\alpha + Y_u^1 \cos\alpha) V_L^U\right]^{BA} u_A u_B^c H^0 - \frac{1}{\sqrt{2}}\left[V_R^{U\dagger}(Y_u^2 \cos\alpha - Y_u^1 \sin\alpha) V_L^U\right]^{AB} h^0 u_B u_A^c \\
&-\frac{i}{\sqrt{2}}\left[V_R^{U\dagger}(Y_u^2 \cos\beta - Y_u^1 \sin\beta) V_L^U\right]^{BA} u_A u_B^c A^0 - \frac{i}{\sqrt{2}}\left[V_R^{U\dagger}(Y_u^2 \sin\beta + Y_u^1 \cos\beta) V_L^U\right]^{AB} G^0 u_B u_A^c
\end{aligned} \tag{2.39}$$

lub, inaczej:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{2hd} = &-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(Z_R^{2k} Y_u^2 + Z_R^{1k} Y_u^1\right)^{BA} H_k^0 u_A u_B^c - \frac{1}{\sqrt{2}}\left(Z_R^{2k} Y_d^2 - Z_R^{1k} Y_d^1\right)^{BA} H_k^0 d_A d_B^c \\
&+\frac{i}{\sqrt{2}}\left(-Z_H^{2k} Y_u^2 + Z_H^{1k} Y_u^1\right)^{BA} H_{k+2}^0 u_A u_B^c + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(Z_H^{2k} Y_d^2 + Z_H^{1k} Y_d^1\right)^{BA} H_{k+2}^0 d_A d_B^c
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Ze wzorów (2.40) widać, że w sprzężeniach z neutralnymi polami Higgsa stoją inne kombinacje macierzy Yukawy niż te, które dają wyrazy masowe. Nie ma więc powodu, by były one diagonalizowane przez te same obroty $V_{L,R}^{U,D}$. Stąd ogólny dwudubletowy sektor Higgsa jest źródłem niezachowania zapachu na poziomie drzewowym. Np. mieszanie neutralnych kaonów może wówczas zachodzić przez diagramy przedstawione na rysunku (2.1).



Rysunek 2.1: Wkład do mieszania kaonów w modelu dopuszczającym istnienie prądów neutralnych zmieniających zapach na poziomie drzewowym

Prostym sposobem uniknięcia prądów neutralnych zmieniających zapach na poziomie drzewowym jest sprzężenie H^1 z kwarkami dolnymi a H^2 z kwarkami górnymi, lub też sprzężenie do wszystkich kwarków tylko jednego dubletu Higgsa. To pierwsze wyjście jest zastosowane w modelach: 2HDM(II) i MSSM.

Nawet po wyeliminowaniu prądów neutralnych na poziomie drzewowym, np. w taki sposób jak w MSSM, rozszerzony sektor Higgsa daje dodatkowe (w stosunku do modelu Standardowego) wkłady pętlowe do tych procesów. Jest to związane z występowaniem w tym modelu naładowanego fizycznego skalara Higgsa. W

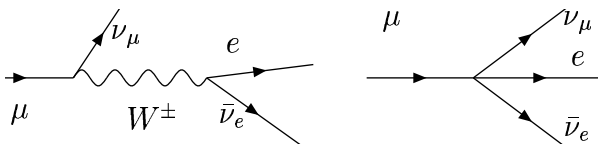
sprzężeniach naładowanego Higgsa do fermionów stoi macierz V_{CKM}. Jest to więc wzmocnienie efektów pochodzących z tego samego źródła, co w Modelu Standardowym. Jak to omówimy w rozdziale 4 na przykładzie minimalnego supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego, w modelach supersymetrycznych istnieją dodatkowe wkłady do procesów zachodzących przez neutralne prądy zmieniające zapach, które zależą od V_{CKM}. Ponadto w modelach tego typu moga istnieć na poziomie drzewowym międzygeneracyjne przejścia typu fermion-sfermion dające potencjalnie bardzo duże efekty w dyskutowanych tu procesach. Okazuje się, że dla dużych $\tan\beta$ w sytuacji, gdy cząstki Higgsa są dość lekkie a cząstki z sektora supersymetrycznego dość ciężkie, dominujące dodatkowe wkłady do prądów neutralnych zmieniających zapach pochodzące od cząstek supersymetrycznych wygodnie jest przedstawić w postaci efektywnych sprzężeń Yukawy postaci (2.39). Pozwala to na łatwe oszacowanie ich wielkości i upraszcza analizę.

2.4 Lagranżjany efektywne poniżej skali M_Z

W pełnej teorii procesy słabe (drzewowe bądź pętlowe) są z punktu widzenia fermionów materii oddziaływaniami nielokalnymi. Ponieważ jednak są one generowane przez wymianę ciężkich w porównaniu ze skalą hadronową cząstek, można je w przybliżeniu przedstawić jako oddziaływania lokalne zaniedbując zależność ich amplitud od zewnętrznych pędów (które są małe w porównaniu z masami M_Z,M_W). Z punktu widzenia amplitud odpowiada to rozwinięciu pełnej amplitudy danego procesu w potęgi $\frac{p^2_{ext}}{M^2_{W,Z}}$ i zatrzymaniu tylko zerowego wyrazu rozwinięcia. Takie przybliżone amplitudy procesów słabych można odtworzyć w teorii efektywnej (jaką jest QCD + QED), ważnej dla skal energii dużo niższych niż M_W przez dodanie do niej lokalnych nierenormalizowalnych operatorów o wymiarze wyższym niż 4 (uwzględnienie następnych wyrazów w rozwinięciu $\frac{p^2_{ext}}{M^2_{W,Z}}$ odpowiada operatorom o wyższych wymiarach, zawierających pochodne pól).

Przykładem takiego oddziaływania efektywnego jest teoria Fermiego opisująca rozpad mionu: w pełnej teorii amplitudę tego procesu można przedstawić w postaci diagramu drzewowego z wymianą bozonu $W^{\pm}$. Diagram taki zawiera sprzężenia, które pochodzą z lagranżjanu Modelu Standardowego. Ponieważ przekaz pędu jest jednak o wiele mniejszy od M_W, rozpad ten można opisać przez czterofermionowe punktowe oddziaływanie efektywne typu prąd-prąd znane jako lagranżjan Fermiego. Prowadzi to do znanej relacji:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2s^2_W M^2_W} + \text{poprawki} \tag{2.41}$$



Rysunek 2.2: Przykład efektywnego lokalnego oddziaływania czterofermionowego - proces $\mu \to \nu_\mu \bar{\nu}_e e$

Podejście takie ma tę zaletę, że pozwala rozdzielić skalę samego procesu słabego $\sim M_W$ od skali pędów zewnętrznych $\sim m_{hadr}$ i dzięki temu uwzględnić poprawki QCD do procesów z udziałem hadronów. Ogólnie dla dowolnej skali $\mu < M_Z$ mamy jako lagranżjan teorii efektywnej lagranżjan QCD i QED oraz część nierenormalizowalną - sumę lokalnych operatorów opisujących efektywne oddziaływanie mnożonych przez odpowiednie współczynniki Wilsona:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{QCD} + \mathcal{L}_{QED} + \sum_x C_x(\mu) O^x \tag{2.42}$$

Współczynniki Wilsona C^x odgrywają w lagranżjanie efektywnym rolę stałych sprzężenia związanych z efektywnymi wierzchołkami. Tak jak wszystkie stałe sprzężenia zależą one od punktu renormalizacji μ. Oblicza się je przez porównanie amplitudy obliczonej dla dowolnej skali $\mu < M_Z$ w pełnej teorii i w teorii efektywnej

(lagranżjan 2.42). Procedurę tę nazywa się 'zszywaniem' teorii pełnej z efektywną. Dla oddziaływania Fermiego odpowiedzialnego za rozpad mionu współczynnik Wilsona $\frac{G_F}{\sqrt{2}}$ pochodzi w pełnej teorii z diagramu drzewowego. W przypadku mieszania $K^0 - \bar{K}^0$, $B^0 - \bar{B}^0$ czy rozpadu B^0 znalezienie tych współczynników wymaga obliczenia diagramów pętlowych w pełnej teorii. Przy obliczaniu współczynników Wilsona przez porównanie z pełną teorią pojawiają się wkłady $\sim \log \frac{M_W^2}{\mu^2}$, gdzie M_W reprezentuje masy ciężkich cząstek (które nie występują w teorii efektywnej). Aby tego typu logarytmy (pojawiające się w coraz to wyższych potęgach w kolejnych rzędach procedury 'zszywania') były małe, należy 'zszywanie' wykonywać przy skali $\mu \sim M_W$. Z drugiej strony elementy macierzowe obliczane są nieperturbacyjnie, np. przy pomocy relacji PCAC i rachunków na sieciach [29]. Metoda ta wymaga, aby operatory były znormalizowane przy skali $\mu \sim m_{hadr}$. Zatem aby obliczyć współczynniki Wilsona $C_x(m_{hadr})$ z wyznaczonych przez zszywanie $C_x(\mu \sim M_W)$ konieczne jest ich przeewoluowanie przy pomocy równań grupy renormalizacji. Procedura ta sumuje duże wkłady $\sim \left(\alpha_S \log \frac{m_{hadr}^2}{M_W^2}\right)^n$ ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń.

Tak więc, aby obliczyć jakiś proces indukowany przez efektywne operatory w lagranżjanie (2.42) należy:

1. obliczyć odpowiednie współczynniki Wilsona w $\mathcal{L}_{eff}$ przedstawiając amplitudę procesu w postaci sumy diagramów Feynmanna dających wkład do tego procesu w pełnej teorii

2. przeprowadzić ewolucję tych współczynników do skali właściwej dla procesów hadronowych m_{hadr}

3. obliczyć odpowiednie elementy macierzowe operatorów

Widać więc, że tylko w punkcie pierwszym występuje zależność od struktury pełnej teorii.

W następnych rozdziałach technika opisu procesów słabych poprzez lagranżjany efektywne zostanie zastosowana do opisu rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$.

Rozdział 3

Rozpad $B^0 \to \bar{l}l$: ogólna struktura i przewidywania Modelu Standardowego

3.1 Ogólne wyrażenie na szerokość rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$

Zgodnie z przedstawioną w poprzednim rozdziale dyskusją proces rozpadu $\bar{d}_J d_I \to \bar{l}_A l_B$ można przedstawić w postaci lagranżjanu efektywnego złożonego z sumy lokalnych operatorów czterofermionowych mnożonych przez odpowiednie współczynniki Wilsona:

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_x C_x O^x \tag{3.1}$$

Istnieje 10 operatorów wymiaru 6 mogących dawać wkład do tego procesu [1]:
cztery wektorowe:

$$O^V_{LL} = (\bar{d}_I \gamma_\mu P_L d_J)(\bar{l}_A \gamma^\mu P_L l_B) \tag{3.2}$$
$$O^V_{LR} = (\bar{d}_I \gamma_\mu P_L d_J)(\bar{l}_A \gamma^\mu P_R l_B) \tag{3.3}$$
$$O^V_{RL} = (\bar{d}_I \gamma_\mu P_R d_J)(\bar{l}_A \gamma^\mu P_L l_B) \tag{3.4}$$
$$O^V_{RR} = (\bar{d}_I \gamma_\mu P_R d_J)(\bar{l}_A \gamma^\mu P_R l_B) \tag{3.5}$$

cztery skalarne:

$$O^S_{LL} = (\bar{d}_I P_L d_J)(\bar{l}_A P_L l_B) \tag{3.6}$$
$$O^S_{LR} = (\bar{d}_I P_L d_J)(\bar{l}_A P_R l_B) \tag{3.7}$$
$$O^S_{RL} = (\bar{d}_I P_R d_J)(\bar{l}_A P_L l_B) \tag{3.8}$$
$$O^S_{RR} = (\bar{d}_I P_R d_J)(\bar{l}_A P_R l_B) \tag{3.9}$$

oraz dwa tensorowe:

$$O^T_{LL} = (\bar{d}_I \sigma_{\mu\nu} P_L d_J)(\bar{l}_A \sigma^{\mu\nu} P_L l_B) \tag{3.10}$$
$$O^T_{RR} = (\bar{d}_I \sigma_{\mu\nu} P_R d_J)(\bar{l}_A \sigma^{\mu\nu} P_R l_B) \tag{3.11}$$

gdzie I,J oznaczają indeksy generacyjne kwarków, A,B - indeksy generacyjne leptonów a

$$P_R = \frac{1+\gamma_5}{2}, \quad P_R = \frac{1-\gamma_5}{2} \tag{3.12}$$

[1] Aby nie komplikować notacji, w dalszym ciągu przy operatorach i ich współczynnikach Wilsona nie umieszczamy indeksów generacyjnych.

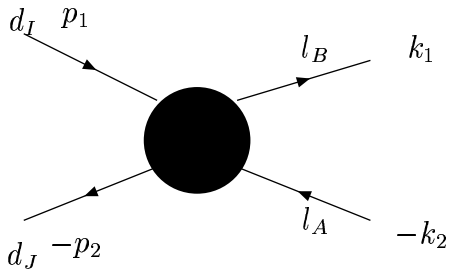
są rzutami na określone skrętności czteroskładnikowych spinorów Diraca postaci $d_I = \begin{bmatrix} d \\ \bar{d}^c \end{bmatrix}_I$ itp.

Operatory tensorowe nie dają wkładu do tego procesu, bo elementy macierzowe kwarkowej części tych operatorów między stanem próżni i stanem mezonu B znikają z powodu ich antysymetrii we wskaźnikach lorentzowskich. Ostatecznie pozostaje więc 8 operatorów.

Ogólna amplituda dla procesu rozpadu B^0 na parę leptonów przedstawiona na rysunku 3.1 ma postać:

$$-i\mathcal{M} = i\sum_x C_x \langle l_A^+ l_B^- | O^x(0) | B^0 \rangle \equiv i \sum_x C_x \left(\bar{u}_B(k_1) \Gamma^x v_A(k_2) \right) \langle 0 | \bar{d}_J \Gamma^x d_I(0) | B^0(k_1+k_2) \rangle \tag{3.13}$$

gdzie Γ^x symbolizują macierze stojące w operatorach (3.2-3.9). Istnieją dwa neutralne mezony B^0: $B_s^0 \equiv s\bar{b}$, oraz $B_d^0 \equiv d\bar{b}$. Zatem procesowi rozpadu B^0 odpowiada w powyższych wzorach $J = 3$, $I = 2$ dla B_s^0 oraz $J = 3$, $I = 1$ dla B_d^0 (Gdyby obliczać amplitudę rozpadu $\bar{B}^0$, należałoby zamienić wartości indeksów I oraz J.)



Rysunek 3.1: Amplituda procesu $B^0 \to \bar{l}l$

Powyższe wyrażenie oraz wyprowadzone poniżej wzory są zupełnie ogólne i obejmować może także sytuację, gdy w stanie końcowym występują leptony różnych generacji.

Jak widać z (3.13), konieczne jest obliczenie elementów macierzowych prądów kwarkowych między stanem próżni i stanem mezonu B^0. Np. dla $J = 3, I = 1$ mamy:

$$\langle 0 | \bar{b} \gamma_\mu \gamma_5 d(x) | B^0(q) \rangle = -i f_{B_d} q^\mu e^{-iq\cdot x} \tag{3.14}$$

Wyrażenie powyższe wynika z tego, że prąd $b\gamma_\mu\gamma_5 s$ jest prądem spontanicznie naruszonej symetrii chiralnej [28]. Parametr f_B jest tzw. stałą rozpadu mezonu B^0. Jest on obliczany na sieciach i wynosi $f_{B_s} = 245$ MeV, $f_{B_d} = 210$ MeV [29]. Odpowiednie wyrażenie dla prądów pseudoskalarnych znajdziemy korzystając z relacji (3.14):

$$\partial_\mu \langle 0 | \bar{b} \gamma_\mu \gamma_5 d(x) | B^0(q) \rangle = f_B q^2 e^{-iq\cdot x} = f_B M_B^2 e^{-iq\cdot x} \tag{3.15}$$

Aby obliczyć $\partial_\mu(\bar{b}\gamma_\mu\gamma_5 d)$, trzeba skorzystać z równań ruchu dla operatorów pól w QCD:

$$i\left(\not{\partial} + ig_S \not{G}^a T^a\right) d - m_d d = 0 \tag{3.16}$$

$$-i\bar{b}\left(\overleftarrow{\not{\partial}} - ig_S \not{G}^a T^a\right) - m_b \bar{b} = 0 \tag{3.17}$$

gdzie $\not{G} \equiv G_\mu \gamma^\mu$. G_μ^a jest tu polem gluonowym, a T^a jest generatorem grupy $SU_c(3)$. Stąd otrzymujemy, że :

$$\partial_\mu(\bar{b}\gamma_\mu\gamma_5 d) = \left(im_b\bar{b} + ig_S\bar{b}\ \not{G}^a T^a\right)\gamma_5 d - \bar{b}\gamma_5\left(-im_d - ig_S\ \not{G}^a T^a\right) d \tag{3.18}$$

Części z $\not{G}^a T^a$ się skrócą, zostaną tylko wyrazy z masami kwarków:

$$\partial_\mu(\bar{b}\gamma_\mu\gamma_5 d)(x) = i(m_d + m_b)\bar{b}\gamma_5 d(x) \tag{3.19}$$

czyli:

$$\langle 0|\bar{b}\gamma_5 d(x)|B^0\rangle = i\frac{M_B^2}{m_d+m_b}f_B e^{-iq\cdot x} \tag{3.20}$$

Ponieważ $B^0(\bar{B^0})$ mają parzystość ujemną, więc odpowiednie elementy macierzowe prądów wektorowych i skalarnych $\langle 0|\bar{b}\gamma^\mu d(x)|B^0(q)\rangle$ oraz $\langle 0|\bar{b}d(x)|B^0(q)\rangle$ są równe zero. Stąd mamy wzory na elementy macierzowe operatorów skalarnych i wektorowych lewo- i prawoskrętnych:

$$\langle 0|\bar{d}_J\gamma_\mu P_{L,R}d_I(0)|B^0(q)\rangle = \pm\frac{i}{2}f_{B_I}q^\mu \tag{3.21}$$

$$\langle 0|\bar{d}_J P_{L,R}d_I(0)|B^0(q)\rangle = \mp\frac{i}{2}f_{B_I}\frac{M_B^2}{m_{d_I}+m_b} \tag{3.22}$$

Po obliczeniu tych elementów macierzowych amplituda ma standardową postać [30]:

$$-i\mathcal{M} = \bar{u}_B(k_1)\left[b+a\gamma_5\right]v_A(k_2) \tag{3.23}$$

a i b współczynniki zespolone złożone z współczynników wilsonowskich:

$$a = \frac{f_B}{4}(m_{l_B}+m_{l_A})[C_{LL}^V - C_{LR}^V + C_{RR}^V - C_{RL}^V] - \frac{f_B}{4}\frac{M_B^2}{m_{d_I}+m_b}[C_{LL}^S - C_{LR}^S + C_{RR}^S - C_{RL}^S] \tag{3.24}$$

$$b = -\frac{f_B}{4}(m_{l_B}-m_{l_A})[C_{LL}^V + C_{LR}^V - C_{RR}^V - C_{RL}^V] + \frac{f_B}{4}\frac{M_B^2}{m_{d_I}+m_b}[C_{LL}^S + C_{LR}^S - C_{RR}^S - C_{RL}^S] \tag{3.25}$$

Szerokość rozpadu B^0 na $l_B^- l_A^+$ dana jest wyrażeniem:

$$\Gamma = \frac{M_B}{8\pi}\sqrt{1-\frac{2(m_{l_A}^2+m_{l_B}^2)}{M_B^2}+\frac{(m_{l_A}^2-m_{l_B}^2)^2}{M_B^4}}\left[|a|^2\left(1-\frac{(m_{l_A}^2-m_{l_B}^2)^2}{M_B^2}\right)+|b|^2\left(1-\frac{(m_{l_A}^2+m_{l_B}^2)^2}{M_B^2}\right)\right] \tag{3.26}$$

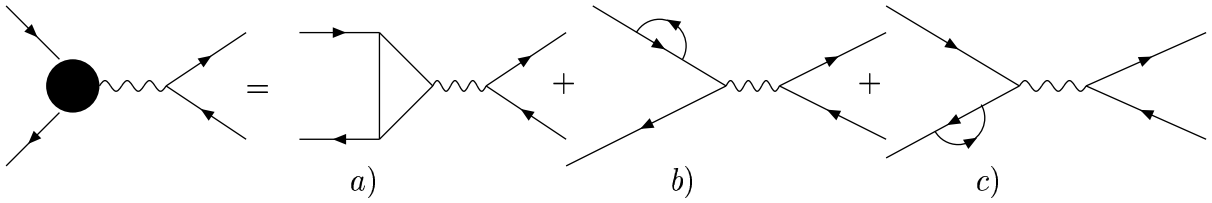
w którym m_{l_A}, m_{l_B} są masami leptonów a M_B jest masą mezonu B^0.

3.2 Współczynniki Wilsona

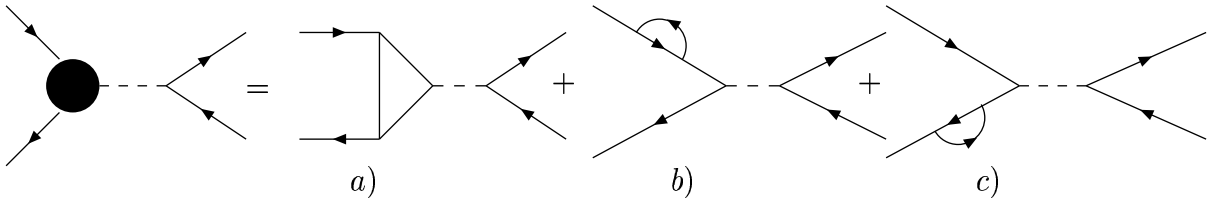
W tej części opisane zostanie ogólnie 'zszywanie' teorii pełnej (Modelu Standardowego lub MSSM) z teorią efektywną, czyli wyznaczenie współczynników Wilsona przy skali M_Z. W pełnej teorii mamy następujące klasy diagramów jednopętlowych:

- pudełkowe
  W tego typu diagramach następuje wymiana bozonów cechowania, skalarów Higgsa i, w MSSM, także innych cząstek. Dla diagramów pudełkowych pojawiających się w tym procesie rachunek jest prostszy niż w przypadku wspominanego w poprzednim rozdziale mieszania kaonów, gdyż stan końcowy, jako stan leptonowy nie posiada indeksów kolorowych, zatem nie ma konieczności stosowania transformacji Fierza do przestawiania operatorów fermionowych. Po obliczeniu amplitudy i pozostawieniu tylko zerowego wyrazu rozwinięcia w pędach zewnętrznych, $p_{ext}=0$, od razu otrzymujemy współczynnik C^x pochodzący od danego diagramu pudełkowego. W MSSM diagramy te są jedyną klasą wkładów mogącą dać przejście $B^0 \to ll'$, czyli z różnymi leptonami w stanie końcowym.

- diagramy z wymianą Z^0 w kanale s
  W tej grupie diagramów są dwa rodzaje wkładów, w zależności od tego, gdzie następuje zmiana zapachu: może to nastąpić przez pętlową poprawkę do wierzchołka lub do linii zewnętrznych kwarków. Obydwa rodzaje wkładów muszą zostać dodane. Diagramy te przedstawione są na rysunku (3.2)



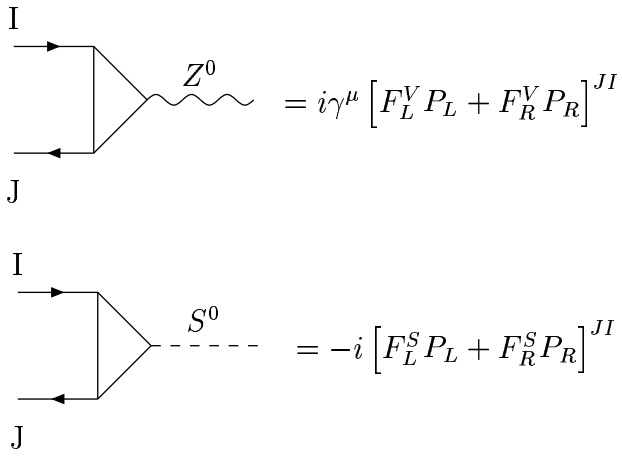
Rysunek 3.2: Diagramy z wymianą bozonu Z^0 w kanale s



Rysunek 3.3: Diagramy z wymianą skalara lub pseudoskalara w kanale s

- diagramy z wymianą neutralnego skalara lub pseudoskalara w kanale s, przedstawione na rysunku (3.3)

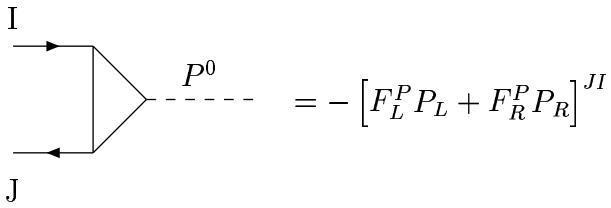
Dla zewnętrznych fermionów na powłoce masy, przy zaniedbaniu ich pędów, poprawki do wierzchołków $\bar{d}_J d_I Z^0$, $\bar{d}_J d_I S^0$ i $\bar{d}_J d_I P^0$ (diagramy a) z rysunków 3.2 i 3.3) można sparametryzować następująco [2]:



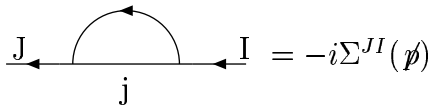
Po dodaniu wkładów diagramów z poprawkami na liniach zewnętrznych fermionów (diagramy b) i c) z rysunków 3.2 i 3.3) efektywne wierzchołki są sparametryzowane tak samo, tylko, że formfaktory $F_{L,R}^{S,P}$ są zastąpione przez $\widehat{F}_{L,R}^{S,P}$.

Przedstawimy teraz rachunek wkładów diagramów z poprawkami na liniach zewnętrznych do formfaktorów $\widehat{F}_{L,R}^{S,P}$. Oznaczając sumę diagramów dających poprawkę do kwarkowych linii zewnętrznych jak na rysunku 3.5

[2] W dalszym ciągu przy wierzchołkach $F_{L,R}^{S,P}$ nie będziemy pisać ani indeksów generacyjnych (I, J), ani indeksów numerujących różne skalary (H^0 i h^0) i pseudoskalary (A^0, G^0)



Rysunek 3.4: Diagramy wierzchołkowe. S oznacza skalar, a P pseudoskalar



Rysunek 3.5: Energia własna kwarku

zapisujemy łączny wkład diagramów b i c z rysunku 3.2 w postaci:

$$\frac{ie}{2s_W c_W}\bar{v}[-i\Sigma^{JI}(-\not{p}_2)\frac{i}{-\not{p}_2 - m_I}\gamma_\mu(P_L c_L^d + P_R c_R^d) + \gamma_\mu(P_L c_L^d + P_R c_R^d)\frac{i}{\not{p}_1 - m_J}(-i)\Sigma^{JI}(\not{p}_1)]u \quad (3.27)$$

gdzie $c_{L,R}^d$ są dane przez (2.23). Uwzględniamy teraz rozkład na $\Sigma(\not{p})$ na lewe i prawe części wektorowe i skalarne:

$$\Sigma(\not{p}) = \Sigma_L^V \not{p} P_L + \Sigma_R^V \not{p} P_R + \Sigma_L^S P_L + \Sigma_R^S P_R \quad (3.28)$$

Przybliżając $\Sigma(p^2)^{V,S}$ przez $\Sigma^{V,S}(p^2 = 0)$ oraz wykorzystując warunek powłoki masy dla zewnętrznych fermionów dostajemy zsumowany wkład obydwu diagramów z energią własną w postaci:

$$\frac{ie}{2s_W c_W}\bar{v}[c_L^d \Sigma_L^V(0)\gamma_\mu P_L + c_R^d \Sigma_R^V(0)\gamma_\mu P_R]u \quad (3.29)$$

Części skalarne energii własnych się skróciły i pozostały tylko części wektorowe. Zatem wkład od wszystkich diagramów z rysunku (3.2) można zebrać do efektywnego wierzchołka $\bar{d}_J d_I Z^0$:

$$\widehat{F}_{L,R}^V = F_{L,R}^V + \frac{e}{2s_W c_W} c_{L,R}^d \Sigma_{L,R}^V(0) \quad (3.30)$$

Wkłady do efektywnych wierzchołków $\bar{d}_J d_I H_k^0$ i $\bar{d}_J d_I H_{k+2}^0$, gdzie H_k^0 i H_{k+2}^0 to (w zwartej notacji z rozdziału 2.3) odpowiednio bozony skalarne i pseudoskalarne, od diagramów b) i c) z rysunku 3.3 obliczamy podobnie. Np. wykorzystując sprzężenia (2.40) (z $Y_d^{1\,IJ} \equiv -\frac{m_{d_I}\sqrt{2}}{v_1}\delta_{IJ}$, $Y_d^2 = 0$ co odpowiada sektorom Higgsa MSSM lub 2HDM(II)) dla wymiany pseudoskalara mamy :

$$-\frac{Z_H^{1k}}{v_1}\bar{v}[-i\Sigma^{JI}(-\not{p}_2)\frac{i}{-\not{p}_2 - m_I}\gamma_5 m_I + \gamma_5 m_J \frac{i}{\not{p}_1 - m_J}(-i)\Sigma^{JI}(\not{p}_1)]u \quad (3.31)$$

Postępując jak poprzednio, otrzymujemy:

$$\frac{Z_H^{1k}}{v_1}\bar{v}[-\Sigma_L^S(0)P_L + \Sigma_R^S(0)P_R]u \quad (3.32)$$

Podobnie oblicza się wkłady energii własnych do wymiany skalara otrzymując:

$$\frac{Z_R^{1k}}{v_1}\bar{v}[-\Sigma_L^S(0)P_L + \Sigma_R^S(0)P_R]u \quad (3.33)$$

Tym razem skróciły się części wektorowe energii własnej.

Efektywne wierzchołki $\bar{d}_J d_I H_k^0$ i $\bar{d}_J d_I H_{k+2}^0$ są więc dane przez:

$$\widehat{F}_{L,R}^S = F_{L,R}^S - \frac{Z_R^{1k}}{v_1}\Sigma_{L,R}^S(0) \tag{3.34}$$

dla skalarów H_k^0 (gdzie $k = 1, 2$) i

$$\widehat{F}_L^P = F_L^P + \frac{Z_H^{1k}}{v_1}\Sigma_L^P(0), \quad \widehat{F}_R^P = F_R^P - \frac{Z_H^{1k}}{v_1}\Sigma_R^S(0) \tag{3.35}$$

dla pseudoskalarów H_{k+2}^0 (gdzie $k = 1, 2$). We wszystkich wzorach na F i $\widehat{F}$ indeks k oraz indeksy generacyjne zostały pominięte.

Ostatecznie otrzymujemy współczynniki Wilsona wyrażone przez formfaktory $\widehat{F}_{L,R}^{V,S,P}$. Dla wymiany Z^0 mamy:

$$C_{LL}^V = -\frac{e}{2s_W c_W M_Z^2}\widehat{F}_L^V c_L^e, \quad C_{LR}^V = -\frac{e}{2s_W c_W M_Z^2}\widehat{F}_L^V c_R^e \tag{3.36}$$

$$C_{RR}^V = -\frac{e}{2s_W c_W M_Z^2}\widehat{F}_R^V c_R^e, \quad C_{RL}^V = -\frac{e}{2s_W c_W M_Z^2}\widehat{F}_R^V c_L^e \tag{3.37}$$

Wkłady do współczynników Wilsona od wymiany skalarów są dane przez:

$$C_{LL}^S = C_{LR}^S = \sum_{k=1,2}\frac{1}{M_{H_k^0}^2}\frac{Z_R^{1,k}}{v_1}\widehat{F}_L^S m_l \tag{3.38}$$

$$C_{RR}^S = C_{RL}^S = \sum_{k=1,2}\frac{1}{M_{H_k^0}^2}\frac{Z_R^{1,k}}{v_1}\widehat{F}_R^S m_l \tag{3.39}$$

Natomiast wkład od wymiany pseudoskalarów ma postać:

$$C_{LL}^S = -C_{LR}^S = \sum_{k=1,2}\frac{1}{M_{H_{k+2}^0}^2}\frac{Z_H^{1,k}}{v_1}\widehat{F}_L^P m_l \tag{3.40}$$

$$C_{RL}^S = -C_{RR}^S = \sum_{k=1,2}\frac{1}{M_{H_{k+2}^0}^2}\frac{Z_H^{1,k}}{v_1}\widehat{F}_R^P m_l \tag{3.41}$$

gdzie zgodnie z (2.23) $c_L^e = 1 - 2s_W^2$, $c_R^e = -2s_W^2$, a m_l jest masą leptonu.

Warto tu przypomnieć, że wzór (3.26) na szerokość rozpadu B^0 napisany jest w postaci zupełnie ogólnej - tzn. może obejmować przypadek z różnymi leptonami w stanie końcowym. Jednakże w Modelu Standardowym taka sytuacja nie ma miejsca, gdyż macierz typu macierzy V_{CKM} dla leptonów jest macierzą jednostkową (dopóki neutrina są bezmasowe) i nie zachodzi zmiana generacji w sektorze leptonowym. Ze wzorów (3.24) i (3.25) widać, że w przypadku tych samych leptonów w stanie końcowym (co ma miejsce dla wszystkich poprawek do wierzchołków dających wkład do tego procesu), wkład do współczynnika a danego przez (3.24) pochodzi od diagramów w z wymianą Z^0 i pseudoskalarów, natomiast do b danego przez (3.25) dają wkład tylko wymiany skalarów. Widać więc, że wkłady diagramów w z wymianą Z^0 i pseudoskalara mogą ze sobą interferować, toteż ważny jest ich względny znak. Diagramy pudełkowe mogą dawać wkład zarówno do a jak i do b.

Pełna amplituda fizycznego procesu nie może być zależna od cechowania. W cechowaniu, w którym w lagranżjanie jawnie występują bozony Goldstona, (ogólne cechowanie R_ξ), w amplitudzie muszą się skasować niefizyczne bieguny pochodzące od bozonów Goldstona. W ogólności bozony $W^\pm$ i Z^0 mogą mieć niezależne cechowania, ξ_W i ξ_Z. Zależności od nich kasują się niezależnie, tzn. zależność od ξ_W kasuje się między wkładem diagramów pudełkowych i wkładem wierzchołków $\widehat{F}_{L,R}^{V,S,P}$ [31]. Natomiast zależność od ξ_Z musi się

skasować między diagramami z wymianą Z^0 i z wymianą pseudoskalara Goldstona G^0 w kanale s. Kasowanie zależności od ξ_Z jest szczególnie ważne, bo pozwala sprawdzić względny znak tych wkładów, które, jak to było wspomniane wcześniej, mogą ze sobą interferować. Poniżej wyprowadzone są związki między formfaktorami zapewniające skasowanie podłużnych polaryzacji Z^0 przez bozon Goldstona.

$$\begin{aligned}
-i\mathcal{M}_\xi^{Z^0} &= -\bar{v}_J[\gamma_\mu P_L \widehat{F}_L^V + \gamma_\mu P_R \widehat{F}_R^V]u_I \frac{-i}{\xi^2 - M_Z^2}\left[g_{\mu\nu} - (1-\xi)\frac{q_\mu q_\nu}{q^2 - \xi M_Z^2}\right] \\
&\times \frac{ie}{2s_W c_W M_Z^2}\bar{u}[\gamma_\nu(c_L^e P_L + c_R^e P_R)]v = \\
&= \frac{i}{q^2 - M_Z^2}\bar{v}_J[\gamma_\mu P_L \widehat{F}_L^V + \gamma_\mu P_R \widehat{F}_R^V]u_I\left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2}\right] \\
&\times \frac{e}{2s_W c_W}\bar{u}[\gamma_\nu(c_L^e P_L + c_R^e P_R)]v + \\
&+ \frac{i}{q^2 - \xi M_Z^2}\bar{v}_J[\gamma_\mu P_L \widehat{F}_L^V + \gamma_\mu P_R \widehat{F}_R^V]u_I \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2} \\
&\times \frac{e}{2s_W c_W}\bar{u}[\gamma_\nu(c_L^e P_L + c_R^e P_R)]v
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Część pierwsza to wkład Z^0 w cechowaniu unitarnym. Część druga musi być kasowana przez wkład G^0:

$$-i\mathcal{M}_\xi^{G^0} = \frac{i}{q^2 - \xi M_Z^2}\bar{v}_J(\widehat{F}_L^P P_L + \widehat{F}_R^P P_R)u_I(\bar{u}\gamma_5 v)\frac{e}{2s_W c_W}\frac{m_l}{M_Z} \tag{3.43}$$

Kasowanie zależności od ξ zajdzie, gdy:

$$-m_J \widehat{F}_L^V + m_I \widehat{F}_L^V = -M_Z \widehat{F}_L^P \tag{3.44}$$

$$-m_J \widehat{F}_R^V + m_I \widehat{F}_R^V = -M_Z \widehat{F}_R^P \tag{3.45}$$

Relacje te zostały sprawdzone numerycznie.

3.3 Szerokość $B^0 \to \bar{l}l$ w Modelu Standardowym

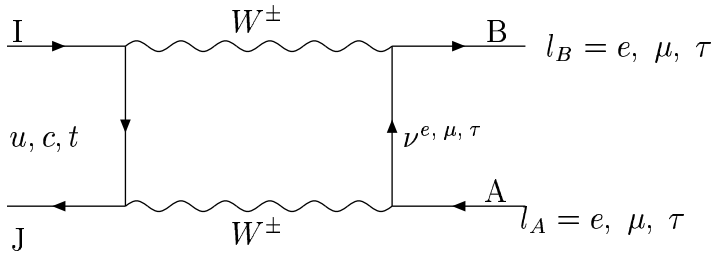
Obliczymy teraz wkłady do współczynników Wilsona w Modelu Standardowym. Musimy zatem obliczyć w tym modelu diagramy pudełkowe oraz pełne formfaktory składające się z poprawek wierzchołkowych i wkładów od energii własnych dolnych kwarków dla wierzchołków $\bar{d}_J d_I Z^0$.

Ponieważ pęd mezonu B^0, $q^2 = m_B^2 \sim 5$ GeV, jest bardzo mały w porównaniu z masami cząstek wymienianych w pętlach (M_W^2, m_t^2), wszędzie w obliczeniach można uwzględnić tylko zerowy wyraz rozwinięcia amplitudy w potęgach $\frac{p_{ext}}{M_W}$. W niektórych pętlach występują także lekkie kwarki c i u, ale zawsze towarzyszy im cząstka ciężka. Zatem wykorzystując unitarność macierzy V_{CKM} i kładąc masy lekkich kwarków równe zero, można wyrazić wszystkie wkłady przez masę kwarku top oraz bozon $W^\pm$. Powoduje to, że wszystkie całki pojawiające się przy obliczaniu diagramów wyrażają się przez funkcje C_0, B_0, B_0', D_0. Funkcje te podane są w Dodatku A. Przybliżenie to będzie stosowane podczas wszystkich obliczeń w tej pracy.

W Modelu Standardowym numerycznie ważny jest tylko jeden diagram pudełkowy - z wymianą bozonów $W^\pm$ w pętli, przedstawiony na rysunku poniżej:

Wkład do amplitudy pochodzący od tego diagramu z rysunku 3.6 jest dany przez

$$-i\mathcal{M}_{box} = \frac{-1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{1}{4M_W^2}\sum_{j=u,c,t} V_{jI}V_{jJ}^*\left(\frac{1}{1-x_j} + \frac{x_j \log x_j}{(1-x_j)^2}\right)(\bar{u}_B\gamma^\mu P_L v_A)(\bar{v}_J\gamma_\mu P_L u_I) \tag{3.46}$$



Rysunek 3.6: Diagram pudełkowy z wymianą $W^{\pm}$

gdzie $x_j = (m_j/M_W)^2$. Po wysumowaniu po j, wykorzystaniu własności unitarności macierzy V_{CKM} i zaniedbaniu mas lekkich kwarków, otrzymuje się:

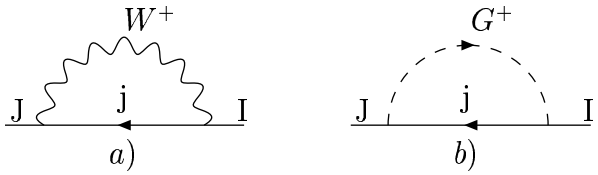
$$-i\mathcal{M}_{box} = \frac{-1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{1}{M_W^2} V_{tI}V_{tJ}^* \frac{x_t}{4}\left(\frac{1}{1-x_t} + \frac{\log x_t}{(1-x_t)^2}\right)(\bar{u}_B\gamma^\mu P_L v_A)(\bar{v}_J\gamma_\mu P_L u_I) \tag{3.47}$$

Diagram ten daje wkład tylko do jednego ze współczynników Wilsona:

$$C_{LL}^V = \frac{-1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{1}{M_W^2} V_{tI}V_{tJ}^* \frac{x_t}{4}\left(\frac{1}{1-x_t} + \frac{\log x_t}{(1-x_t)^2}\right) \tag{3.48}$$

Drugą grupę diagramów stanowią diagramy wierzchołkowe: diagram z wymianą Z^0, pseudoskalara i skalara w kanale s. W Modelu Standardowym odpowiada to wymianie Z^0, G^0 i Φ^0. Obecność diagramu z G^0 jest konieczna, aby amplituda była niezależna od cechowania bozonu Z^0 (patrz wzory (3.42) -(3.45)). Numerycznie jednak w cechowaniu Feynmanna z $\xi = 1$ w Modelu Standardowym wkłady diagramów z G^0 i Φ^0 są bardzo małe w porównaniu z wkładem Z^0 i diagramów pudełkowych (kilka rzędów wielkości mniejsze), toteż nie będą uwzględnione w poniższych wzorach. Wkład do diagramów wierzchołkowych zawiera więc tylko wkłady od wymiany Z^0. Analogiczny wkład od wymiany A^γ jest równy zero. Jak to zostało omówione w poprzednim rozdziale, diagramy z tej grupy dzielą się na diagramy zawierające poprawkę pętlową do wierzchołka i do propagatorów zewnętrznych kwarków.

W celu uwzględnienia tych ostatnich według wzoru (3.29), należy obliczyć wektorową część energii własnej kwarku. Wkłady do energii własnych pochodzą w Modelu Standardowym od $W^{\pm}$ i $G^{\pm}$.



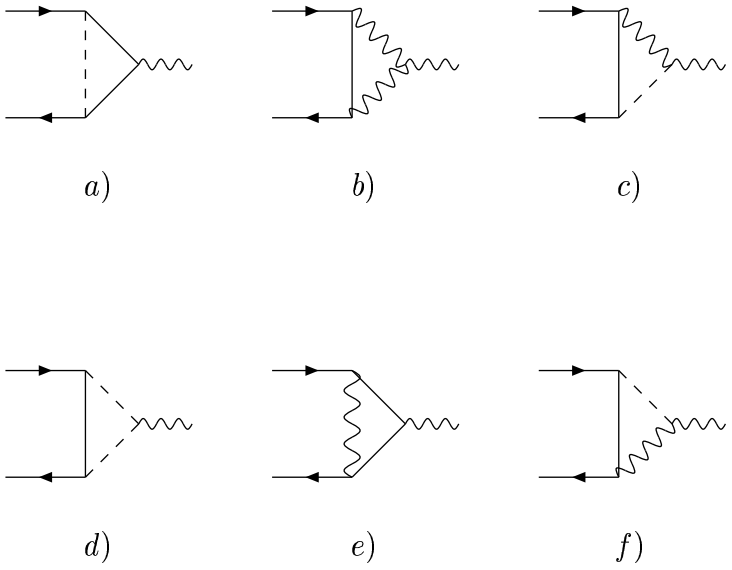
Rysunek 3.7: Energie własne dające wkład w Modelu Standardowym

Dla znikających pędów zewnętrznych i w granicy $m_{d_I} = 0$ tylko Σ_L jest niezerowe ($\Sigma_R \equiv 0$). Wkład $W^{\pm}$ daje:

$$\Sigma_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e^2}{2s_W^2} V_{jI}V_{jJ}^* \left[\eta + l_W + \frac{1}{2}\frac{x_j+1}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2}\log x_j\right] \tag{3.49}$$

natomiast od wymiany $G^{\pm}$ otrzymujemy:

$$\Sigma_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e^2}{4s_W^2} V_{jI}V_{jJ}^* x_j \left[-1 + \eta + l_W + \frac{1}{2}\frac{x_j+1}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2}\log x_j\right] \tag{3.50}$$



Rysunek 3.8: Diagramy wierzchołkowe w Modelu Standardowym

gdzie $l_W \equiv \log\left(M_W^2/Q^2\right)$ zawiera w sobie dowolną skalę renormalizacji Q a $\eta = \frac{2}{d-4} + \gamma_E - log4\pi$. Zależność od tej skali i od η kasuje się po wysumowaniu wkładów wszystkich kwarków w pętli dzięki unitarności macierzy V_{CKM}. Następnie obliczone zostaną wkłady do formfaktorów pochodzące od diagramów wierzchołkowych. Wszystkie dające wkład diagramy wierzchołkowe przedstawione są na rysunku (3.8) poniżej:

Zsumowany wkład diagramów diagramy $c)$ i $f)$ z rysunku (3.8) daje:

$$\Delta F_L^V = -\frac{1}{16\pi^2} 2e^2 V_{jI} V_{jJ}^* \left[\frac{x_j}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2}\log x_j\right] \tag{3.51}$$

Wkład diagramu $d)$ z rysunku (3.8) daje:

$$\Delta F_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{-e}{2s_W c_W}(1-2s_W^2)\frac{e^2}{4s_W^2} V_{jI} V_{jJ}^* x_j \left[\eta + l_W - \frac{1}{2} + \frac{x_j}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2}\log x_j\right] \tag{3.52}$$

natomiast diagram $a)$ z rysunku (3.8) daje:

$$\begin{aligned}\Delta F_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{-e}{2s_W c_W}\frac{e^2}{2s_W^2} V_{jI} V_{jJ}^* x_j \Bigg\{ &\frac{2}{3}s_W^2 \left[\eta + l_W + \frac{1}{2} - \frac{1}{1-x_j} - \frac{1}{(1-x_j)^2}\log x_j + \log x_j\right] \\ &+ (1-\frac{4}{3}s_W^2)\left[-\frac{x_j}{1-x_j} - \frac{x_j}{(1-x_j)^2}\log x_j\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{3.53}$$

Po dodaniu (3.52) i (3.53) oraz uwzględniając (3.50) według (3.30) otrzymujemy pełny wkład bozonu Goldstona $G^{\pm}$ do wierzchołka efektywnego:

$$(\Delta\widehat{F}_L^V)_G = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e^2}{4s_W^2} V_{tI} V_{tJ}^* \left[\frac{2x_t^2}{1-x_t} + \frac{2x_t^2}{(1-x_t)^2}\log x_t\right] \tag{3.54}$$

Teraz pozostały do obliczenia jeszcze wkłady od wymiany bozonów $W^{\pm}$. Diagram $b)$ z rysunku (3.8) daje:

$$\Delta F_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{-e}{2s_W c_W}\frac{3e^2c_W^2}{s_W^2}V_{jI}V_{jJ}^*\left[\eta + l_W + \frac{1}{6} + \frac{x_j}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2}\log x_j\right] \tag{3.55}$$

diagram $e)$ z rysunku (3.8)daje:

$$\Delta F_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e}{2s_W c_W}\frac{e^2}{2s_W^2}V_{jI}V_{jJ}^*\left\{(1-\frac{4}{3}s_W^2)\left[\eta + l_W + \frac{3}{2} - \frac{1}{1-x_j} - \frac{1}{(1-x_j)^2}\log x_j + \log x_j\right]\right.$$
$$\left. + \frac{8}{3}s_W^2\left[-\frac{x_j}{1-x_j} - \frac{x_j}{(1-x_j)^2}\log x_j\right]\right\} \tag{3.56}$$

Dodając (3.51), (3.55), (3.56) i uwzględniając (3.49) zgodnie z (3.30) otrzymujemy wkład bozonu $W^{\pm}$ do efektywnego wierzchołka:

$$(\widehat{F}_L)_W = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e^2}{2s_W^2}\frac{1}{2s_W c_W}V_{tI}V_{tJ}^*\left[-\frac{6x_t}{1-x_t} - \frac{2x_t+4x_t^2}{(1-x_t)^2}\log x_t\right] \tag{3.57}$$

Następnie, dodając (3.54)i (3.57) otrzymujemy pełny wkład do wierzchołka efektywnego. Po wysumowaniu po j (czyli po kwarkach górnych), wykorzystaniu unitarności macierzy V_{CKM} i zaniedbaniu mas kwarków u, c otrzymujemy

$$\widehat{F}_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e}{2s_W c_W}\frac{e^2}{2s_W^2}V_{tI}V_{tJ}^* x_t\left[\frac{x_t-6}{1-x_t} - \frac{3x_t+2}{(1-x_t)^2}\log x_t\right] \tag{3.58}$$

Korzystając ze wzorów (3.2 - 3.9) znajdujemy kombinację współczynników Wilsona wchodzącą we wzór (3.24) na współczynnik a (w Modelu Standardowym $b = 0$):

$$C_{LL}^V - C_{LR}^V = -\frac{1}{16\pi^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4\frac{1}{m_W^2}V_{tI}V_{tJ}^*\frac{x_t}{8}\left[\frac{x_t-6}{1-x_t} - \frac{3x_t+2}{(1-x_t)^2}\log x_t\right] \tag{3.59}$$

Po dodaniu do C_{LL}^V wkładu od diagramu pudełkowego otrzymujemy ostatecznie wynik dla stosunku rozgałęzień rozpadu $B_{s,d}^0 \to \bar{\mu}\mu$ w Modelu Standardowym:

$$Br(B_s^0 \to \bar{l}l) = \tau(B_s)\left[\frac{G_F\alpha}{4\pi s_W^2}\right]^2\frac{f_{B_s}^2 m_l^2 M_{B_s}}{\pi}|V_{tb}^*V_{ts}|^2\sqrt{1-4\frac{m_l^2}{M_{B_s}^2}}Y_0^2(x_t) \tag{3.60}$$

gdzie:

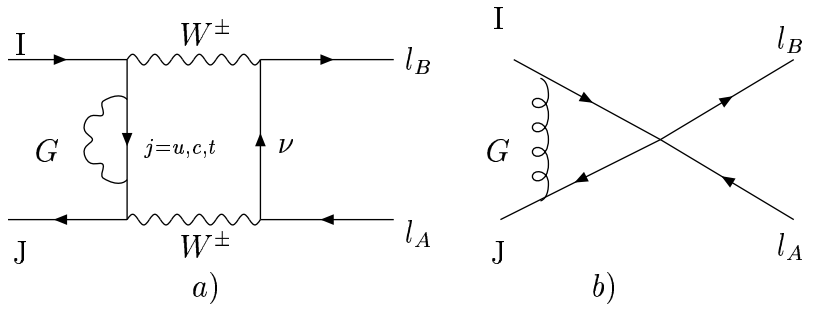
$$Y_0(x_t) = -\frac{x_t}{8}\left[\frac{x_t-4}{x_t-1} + \frac{3x_t}{(x_t-1)^2}\log x_t\right] \tag{3.61}$$

i skorzystaliśmy z drzewowego związku (2.41) aby wyrazić ten wynik przez stałą Fermiego G_F. Powyższy wzór nie uwzględnia poprawek wyższego rzędu w silnej stałej sprzężenia α_s.

3.4 Poprawki QCD

Ponieważ $m_b \ll M_W$, w procesie rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$ występują dwie bardzo różne skale masowe: skala hadronowa, rzędu masy mezonu B^0 i skala związana z ciężkimi cząstkami 'pełnej' teorii. Podejście poprzez teorię efektywną umożliwi rozdzielenie tych skal i obliczenie poprawek QCD.

Jak to zostało omówione w podrozdziale 2.4, wyznaczanie współczynników Wilsona odbywa się przez porównanie amplitudy obliczonej przy dowolnej skali $\mu < M_Z$ w teorii pełnej i w teorii efektywnej. W rozdziale 3.3 przeprowadziliśmy tę procedurę w jednej pętli dla procesu $B^0 \to \bar{l}l$ w Modelu Standardowym. Rachunek jednopętlowy nie uwzględnia jednak poprawek wyższego rzędu w silnej stałej sprzężenia α_s. Aby je uwzględnić, oblicza się poprawki QCD do amplitud obliczonych w najniższym rzędzie w oddziaływaniach słabych



Rysunek 3.9: Przykład poprawek QCD w teorii pełnej - $a)$ i efektywnej - $b)$

w teorii pełnej i efektywnej. Przykładowe diagramy tego typu przedstawione są na rysunku (3.9). Porównując wkłady z poprawkami QCD w teorii pełnej i efektywnej można odczytać, jak należy zmodyfikować o wkład rzędu α_S obliczone w najniższym rzędzie (tak jak w rozdziale 3.3) współczynniki Wilsona, by teoria efektywna odtwarzała amplitudę obliczoną w teorii pełnej. Wspomniane wyżej rozdzielenie skal polega na tym, że pojawiające się w poprawkach silnych wkłady rzędu $\alpha_S \log \frac{\mu}{m_b}$ są takie same w teorii pełnej i efektywnej i skracają się przy porównaniu. Tak więc aby odtworzyć w teorii efektywnej amplitudę otrzymaną w pełnej teorii po dodaniu poprawek QCD trzeba dodać do znalezionych w najniższym rzędzie współczynników Wilsona $C^X_{L,R}$ poprawki $\Delta C^X_{L,R} \sim \alpha_S \log \frac{M_W}{\mu}$, które są małe, gdy $\mu \sim M_W$. Dla współczynników Wilsona dających wkład do rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$ pojawiających się w Modelu Standardowym rachunek ten został wykonany w pracy [31]. Aby uwzględnić te poprawki do $C^V_{LR} - C^V_{LL}$, do funkcji $Y_0(x_t)$ należy dodać następny wyraz rozwinięcia:

$$Y(x_t) = Y_0(x_t) + \frac{\alpha_S}{4\pi} Y_1(x_t) \tag{3.62}$$

gdzie teraz $x_t = \frac{\bar{m}_t^2(m_t^2)}{M_W^2}$ ($\bar{m}_t(\mu)$ jest biegnącą masą w schemacie $\overline{MS}$) a funkcja $Y_1(x_t)$ zawiera poprawki QCD. Funkcja $Y(x_t)$ może być teraz przybliżona jako: $Y(x_t) = \eta_Y Y_0(x_t)$, gdzie czynnik $\eta_Y = 1.026$ uwzględnia poprawki wyższego rzędu w w silnej stałej sprzężenia α_s. Numeryczne rezultaty uwzględnienia poprawek QCD, gdy m_t jest znormalizowane przy skali $\mu = m_t$, można przedstawić jako [27]:

$$Y(x_t) = 0.997 \left[\frac{\bar{m}_t(m_t)}{166GeV} \right]^{1.55} \tag{3.63}$$

gdzie $\bar{m}_t(m_t) = 166$ GeV odpowiada $m_t^{fiz} \approx 175$ GeV. Po uwzględnieniu poprawek rzędu α_S do współczynników Wilsona, w teorii efektywnej pozostaną jedynie poprawki zawierające $\log(\frac{m_b}{M_W})$, czyli poprawki QCD związane ze skalą procesów hadronowych. W wyższych rzędach rachunku zaburzeń poprawki te prowadzą do pojawiania się czynników $\left(\alpha_S \log \frac{m_b}{M_W}\right)^n$ i muszą być zsumowane przy pomocy metod grupy renormalizacji. Sumowanie to polega na rozwiązaniu równania różniczkowych postaci (patrz np. [28]):

$$\frac{d}{dt} C_x(t) = \gamma_x(\alpha_S(t)) C_x(t), \qquad t \equiv \frac{1}{16\pi^2} \log \frac{M_Z}{\mu} \tag{3.64}$$

dla współczynników Wilsona z warunkami początkowymi danymi przez te współczynniki obliczone przy skali M_Z. Prawa strona tych równań zawiera tzw. wymiary anomalne operatorów. Jednakże, z punktu widzenia QCD, operatory dające wkład do $B^0 \to \bar{l}l$ są albo prądami aksjalnymi generującymi chiralną symetrię $SU_L(N_f) \times SU_R(N_f)$ zachowanymi dla $m_q \sim 0$, albo prądami pseudoskalarnymi. Wymiary anomalne operatorów zachowanych są równe zero. Zatem dla czterech pierwszych operatorów (3.2 - 3.5) $C^X(\mu_{hadr}) = C^X(M_W)$. Z kolei współczynniki Wilsona operatorów skalarnych lub pseudoskalarnych zawierają zawsze czynnik $\bar{m}_b(\mu \sim M_Z)$, gdzie $\bar{m}_b(\mu)$ jest biegnącą masą w schemacie $\overline{MS}$. Jest tak w przypadku, gdy operatory te są generowane przez wkłady do formfaktorów $\widehat{F}^{S,P}_{L,R}$ pochodzące od rozszerzonego sektora Higgsa [27]

(patrz rozdział 5). Okazuje się też być to prawdą dla dominującej części wkładów do $\widehat{F}^{S,P}_{L,R}$ pochodzących od cząstek supersymetrycznych (rozdziały 6 i 7). Czynnik $\bar{m}_b(\mu)$ można włączyć do operatora O^S. Wówczas cała ewolucja operatorów (zatem i współczynników Wilsona) sprowadza się do położenia zamiast $m_b(M_Z)$ masy $m_b(m_{hadr}) \sim m_{fiz}$. Ponieważ w końcowych wzorach kładziemy $m_b = m_b^{fiz} \approx m_b(\mu_{hadr})$, więc poprawki QCD w wiodącym rzędzie są w ten sposób automatycznie uwzględniane.

W Modelu Standardowym uwzględniając wiodące poprawki QCD otrzymujemy zatem:

$$Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu) = 3.61 \times 10^{-6} \left(\frac{\alpha}{s_W^2}\right)^2 \left[\frac{\tau(B_s)}{1.54ps}\right] \left[\frac{f_{B_S}}{245MeV}\right]^2 \left[\frac{|V_{ts}|}{0.040}\right]^2 \left[\frac{\bar{m}_t(m_t)}{166GeV}\right]^{3.12} \tag{3.65}$$

Dla $\alpha(M_Z) \sim 1/128$ i $s_W^2 = \bar{s}_W(\mu \sim M_Z) = 0.2315$ $\left(\frac{\alpha}{s_W^2}\right)^2 \sim 1.14 \times 10^{-3}$ co daje

$$Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu) = 4.1 \times 10^{-9} \left[\frac{\tau(B_s)}{1.54ps}\right] \left[\frac{f_{B_S}}{245MeV}\right]^2 \left[\frac{|V_{ts}|}{0.040}\right]^2 \left[\frac{\bar{m}_t(m_t)}{166GeV}\right]^{3.12} \tag{3.66}$$

Rozdział 4

MSSM

4.1 Supersymetria i problem hierarchii

Jak było wspomniane we wstępie, Model Standardowy nie jest zapewne pełną teorią (gdyż np. nie uwzględnia grawitacji). Istnieją więc powody, aby spodziewać się, że jest to teoria efektywna będąca niskoenergetycznym przybliżeniem jakiejś teorii fundamentalnej. Z drugiej strony, próby bezpośredniego zanurzenia Modelu Standardowego w jakąs teorię GUT, lub próba budowy kwantowej teorii grawitacji z Modelem Standardowym jako częścią opisującą oddziaływania silne i elektrosłabe są utrudnione z powodu tzw. problemu hierarchii [7], [12].

Jeżeli Model Standardowy jest teorią efektywną dla teorii opisującej fizykę np. do skali $E \sim 10^{16}$ GeV, to jego parametry, w szczególności parametr m_H^2 pojawiający się w lagranżjanie 2.5, można obliczyć w terminach parametrów bardziej fundamentalnej teorii. Teoria ta musi zawierać w sobie parametry masowe M rzędu skali Plancka M_{Planck} czy M_{GUT}. Obliczając $(m_H^2)_{SM}$ dla Modelu Standardowego otrzymujemy wówczas naturalnie związek postaci:

$$(m_H^2)_S M = (m_H^2)_{GUT} + \frac{\alpha}{4\pi} M_{GUT}^2 \times (...) + ... \tag{4.1}$$

w którym $(m_H^2)_{GUT}$ jest parametrem grającym rolę (m_H^2) w lagranżjanie teorii fundamentalnej $\mathcal{L}_{GUT}$, natomiast następny wyraz reprezentuje poprawki wyższych rzędów do tej relacji. Widać stąd, że aby otrzymać $(m_H^2)_{SM} \sim (100\text{GeV})^2$, trzeba rząd po rzędzie odpowiednio dopasowywać parametry $\mathcal{L}_{GUT}$ z precyzją rzędu $\sim 1 : 10^{30}$. Sygnałem istnienia tego problemu jest w samym Modelu Standardowym (rozpatrywanym jako teoria z obcięciem ultrafioletowym Λ) fakt, że poprawki radiacyjne do masy pola skalarnego są kwadratowo rozbieżne: oznacza to, że naturalną skalą dla masy pola skalarnego jest wtedy Λ, gdzie Λ (parametr obcięcia) jest skalą energetyczną rzędu M_{Planck} czy M_{GUT}. Z drugiej strony wiadomo, że aby wprowadzenie tego pola prowadziło do poprawnej teorii elektrosłabej, masa tego pola musi być $\leq$ 1TeV. To wymaga, aby w teorii zachodziło bardzo dokładne kasowanie się poprawek radiacyjnych, zależne od parametrów teorii. Model Standardowy nie posiada w sobie takiego mechanizmu. Niestabilność masy pola Higgsa ze względu na poprawki oznacza w zasadzie niestabilność skali elektrosłabej. Jeżeli jednak zapewni się systematyczne kasowanie się rozbieżności kwadratowych, będzie to oznaczało, że w ramach pełnej teorii kasują się poprawki do $(m_H^2)_{GUT}$ proporcjonalne do M_{Planck}^2 czy M_{GUT}^2.

Teorią zapewniającą systematyczne kasowanie się tych poprawek jest supersymetria. Rozwiazuje ona problem hierarchii w nastepujący sposób: wprowadzona zostaje nowa symetria, która przeprowadza bozony w fermiony i odwrotnie (supersymetria). Podwaja to liczbę cząstek: wszystkim cząstkom z Modelu Standardowego odpowiadają cząstki o tych samych liczbach kwantowych wzgledem grupy cechowania i tych samych masach, ale różniące się spinem o $\frac{1}{2}$. Każdemu fermionowi Diraca odpowiadają dwa pola skalarne.

Przedstawimy teraz na prostym przykładzie, w jaki sposób działa w supersymetrii mechanizm kasowania się rozbieżności kwadratowych. Rozważmy lagranżjan oddziaływania:

$$\mathcal{L} = -\lambda \chi^c \chi H - \lambda^* \bar{\chi}^c \bar{\chi} H^* \equiv -\lambda \bar{\Psi} P_L \Psi H - \lambda^* \bar{\Psi} P_R \Psi H^* \tag{4.2}$$

Podobnie więc jak w Modelu Standardowym, w lagranżjanie tym występują fermiony Weyla χ oraz χ^c tak, że razem mamy masywny spinor Diraca: $\Psi = \begin{bmatrix} \chi \\ \bar{\chi}^c \end{bmatrix}$ oraz pole skalarne H. Poprawka do masy tego pola obliczona w takiej teorii:

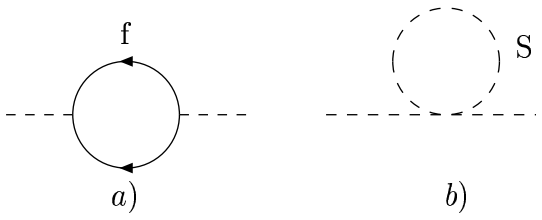
$$\begin{aligned} -i\Sigma_H^{(\Psi)} &= -\frac{i}{(2\pi)^4}|\lambda|^2(-)^F \int \frac{i\,\mathrm{d}^4k\; Tr\left[(\not{k}+\not{p}+m)P_L((\not{k}+m)P_R\right]}{(k^2-m^2)((k+p)^2-m^2)} \\ &= \frac{-2\cdot i}{(2\pi)^4}|\lambda|^2(-)^F \int \frac{i\,\mathrm{d}^4k}{(k^2-m^2)} + \text{człony zawierające rozbieżność logarytmiczną} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Jeżeli wprowadzimy teraz dodatkowe pola: skalary S i S^c, sprzęgające się do skalara H w następujący sposób:

$$\mathcal{L} = -\lambda_S|S|^2|H|^2 - \lambda_{S_c}|S_c|^2|H|^2 \tag{4.4}$$

to również one wniosą poprawkę pętlową do masy H:

$$-i\Sigma_H^{(S)} = -\frac{i\lambda_S}{(2\pi)^4}\int \frac{i\,\mathrm{d}^4k}{(k^2-M_S^2)} \tag{4.5}$$



Rysunek 4.1: Poprawki do masy skalara

Widać, że jeżeli są dwa pola skalarne, S i S^c z tym samym sprzężeniem $\lambda_S = \lambda_{S_c}$ do H, to dla $\lambda_S = |\lambda|^2$ rozbieżność kwadratowa się kasuje. Widać, że kasowanie wymaga takiej samej liczby stopni swobody fermionowych i bozonowych. (χ i χ^c mają po dwa stopnie swobody fermionowe, S i S^c po dwa stopnie swobody bozonowe).

Aby systematyczne kasowanie się rozbieżności mogło zachodzić także w wyższych rzędach, musi być za nie odpowiedzialna jakaś symetria. Jest to własnie supersymetria, która przeprowadza bozony w fermionyni odwrotnie. Kasowanie się rozbieżności w wyniku opisanego powyżej mechanizmu można zrozumieć następująco: jak wiadomo, poprawki do mas fermionów są zawsze proporcjonalne do samej masy fermionu, gdyż w przypadku $m = 0$ mamy symetrię chiralną, $\chi \to e^{i\phi}\chi, \quad \chi^c \to e^{i\phi'}\chi^c, \quad \phi' \neq \phi$, zabraniającą w ogóle pojawiania się masy fermionu. Zatem poprawka do masy fermionu musi być do tej masy proporcjonalna, co zapewnia "stabilność" masy. Supersymetrię można więc rozumieć jako rozciągnięcie symetrii chiralnej także na bozony.

Związek między stałymi sprzężenia jest warunkiem koniecznym kasowania się rozbieżności kwadratowych. Z wykonanego powyżej rachunku wynika również, że na kasowanie się rozbieżności kwadratowych nie ma wpływu masa superpartnerów pól z lagranżjanu (4.2) - czyli S i S^c; mogą one nawet mieć masy M_S i M_{S^c} różniące się między sobą i różne od masy fermionów m. Co więcej, gdyby do (4.4) dodać jeszcze sprzężenie typu $gHSS^c$, to spowodowałoby ono również tylko rozbieżność logarytmiczną.

Z tego samego rachunku widać, że poprawka do masy skalara H jest wówczas rzędu:

$$\Sigma_H \sim \Delta M_H^2 \sim \frac{1}{16\pi^2}|\lambda|^2(2m^2 - M_S^2 - M_{S^c}^2)\times(...) + \frac{1}{16\pi^2}|g|^2\times(...) \tag{4.6}$$

Jeżeli więc poprawka ma nie zaburzać skali elektrosłabej, czyli ma dawać $\Delta M_H^2 \sim (100\text{GeV})^2$, to wprowadza to górne ograniczenie na masy superpartnerów: cząstki te nie mogą być cięższe niż $\mathcal{O}(1\text{TeV})$. Zatem jeżeli supersymetria ma rozwiązywać problem hierarchii, to skalary odpowiadające znanym fermionom powinny mieć masy rzędu $\mathcal{O}(1\text{TeV})$. Oznacza to, że dla takich skal energii Model Standardowy powinien być zastąpiony przez teorię supersymetryczną.

Dopisanie do lagranżjanu teorii supersymetrycznej wyrazów z dowolnymi masami M_S i M_{S^c} oraz sprzężenia $gHSS^c$ jest tym, co nazywamy miękkim łamaniem supersymetrii. Lagranżjan interesującej fenomenologicznie teorii supersymetrycznej ma więc postać:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{soft} \tag{4.7}$$

gdzie $\mathcal{L}_{SUSY}$ jest niezmiennicze ze wzgledu na supersymetrię, a $\mathcal{L}_{soft}$ łamie supersymetrię, ale zawiera tylko wyrazy masowe dla skalarów i trójliniowe sprzężenia o dodatnim wymiarze masy [18]. Można teraz przedstawiony powyżej przykład powiązać z własnościami modelu supersymetrycznego: pola S i S^c to pola tzw. partnerów supersymetrycznych pól χ i χ^c. Doświadczenie nie wykazało istnienia cząstek skalarnych o masach rzędu mas fermionów, cząstki supersymetryczne muszą więc mieć większe masy ($M_S > m$) - będące poza zasięgiem dotychczasowych akceleratorów, parametryzowane przez skalę łamania supersymetrii m_{soft}. Sugeruje to, że supersymetria rzeczywiście jest miękko łamana.

Warto w tym miejscu wspomnieć, że ostatnie eksperymenty neutrinowe (badanie oscylacji neutrin) zapewne wskazują na istnienie nowej skali energetycznej $\sim 10^{14}$ GeV. Upewnia nas to w przekonaniu, że problem hierarchii jest rzeczywisty. Musi być więc w jakiś sposób rozwiązany. Supersymetria jest obecnie jedyną teorią rozwiązującą ten problem.

Istotne jest także to, że supersymetria ma duże znaczenie dla bardziej fundamentalnych teorii. Obecnie wydaje się, że jedyną spójną teorią oddziaływań fundamentalnych jest teoria superstrun, dla której istnienie supersymetrii jest konieczne. Ponadto, supersymetria wprowadzona przy skalach energii 100 GeV - 1 TeV przywraca unifikację stałych sprzężenia [14].

4.2 Ogólna struktura MSSM

Minimalny Supersymetryczny Model Standardowy jest modelem z grupą cechowania $SU(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$. Oprócz pól opisywanych przez SM pojawiają się w nim nowe pola: wszystkim polom z SM odpowiadają pola o tych samych liczbach kwantowych względem grupy cechowania i spinach różniących się o $\frac{1}{2}$: fermionom materii odpowiadaja skalary, bozonom cechowania odpowiadają fermiony cechowania itd. W tej teorii występują więc bozony i fermiony cechowania (tzw. gaugina) oraz pola materii: fermiony i skalary (skwarki i sleptony).

Ponadto supersymetria wymaga parzystej liczby dubletów Higgsa (i ich partnerów - higgsin), więc mamy ich co najmniej dwa. Większa liczba dubletów (4,6 itd.) psułaby jednak unifikację stałych sprzężenia g, g' i g_S.

Ściśle supersymetryczna część lagranżjanu, $\mathcal{L}_{MSSM}$, jest jednoznacznie wyznaczana przez grupę cechowania, zestaw pól i superpotencjał. Oddziaływania pól materii wyprowadza się z superpotencjału - funkcji wielomianowej pól skalarnych. Superpotencjał zawiera tylko pola skalarne - nie zawiera ich sprzężeń zespolonych (funkcja holomorficzna). Z takiego superpotencjału nie można otrzymać mas dla wszystkich fermionów przy pomocy jednego dubletu Higgsa - potrzebne są dwa, o przeciwnych hiperładunkach. Supersymetria nie pozwala na sprzęganie każdego z nich do obu typów kwarków, zatem automatycznie zapewnia brak prądów neutralnych zmieniających zapach na poziomie drzewowym w sektorze Yukawy (patrz dyskusja w rozdziale drugim). Superpotencjał dla MSSM ma postać:

$$W = Y_l \hat{H}^d \hat{L} \hat{E}^c + Y_d \hat{H}^d \hat{Q} \hat{D}^c + Y_u \hat{H}^u \hat{Q} \hat{U}^c + \mu \hat{H}^d \hat{H}^u \tag{4.8}$$

Jak było to omówione na początku tego rozdziału, przy dyskutowaniu problemu hierarchii, lagranżjan teorii supersymetrycznej zawiera część niezmienniczą ze względu na supersymetrię oraz część miękko ją łamiącą. Część miękko łamiąca w Minimalmym Supersymetrycznym Modelu Standardowym zawiera masy gaugin,

wkłady do mas skalarów łamiące supersymetrię (masy sfermionów i bozonów Higgsa) i trójliniowe sprzężenia pól skalarnych:

$$L_{soft} = L_{soft}^{gaug} + L_{soft}^{skalar} + L_{soft}^{Yuk} \tag{4.9}$$

$$L_{soft}^{gaug} = \frac{1}{2}\left[M_1\tilde{B}\tilde{B} + M_2\tilde{W}^a\tilde{W}^a + M_3\tilde{G}^a\tilde{G}^a + h.c.\right] \tag{4.10}$$

gdzie przez $\tilde{B}$ i $\tilde{W}^a$ oznaczone są pola superpartnerów bozonów cechowania odpowiadającycg grupie $U_Y(1)$ i $SU_L(2)$ z wyjściowego lagranżjanu MSSM (przed złamaniem symetrii cechowania), zaś przez $\tilde{G}^a$ - pola gluin.

$$\begin{aligned} L_{soft}^{skalar} &= -U^{c\,A\dagger}(m_U^2)^{AB}U^{c\,B} - D^{c\,A\dagger}(m_D^2)^{AB}D^{c\,B} - Q^{A\dagger}(m_Q^2)^{AB}Q^B \\ &\quad - L^{A\dagger}(m_L^2)^{AB}L^B - E^{c\,A\dagger}(m_E^2)^{AB}E^{c\,B} - m_{H^u}^2H^{u\dagger}H^u - m_{H^d}^2H^{d\dagger}H^d \end{aligned} \tag{4.11}$$

Macierze $m^2_{U,D,E,Q,L}$ są hermitowskie.

$$L_{soft}^{Yuk} = m_3^2H^uH^d + A_U^{AB}H^uQ^AU^B + A_D^{AB}H^dQ^AD^B + A_E^{AB}H^dL^AE^B + H.c. \tag{4.12}$$

Macierze $A_{U,D,E}$ są dowolnymi macierzami zespolonymi. Zwykle zakłada się, że $A_U^{AB} = A_uY_u^{AB}$ itd.

Potencjał dla dwu dubletów Higgsa gdy

$$(m_{H^u}^2 + \mu^2) + (m_{H^d}^2 + \mu^2) > 2m_3^2 \tag{4.13}$$

$$(m_{H^u}^2 + \mu^2) + (m_{H^d}^2 + \mu^2) < 2m_3^4 \tag{4.14}$$

ma minimum takie, że

$$< H^u >= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_2}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad < H^d >= \begin{bmatrix} \frac{v_1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

i w ten sposób jest złamana symetria elektrosłaba.

Lagranżjan otrzymany po odpowiednim przesunięciu pól Higgsa jest bardzo skomplikowany. W najogólniejszej postaci został on podany w pracy [44], gdzie podane są także kompletne reguły Feynmanna z niego wynikające. Tu ograniczymy się jedynie do przytoczenia kilku ważnych dla dalszych rozważań punktów.

4.3 Sektor Higgsa

Oprócz bozonów Goldstona $G^\pm$ i G^0 mamy pięć fizycznych pól skalarnych - stanów własnych masy: h^0, H^0, A^0, $H^\pm$, których związek z wyjściowym dubletem jest taki, jak w rozdziale drugim (wzory 2.37 i 2.38). Będziemy tu używać zwartej notacji wprowadzonej w rozdziale drugim, w której:

$$H_i^0 \quad , \quad i = 1,2 \quad \text{oznacza} \quad H^0, \quad h^0 \tag{4.16}$$

$$H_{i+2}^0 \quad , \quad i = 1,2 \quad \text{oznacza} \quad A^0, \quad G^0 \tag{4.17}$$

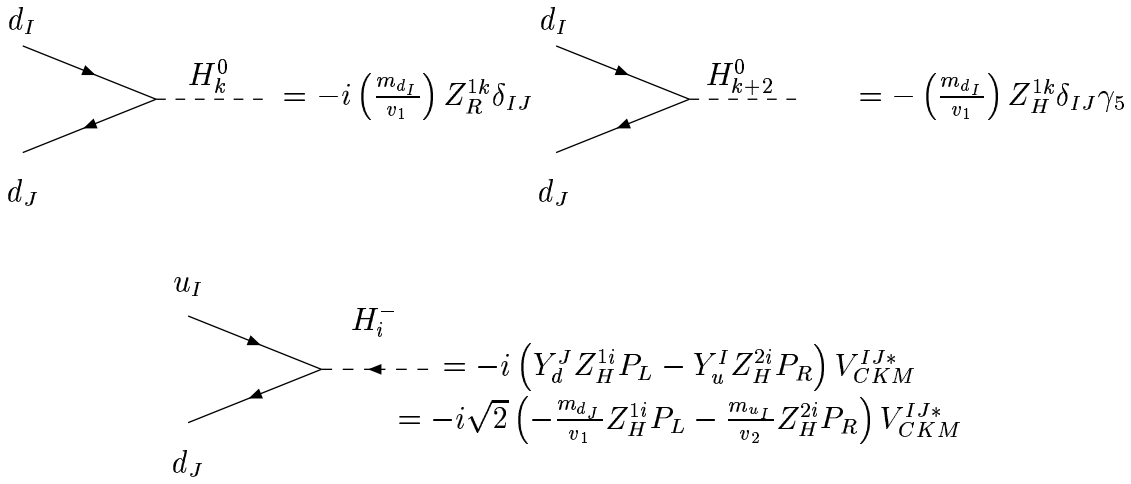
$$H_i^\pm \quad , \quad i = 1,2 \quad \text{oznacza} \quad H^\pm, \quad G^\pm \tag{4.18}$$

Cały sektor Higgsa MSSM sparametryzować można przy użyciu dwóch parametrów: M_{H^+} (lub M_{A^0}) i $\tan\beta$. Na poziomie drzewowym spełnione są następujące relacje:

$$M_{h^0}^2 < M_Z^2\cos^2 2\beta, \quad M_{A^0}^2 + M_W^2 = M_{H^+}^2 \tag{4.19}$$

Poprawki do masy skalara Higgsa mogą być duże [37], [39]. Są one uwzględnione w obliczeniach w tzw. przybliżeniu EPA tzn. potencjału efektywnego [38].

Ważnym parametrem sektora Higgsa jest stosunek średnich próżniowych: $v_2/v_1 \equiv \tan\beta$ pojawiający się między innymi w sprzężeniach Yukawy bozonów Higgsa do fermionów. Przykładowe sprzężenia tego typu są podane poniżej:



Rysunek 4.2: Sprzężenia potencjalnie wzmocnione przez $\tan\beta$

Ponieważ $\frac{1}{v_1} = \frac{e}{2s_W M_W}\sqrt{1+\tan\beta^2}$, widać, że dla dużego $\tan\beta$ ulegają wzmocnieniu w stosunku do Modelu Standardowego sprzężenia neutralnych skalarów Higgsa oraz pseudoskalara A^0 do leptonów i kwarków typu dolnego, które są właśnie najważniejsze dla procesu $B^0 \to \bar{l}l$. Ponadto wzmocnieniu ulega lewa część sprzężenia H^+ do pary kwarków tb. Będą one przyczyną dużych wkładów do amplitudy dla dużych wartości $\tan\beta$, $\tan\beta \sim 50$.

4.4 Sektor skwarków

Drugim ważnym sektorem jest sektor skwarków. Ponieważ wyrazy masowe są w ogólności niediagonalne, skwarki tego samego typu ale różnych generacji mieszają się między sobą. Ponadto, gdy złamana zostaje symetria elektrosłaba, trójliniowe sprzężenia prowadzą do mieszania sfermionów będących partnerami lewoskrętnych i prawoskrętnych kwarków. W efekcie powstają macierze mas 6×6 mieszajace wszystkie skwarki o danym ładunku elektrycznym. Obracając pola skwarków tak samo jak pola odpowiednich kwarków (wzory 2.13, 2.14) uzyskuje się macierze mas sfermionów w tzw. bazie super KM. Mają one wówczas postać[44]:

$$\mathcal{M}_U^2 = \begin{bmatrix} \left(\mathcal{M}_U^2\right)_{LL} & \left(\mathcal{M}_U^2\right)_{LR} \\ \left(\mathcal{M}_U^2\right)_{RL} & \left(\mathcal{M}_U^2\right)_{RR} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} Km_Q^2K^\dagger + m_u^2 + D_L^u & -m_u\mu\cot\beta - \frac{v_2}{\sqrt{2}}A_U^\star \\ -m_u\mu^\star\cot\beta - \frac{v_2}{\sqrt{2}}(A_U)^T & (m_U^2)^T + m_u^2 + D_R^u \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

$$\mathcal{M}_D^2 = \begin{bmatrix} \left(\mathcal{M}_D^2\right)_{LL} & \left(\mathcal{M}_D^2\right)_{LR} \\ \left(\mathcal{M}_D^2\right)_{RL} & \left(\mathcal{M}_D^2\right)_{RR} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} (m_Q^2)^T + m_d^2 + D_L^d & -m_d\mu^\star\tan\beta + \frac{v_1}{\sqrt{2}}A_D \\ -m_d\mu\tan\beta + \frac{v_1}{\sqrt{2}}A_D^\dagger & m_D^2 + m_d^2 + D_R^d \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

gdzie $D_{L,R}^{u,d}$ są czynnikami proporcjonalnymi do macierzy jednostkowej 3×3, a m_u oraz m_d - diagonalnymi macierzami mas kwarków (nie wprowadzającymi mieszania między generacjami). Natomiast hermitowskie macierze m_Q^2, m_D^2, m_U^2 a także dowolne macierze zespolone A_U i A_D mogą być niediagonalne w zapachach i prowadzić w ten sposób do pojawiania się prądów neutralnych zmieniających zapach.

Drugim krokiem w procesie diagonalizacji jest podziałanie na $\mathcal{M}^2_{\tilde{U},\tilde{D}}$ transformacjami unitarnymi:

$$(\mathcal{M}^2_{\tilde{U}})_{diag} = Z_U^\dagger \mathcal{M}^2_{\tilde{U}} Z_U \qquad (\mathcal{M}^2_{\tilde{D}})_{diag} = Z_D^\dagger \mathcal{M}^2_{\tilde{D}} Z_D \tag{4.22}$$

gdzie $Z_{D,U}$ są macierzami unitarnymi 6×6. Otrzymane macierze 6×6 są już diagonalne i na diagonali zawierają fizyczne masy sfermionów. Mieszanie generacji pojawia się natomiast za pośrednictwem macierzy Z_U i Z_D w wierzchołkach oddziaływania takich jak np. kwark - skwark - gluino itp.

Sektor sleptonów ma bardzo podobną postać, ale już nie wypisujemy wzorów.

4.5 Sektor chargin, neutralin i gluin

Po złamaniu symetrii cechowania cząstki będące supersymetrycznymi partnerami dubletów Higgsa i bozonów cechowania, czyli tzw. higgsina i elektrosłabe gaugina mające ten sam ładunek elektryczny mogą się mieszać. Neutralne higgsina i neutralne gaugina tworzą cztery neutralne stany własne masy zwane neutralinami. Naładowane higgsina i naładowane gaugina tworzą dwa stany własne masy o ładunkach ± 1 zwane charginami. Przytoczymy tu za [44] przydatne wzory:

$$\mathcal{L}_{charg,m} = -\frac{1}{2}(\Psi^\pm)^T M_\kappa \Psi^\pm \tag{4.23}$$

gdzie:

$$\Psi^\pm = \left[-i\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, -i\tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-\right] = \left[\kappa^+, \kappa^-\right] \tag{4.24}$$

Macierz masowa dla tych czterech naładowanych dwukomponentowych pól Weyla ma postać:

$$M_\kappa = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X^T} \\ \mathbf{X} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W \sin\beta \\ \sqrt{2}M_W \cos\beta & \mu \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Stany własne masy chargin są związane ze stanami własnymi cechowania przez dwie macierze unitarne 2×2.

$$\begin{bmatrix} \tilde{W}^+ \\ \tilde{H}_u^+ \end{bmatrix} = Z_+ \begin{bmatrix} \kappa_1^+ \\ \kappa_2^+ \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \tilde{W}^- \\ \tilde{H}_d^+ \end{bmatrix} = Z_- \begin{bmatrix} \kappa_1^- \\ \kappa_2^- \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

Macierze te diagonalizują M_κ:

$$(M_\kappa)_{diag} = Z_-^T M_\kappa Z_+, \qquad (M_\kappa)_{diag} = \begin{bmatrix} m_{\kappa_1} & 0 \\ 0 & m_{\kappa_2} \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Pola fizycznych chargin zapisane jako spinory Diraca mają postać:

$$\Psi_{c_i} = \begin{bmatrix} \kappa_i^+ \\ \kappa_i^- \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2 \tag{4.28}$$

Masy chargin dane są przez:

$$m_{c_1}, m_{c_2} = \frac{1}{2}\left[(|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2) \mp \sqrt{(|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2)^2 - 4|\mu M_2 - M_W^2 \sin 2\beta|^2}\right] \tag{4.29}$$

Masy te zależą od trzech nieznanych parametrów. Wygodnie jest czasem posługiwać się jako parametrami $\tan\beta$, m_{c_1} i $r \equiv \frac{\mu}{M_2}$. Dla $|r| \ll 1$ chargino C_1 jest prawie czystym gauginem, dla $|r| \gg 1$ prawie czystym higgsinem. Poniżej podane zostanie przybliżenie, w którym chargina prawie się nie mieszają i lżejsze chargino jest prawie czystym higgsinem (o masie μ). W tym celu użyta zostanie następująca parametryzacja dla macierzy mieszania dla chargin $Z_\pm$, ważna dla wartości $\tan\beta > 1$:

$$Z_\pm = \begin{bmatrix} -\sin\theta_\pm & \cos\theta_\pm \\ \cos\theta_\pm & \sin\theta_\pm \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

gdzie :

$$\tan\theta_+ = \frac{2\sqrt{2}M_W M_2}{M_2^2 - 2M_W^2 - \mu^2} \tag{4.31}$$

$$\tan\theta_- = \frac{2\sqrt{2}M_W \mu}{M_2^2 + 2M_W^2 + \mu^2} \tag{4.32}$$

Ponadto przyjmiemy, że $M_2 \gg \mu$,M_W. Wtedy w przypadku dużego $\tan\beta$ macierze te upraszczają się do:

$$Z_\pm = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

w tej granicy masy chargin przyjmują postać:

$$m_{c_1} = |\mu|\left(1 - \frac{M_W^2}{M_2^2} + ...\right) \tag{4.34}$$

$$m_{c_2} = M_2\left(1 + \frac{M_W^2}{M_2^2} + ...\right) \tag{4.35}$$

i lżejsze chargino staje się prawie czystym higgsinem o masie μ.

Stany własne masy i wartości mas neutralin otrzymywane są w analogiczny sposób. Macierze unitarne łączące stany własne masy z polami w bazie elektrosłabej są teraz macierzami 4×4 oznaczanymi przez Z_N. W najprostszych modelach zakładających unifikację stałych sprzężenia istnieje związek między M_1 i M_2 dla skali rzędu skali elektrosłabej: $M_1 = \frac{5}{3}\frac{s_W^2}{c_W^2}M_2 \approx \frac{1}{2}M_2$. To powoduje, że masy neutralin zależą również tylko od trzech nieznanych parametrów.

Gluina są gauginami, które nie mogą mieszać się z żadnymi innymi polami w MSSM, ponieważ niosą ładunek kolorowy. Osiem gluin to jednocześnie osiem stanów własnych masy. Masa gluin, M_3, pochodzi tylko z $\mathcal{L}_{soft}$. Jest więc wolnym parametrem teorii. Często jednak przyjmuje się na nią ograniczenie wynikające z modeli unifikacji i wiążące masę gluin z masami gaugin elektrosłabych M_1 i M_2, które powoduje, że $M_3 : M_2 : M_1 \approx 7 : 2 : 1$.

Tak więc polami występującymi w tym sektorze i będącymi stanami własnymi masy są:

- chargina C_i $\quad i = 1-2$ (naładowane fermiony Diraca)
- neutralina N_i^0 $\quad i = 1-4$ (neutralne fermiony Majorany)
- gluina Λ_G^a $\quad a = 1-8$ (fermiony Majorany)

4.6 Źródła prądów neutralnych zmieniających zapach w MSSM

Jak to zostało omówione w poprzednich rozdziałach, w Modelu Standardowym nie występują prądy słabe zmieniające zapach na poziomie drzewowym. Efekty takie mogą pojawiać się jedynie poprzez diagramy pętlowe. Dzięki wymogom supersymetrii rozszerzony sektor Higgsa pełnego MSSM rownież nie prowadzi do pojawienia się prądów słabych zmieniających zapach. Jednakże rozszerzony sektor Higgsa jest źródłem dodatkowych wkładów z naładowanym fizycznym skalarem $H^\pm$ w pętli, gdyż jak było to omówione w rozdziale drugim, sprzężenia $H^\pm$ do kwarków zawierają macierz V_{CKM} prowadzącą do zmiany generacji.

Sektor sfermionów jest źródłem dodatkowych wkładów do procesów z udziałem prądów neutralnych zmieniających zapach. Po pierwsze, nawet gdyby $\mathcal{M}_U^2$ i $\mathcal{M}_D^2$ były diagonalne w swoich blokach 3×3, to sprzężenia chargin do par: kwark - skwark mają w wierzchołkach macierz V_{CKM} prowadzącą do zmiany generacji (patrz wzór (4.20) i (4.21)) . Zatem pętlowe wkłady chargin są zawsze dodatkowym źródłem prądów słabych zmieniających zapach związanym z macierzą V_{CKM}. Po drugie, nie ma powodu by $\mathcal{M}_U^2$ i $\mathcal{M}_D^2$ były diagonalne w generacjach. Jeżeli macierze te są niediagonalne, to po ich diagonalizacji skwarki o określonych

masach nie należą już do jakiejś określonej generacji. W takiej sytuacji pętle z gluinami (które sprzęgają się przez stałą silną) oraz z neutralinami będą dawać nowe, potencjalnie bardzo duże wkłady do procesów opisywanych prądami neutralnymi zmieniających zapach. Oczywiście fakt, że mierzone eksperymentalnie amplitudy tego typu procesów są bardzo małe, nakłada silne ograniczenia na pozadiagonalne elementy $\mathcal{M}_U^2$ i $\mathcal{M}_D^2$. Formułuje się je najczęściej jako ograniczenia na wstawki masowe zdefiniowane jako [10], [25]:

$$(\delta_{XY}^Z)^{IJ} \equiv \frac{(\Delta\mathcal{M}_Z^2)_{XY}^{IJ}}{\sqrt{(\mathcal{M}_Z^2)_{XX}^{II}(\mathcal{M}_Z^2)_{YY}^{JJ}}}, \tag{4.36}$$

gdzie $X, Y = L, R, \quad Z = U, D$ i $(\Delta\mathcal{M}_Z^2)_{XY}^{IJ}$ można odczytać z macierzy mas skwarków.

Przegląd tych ograniczeń dokonany jest w pracy [25]. Ograniczenia na wstawki masowe mas skwarków pochodzą głównie z procesów mieszania $\bar{K}^0 - K^0$, $\bar{B}^0 - B^0$, zaś ograniczenia na wstawki w macierze mas sleptonów, z procesu $l \to l'\gamma$. Warto tu jednak zauważyć, że nie wszystkie elementy macierzy masowych są silnie ograniczone: np. $(\Delta\mathcal{M}_D^2)_{LL,RR}^{32,31}$, które to elementy mogą dawać właśnie duże wkłady do rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$, są słabo ograniczone przez mieszanie $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ i $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ a silnie ograniczona przez $b \to s\gamma$ jest jedynie wstawka $(\Delta\mathcal{M}_D^2)_{LR}^{32}$ Do problemu wstawki (32) wrócimy jeszcze później, w rozdziale 7.

W istniejących akceleratorach prowadzone są intensywne poszukiwania cząstek supersymetrycznych. Ponieważ żadna z nich nie została jak dotąd zaobserwowana, powstają ograniczenia na ich masy - m.in. ograniczenie na masę cząstki Higgsa $M_{h^0} \gtrsim 107$ GeV [5], o ile jest to cząstka mająca podobne własności do cząstki Higgsa z Modelu Standardowego. Istnieją również podobne ograniczenia na masy cząstek z sektora supersymetrycznego: masa lżejszego chargina - $m_{c_1} \gtrsim 100$ GeV, masa skwarku top - $M_{\tilde{t}_L} \gtrsim 90$ GeV. Jednak dokładne wartości tych ograniczeń nie będą tak istotne w naszej analizie. Oprócz ograniczeń na masy wynikających z faktu niezaobserwowania bezpośrednio partnerów supersymetrycznych, istnieją jeszcze innego typu ograniczenia doświadczalne: nowe cząstki mogłyby, poprzez efekty wirtualne, zaburzyć zgodność przewidywań MSSM dla własności bozonu Z^0 (i innych elektrosłabych procesów). Nakłada to dodatkowe, choć dość słabe ograniczenia, głównie na masy stopów [34], [35]. Dobrym miernikiem jest tutaj tzw. parametr $\Delta\rho$ zależący głównie od zmiennych: $M_{\tilde{t}_1}, M_{\tilde{t}_2}, \theta_{\tilde{t}}$[1] (gdzie $\theta_{\tilde{t}}$ jest kątem mieszania między skwarkami top). Jeżeli $\Delta\rho < 6 \times 10^{-4}$, to efekty cząstek supersymetrycznych nie zaburzają tej zgodności [40]. Ma to miejsce wtedy, gdy $M_{\tilde{t}_L} \geq 300$ GeV, gdzie $M_{\tilde{t}_L}$ to masa stopu zawierającego w większości stop lewoskrętny.

Oczywiście najbardziej spektakularnym potwierdzeniem istnienia supersymetrii byłoby zaobserwowanie cząstek supersymetrycznych. Argumenty oparte na rozwiązywaniu przez supersymetrię problemu hierarchii przedstawione w rozdziale 4 pozwalają spodziewać się, że odkrycie czastek supersymetrycznych powinno nastąpić w następnej generacji akceleratorów. Tymczasem jednak dobrym źródłem poszukiwań eksperymentalnych argumentów za istnieniem supersymetrii - czy w ogóle rozszerzeń Modelu Standardowego - jest badanie procesów zachodzących poprzez poprawki kwantowe. Jedną z możliwości są precyzyjne testy przewidywań modelu dla elektrosłabych obserwabli. Są to jednak małe efekty [35]. Druga możliwość to badanie rzadkich procesów. Są one bardzo czułe na efekty wirtualne pochodzące od nowych cząstek dających dodatkowe wkłady do prądów neutralnych zmieniających zapach. W Modelu Standardowym jedynym źródłem procesów z udziałem prądów neutralnych zmieniających zapach jest mieszanie między generacjami zawarte w macierzy V_{CKM}. Amplitudy związane z tego typu procesami są często tak małe, że nie mogą być zmierzone w obecnych eksperymentach. Przykładowo, szerokość rozpadu neutralnego mezonu B_s^0 na parę lepton - antylepton według przewidywań Modelu Standardowego wynosi 4×10^{-9}GeV, podczas gdy obecna granica możliwości pomiaru tego procesu jest rzędu 10^{-7}GeV. W supersymetrii możliwych wkładów do procesów z udziałem prądów neutralnych zmieniających zapach jest o wiele więcej, gdyż oprócz wkładów pochodzących od macierzy V_{CKM} (których w modelu supersymetrycznym jest znacznie więcej niż w Modelu Standardowym), istnieje cała grupa wkładów związanych z niediadonalnością w zapachach macierzy mas cząstek supersymetrycznych. Szerokości procesów obliczone w modelu supersymetrycznym mogą podnosić wartości z Modelu Standardowego nawet o kilka rzędów wielkości. Niektóre z tych procesów są już mierzone eksperymentalnie. Dostarczają one

[1] w granicy, w której skwarki top nie mieszają się ze skwarkami innych generacji

wtedy ograniczeń na masy cząstek supersymetrycznych czy amplitudy innych procesów. Takim procesem jest $B_s \to X_s\gamma$ $(b \to s\gamma)$. Analizowany w tej pracy proces $B^0_{s,d} \to \bar{l}l$ wciąż, jak zobaczymy, może silnie odbiegać od wartości jaką dlań przewiduje Model Standardowy.

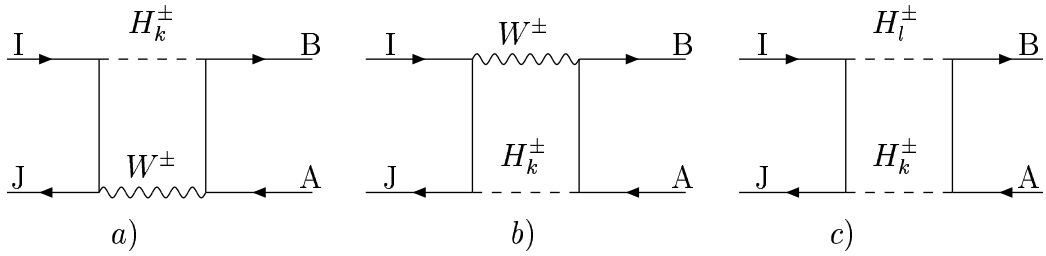
Rozdział 5

Wkład rozszerzonego sektora Higgsa do procesu $B^0 \to \bar{l}l$

5.1 Obliczanie wkładu dodatkowych bozonów Higgsa

Wyznaczanie współczynników Wilsona w MSSM podzielone zostanie na dwie części: najpierw przeanalizowany zostanie sektor Higgsa a następnie sektor cząstek supersymetrycznych. Istotne różnice w stosunku do Modelu Standardowego związane są z dodatkowymi fizycznymi polami Higgsa wymienionymi w podrozdziale 2.3 oraz z występowaniem nowego wolnego parametru - stosunku próżniowych wartości oczekiwanych, $\tan\beta$. Zależność szerokości rozpadu od tego parametru, jak się okaże, jest silna.

W grupie diagramów pudełkowych pojawią się nowe diagramy zawierające naładowane skalary Higgsa. Są one przedstawione na rysunku poniżej:



Rysunek 5.1: Diagramy pudełkowe w rozszerzonym sektorze Higgsa

Diagram $c)$ daje następujące wkłady:

$$C_{RR}^V = -\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{2s_W}\right)^4 \frac{m_{d_I} m_{d_J}}{M_W^2}\frac{m_l^2}{M_W^2}\sum_{k,l=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(Z_H^{1k}Z_H^{1l})^2}{\cos^2\beta}V_{jI}V_{jJ}^* D_1(0, M_{H_l^\pm}^2, M_{H_k^\pm}^2, m_{u_j}^2) \tag{5.1}$$

$$C_{LR}^V = -\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{2s_W}\right)^4 \frac{m_l^2}{M_W^2}\sum_{k,l=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{Z_H^{1k}Z_K^{1l}Z_H^{2k}Z_K^{2l}}{\sin^2\beta\cos^2\beta}\frac{m_{u_j}^2}{M_W^2}V_{jI}V_{jJ}^*\frac{1}{4}D_1(0, M_{H_l^\pm}^2, M_{H_k^\pm}^2, m_{u_j}^2) \tag{5.2}$$

Porównanie ich z wkładem standardowym pokazuje, że są one małe (w C_{RR}^V mamy wprawdzie czynnik $\tan^4\beta$, co przy dużym $\tan\beta$ jest potencjalnym źródłem silnego wzmocnienia, niemniej jednak wkład ten jest silnie tłumiony przez czynnik $\frac{m_l^2}{M_W^2}$).

Diagram $a)$ daje:

$$C_{LR}^S = \frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{m_l m_{d_J}}{M_W^2}\sum_{k,l=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(Z_H^{1k})^2}{\cos^2\beta}V_{jI}V_{jJ}^*\frac{1}{4}D_1(0, M_{H_l^\pm}^2, M_{H_k^\pm}^2, m_{u_j}^2) \tag{5.3}$$

Wkład diagramu $b)$ do C_{RL}^S jest taki sam, różni się tylko zamianą: $m_{d_J} \to m_{d_I}$. Rozpatrzymy teraz wkłady $H^\pm$ do formfaktorów $\widehat{F}_{L,R}^V$. W grupie diagramów wierzchołkowych dających wkład do wymiany Z^0, oprócz wkładów standardowych, pojawią sie teraz wkłady naładowanego bozonu Higgsa. W związku z tym w tej grupie mamy następujące diagramy: W diagramie $c)$ i $d)$ daje wkład tylko bozon Goldstona, który pojawiał się

$a)$ $b)$ $c)$ $d)$ $e)$

Rysunek 5.2: Diagramy wierzchołkowe z wymianą bozonu Z^0 w kanale s w rozszerzonym sektorze Higgsa

w Modelu Standardowym. Również diagram $e)$ oraz wkłady bozonu Goldstona do diagramów $a)$ i $b)$ zostały już uwzględnione w Modelu Standardowym. Diagramy $a)$ i $b)$ oprócz wkładu $G^\pm$ zawierają również wkład od naładowanego bozonu Higgsa, który jest właśnie nowym wkładem, obecnym w modelu z dwoma dubletami Higgsa. Po uwzględnieniu wektorowych części energii własnych na liniach zewnętrznych według (3.30) (identyczny diagram, jak z bozonem Goldstona w Modelu Standardowym, tylko, że z wymianą naładowanego Higgsa), w przybliżeniu zerowych pędów zewnętrznych otrzymujemy następujące wkłady do efektywnego wierzchołka:

$$\Delta\widehat{F}_L^V = \frac{1}{16\pi^2}\frac{e^3}{(s_W c_W)^3}\cot^2\beta V_{tI}V_{tJ}^*\frac{m_t^2}{M_Z^2}\frac{1}{4}\frac{y_t}{1-y_t}\left[1+\frac{1}{1-y_t}\log y_t\right] \tag{5.4}$$

$$\Delta\widehat{F}_R^V = \frac{-1}{16\pi^2}\frac{e^3}{(s_W c_W)^3}\tan^2\beta V_{tI}V_{tJ}^*\frac{m_J m_I}{M_Z^2}\frac{1}{4}\frac{y_t}{1-y_t}\left[1+\frac{1}{1-y_t}\log y_t\right] \tag{5.5}$$

gdzie $y_t \equiv \frac{m_t^2}{M_{H^+}^2}$.

Z powyższych wzorów wynika, że dla dużych wartości $\tan\beta$ formfaktor $\widehat{F}_R^V$ mógłby być wzmocniony, niemniej jednak czynnik $\frac{m_J m_I}{M_Z^2}$ powoduje silne tłumienie tego wkładu. Aby był on porównywalny z wkładem Modelu Standardowego, $\tan\beta$ musiałby być rzędu ~ 100. Natomiast dla małych wartości $\tan\beta$ wzmocniony jest formfaktor $\widehat{F}_L^V$. Jeśli chodzi o inne wkłady ważne dla małych wartości $\tan\beta$, to, jak łatwo zobaczyć z (5.1) - (5.3), nie ma żadnego diagramu pudełkowego, który mógłby być porównywalny z wkładem standardowym. Ponadto, diagramy z wymianą neutralnych bozonów Higgsa kanale s również nie dają dużego wkładu w tej granicy. Mogą one być istotne tylko dla dużych wartości $\tan\beta$, ponieważ sprzężenia neutralnych skalarów do fermionów (patrz rysunek 4.2) są proporcjonalne do $\frac{m_f}{M_W}$, (gdzie m_f jest masą fermionu), są zatem tłumione, jeśli $\tan\beta$ nie jest duży. Zatem w granicy małego $\tan\beta$ ważny jest tylko jeden rodzaj diagramów - poprawki do wierzchołka $\bar{d}_J d_I Z^0$. Podobnie, jak we wkładach tego typu liczonych dla Modelu Standardowego, obliczymy kombinację, w jakiej współczynniki wchodzą do amplitudy.

$$C_{LL}^V - C_{LR}^V = -\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4\frac{1}{M_W^2}V_{tI}V_{tJ}^*\cot^2\beta\frac{x_t}{8}\frac{y_t}{1-y_t}\left[1+\frac{1}{1-y_t}\log y_t\right] \tag{5.6}$$

Widać teraz, że po zsumowaniu (5.6) i wkładu Modelu Standardowego do $C_{LL}^V - C_{LR}^V$ dostajemy efektywnie we wzorze (3.65):

$$Y(x_t) \to Y(x_t) - \cot^2\beta\frac{x_t}{8}\frac{y_t}{1-y_t}\left[1+\frac{1}{1-y_t}\log y_t\right] \tag{5.7}$$

gdzie funkcja $Y(x_t)$ wchodząca do współczynnika a w (3.24) dana jest wzorem (3.62). Łatwo zobaczyć, że obliczony w tym podrozdziale wkład od naładowanego skalara do wierzchołka efektywnego $\bar{d}_J d_I Z^0$ ma taki

sam znak, jak wkład Modelu Standardowego, czyli wkład ten wzmacnia wkład Modelu Standardowego. Można przeprowadzić następujące proste oszacowanie: dla $M_{H^\pm} = M_W$ oraz $\tan\beta = 0.5$ mamy zatem dodatek do wartości $Y_t = 0.997$ z (3.62) równy 1.566. Zatem szerokość rozpadu i stosunek rozgałęzienia modyfikują się o czynnik: $\left(1 + \frac{1.566}{0.997}\right)^2 \approx 6.6$. Sam wkład naładowanego skalara Higgsa do poprawki wierzchołkowej $\bar{d}_J d_I Z^0$ był liczony w pracy [26]. Jednakże nie została wtedy zbadana interferencja z wkładem standardowym. Poza tym, nie była wtedy jeszcze znana masa kwarku top a inne parametry wchodzące w (3.65) były znane z mniejszą dokładnością. Tak więc nasz rachunek stanowi uaktualnienie wyników z [26]. Wzmocnienie stosunku rozgałęzienia w stosunku do Modeu Standardowego dla $\tan\beta = 0.5$ w funkcji M_{H^+} jest pokazane ciągłą linią na rysunku (5.4).

Drugim interesującym zakresem wartości $\tan\beta$ jest $\tan\beta \sim 50$. Jeżeli analizujemy rozpad B^0 ($\bar{B}^0$), to $m_{d_J} = m_b$ i wówczas duża wartość $\tan\beta$ powoduje wzmocnienie wkładu diagramu pudełkowego z rysunku (5.1*b*)) do współczynnika C^S_{LR}(C^S_{RL}) dla k=1 - czyli wtedy, gdy wymieniany jest naładowany skalar $H^\pm$. Pozostałe diagramy pudełkowe dają mały wkład. Używając wzorów z Dodatku A, wkład do C^S_{LR} można przepisać jako:

$$\begin{aligned} & \sum_j V_{jI} V^*_{jJ} D_1(0, M^2_{H^\pm_l}, M^2_{W^\pm}, m^2_{u_j}) \\ = & \frac{1}{M^2_W} \sum_j V_{jI} V^*_{jJ} \frac{1}{x_H - x_j} \left[\frac{x_H}{x_H - 1} \log x_H - \frac{x_j}{x_j - 1} \log x_j \right] \\ = & \frac{1}{M^2_W} V_{tI} V^*_{tJ} \frac{x_t}{x_H - x_t} \left[\frac{1}{x_H - 1} \log x_H - \frac{1}{x_t - 1} \log x_t \right] \end{aligned} \tag{5.8}$$

gdzie $x_H \equiv \frac{M^2_{H^\pm}}{M^2_W}$. Wyrażenie w ostatniej linii powyższego wzoru powstaje po wysumowaniu po j (oznaczającym kwarki górne) i przyjęciu, że $x_u \approx x_c \approx 0$. Tak więc, wkłady od diagramów pudełkowych przy dużym $\tan\beta$ można zapisać jako:

$$(C^S_{LR})_{box} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{e}{s_W} \right)^4 \frac{m_l m_{d_J}}{M^2_W} \tan^2\beta V_{tI} V^*_{tJ} \frac{1}{4} \frac{x_t}{x_H - x_t} \left[\frac{1}{x_H - 1} \log x_H - \frac{1}{x_t - 1} \log x_t \right] \tag{5.9}$$

Jak było wspomniane, wkłady poprawek do wierzchołka $\bar{d}_J d_I Z^0$ dla dużych wartości $\tan\beta$ nie są duże. W tym zakresie $\tan\beta$ numerycznie duże znaczenie mają jedynie wkłady z wymianą skalarów i pseudoskalarów. Wszystkie wzory dotyczące wkładów z wymianą skalarów i pseudoskalarów przytoczone będą w granicy dużego $\tan\beta$, choć w używanym programie uwzględniona jest sytuacja zupełnie ogólna - bez żadnych przybliżeń ze względu na $\tan\beta$. Te ogólne wzory podane są w Dodatku B. Dla rozpadu B^0 wzmocniony jest lewy formfaktor ($\widehat{F}^{S,P}_L$), zaś dla $\bar{B}^0$ - prawy ($\widehat{F}^{S,P}_R$).

Aby obliczyć wkład diagramów z wymianą neutralnych skalarów, zgodnie ze wzorami z rozdziału 3, należy znaleźć skalarną część energii własnej i poprawki do wierzchołków $\bar{d}_J d_I H^0_{k,k+2}$. Najpierw obliczone zostaną diagramy z energią własną kwarków zewnętrznych: aby je obliczyć , konieczne jest uwzględnienie skalarnej części energii własnej, zawierającej naładowany bozon Higgsa i naładowany bozon Goldstona ($W^\pm$ nie daje wkładu do części skalarnej energii własnej, zgodnie z (3.32) i (3.33)). Ogólny wzór na wkład $G^\pm$ i $H^\pm$ do skalarnej części energii własnej ma postać:

$$\Sigma^S_L = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{e}{s_W} \right)^2 m_J V_{tI} V^*_{tJ} \left(\frac{m_t}{M_W} \right)^2 [B_0(m_t, M_{H^+}) - B_0(m_t, M_{G^+})] \tag{5.10}$$

Rozpisując funkcje B_0 według wzorów umieszczonych w Dodatku A, otrzymujemy:

$$\Sigma^S_L = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{e^2}{2 s^2_W} m_{d_J} V_{tI} V^*_{tJ} x_t \left[\frac{1}{1 - x_t} \log x_t - \frac{1}{1 - y_t} \log y_t \right] \tag{5.11}$$

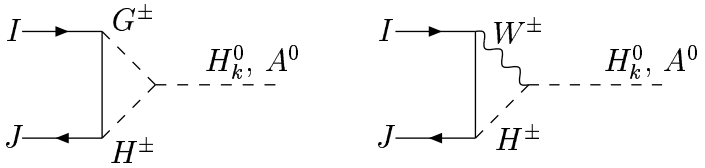
$$\Sigma_R^S = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^2}{2s_W^2} m_{d_I} V_{tI} V_{tJ}^* x_t \left[\frac{1}{1-x_t}\log x_t - \frac{1}{1-y_t}\log y_t\right] \tag{5.12}$$

gdzie $y_t = \frac{m_t^2}{M_{H^+}^2}$. Aby uzyskane wyniki można było łatwiej dodać do wkładu diagramu pudełkowego, przekształcimy powyższe wzory wyrażając je przez zmienną $x_H = \frac{M_{H^\pm}^2}{M_W^2}$:

$$B_0(m_t, M_{H^+}) - B_0(m_t, M_{G^+}) = \frac{x_H - 1}{x_H - x_t}\left[\frac{x_H}{x_H - 1}\log x_H - \frac{x_t}{x_t - 1}\log x_t\right] \tag{5.13}$$

Wkład tych energii do formfaktorów $\widehat{F}_{L,R}^{S,P}$ dany jest równaniem (3.32).

Następnie obliczone zostaną diagramy wierzchołkowe: dwa diagramy z wymianą skalara (H^0 i h^0) oraz jeden z wymianą pseudoskalara (A^0). Wszystkie diagramy z tej grupy zostały policzone i uwzględnione w programie. Numerycznie największy wkład dają jednak diagramy przedstawione na rysunku (5.3) dzięki wzmocnieniu przez $\tan\beta$ wierzchołków $d_J t H^+$ (patrz wzór (4.2)):



Rysunek 5.3: Dominujące diagramy wierzchołkowe dające wkład do wymiany skalara i pseudoskalara w kanale s (w przypadku rozpadu B^0)

Poniżej podane zostaną wzory dla wkładów do formfaktorów od diagramów przedstawionych na rysunku (5.3). W przypadku wierzchołka $\bar{d}_J d_I A^0$ diagram z dwoma naładowanymi skalarami w pętli daje: w kanale s daje:

$$\Delta_1 F_L^P = \frac{e^3}{4s_W^3} M_W m_{d_J} V_{tI} V_{tJ}^* \frac{m_t^2}{M_W^2}\left(-\frac{1}{\sin\beta\cos\beta}\right) C_0(m_t^2, M_W^2, M_H^2) \tag{5.14}$$

Natomiast diagram z naładowanym skalarem, bozonem $W^\pm$ w pętli i pseudoskalarem w kanale s daje:

$$\Delta_2 F_L^P = \frac{e^3}{4s_W^3}\frac{m_{d_J}}{M_W}\tan\beta \sum_j V_{jI} V_{jJ}^* \left[m_t^2 C_0(m_t^2, M_W^2, M_{H^+}^2) + B_0(M_W^2, M_{H^+}^2)\right] \tag{5.15}$$

Po wysumowaniu po j znika część z funkcją B_0. Widać więc, że dla dużego $\tan\beta$ wkłady (5.14) i (5.15) kasują się wzajemnie. Oznacza to, ze w tej granicy cały wkład związany z wymianą A^0 pochodzi od diagramów z energią własną. Zgodnie ze wzorami wyprowadzonymi w rozdziale 3 (3.35), otrzymujemy stąd następujące wkłady do współczynników Wilsona:

$$\begin{aligned} C_{LL}^S = -C_{LR}^S &= \frac{1}{M_{A^0}^2}\frac{e}{2s_W}\frac{m_l}{M_W}\tan\beta \widehat{F}_L^P = \frac{1}{M_{A^0}^2}\frac{e^2}{4s_W^2}\frac{m_l}{M_W^2}\tan^2\beta \Sigma_L^S \\ &= \frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^2 \frac{m_l m_{d_J}}{M_W^2 M_{A^0}^2} V_{tI} V_{tJ}^* \tan^2\beta \frac{1}{8}\frac{x_t}{x_H - x_t}\left[x_H \log x_H + \frac{x_t(x_H-1)}{1-x_t}\log x_t\right] \end{aligned} \tag{5.16}$$

Po dodaniu (5.16) do wkładu diagramu pudełkowego (5.3) i uwzględnieniu faktu, że w MSSM

$$\frac{1}{M_{A^0}^2} = \frac{1}{M_W^2}\frac{1}{x_{H^+} - 1} \tag{5.17}$$

(gdyż masy M_{A^0} i M_{H^+} są ze sobą związane relacją:$M^2_{H^+} = M^2_{A^0} + M^2_W$) otrzymujemy wkład kombinacji współczynników Wilsona wchodzących do współczynnika a ze wzoru (3.24):

$$C^S_{LL} - C^S_{LR} = \frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{m_l m_{d_J}}{M^2_W}\tan^2\beta V_{tI}V^*_{tJ}\frac{1}{4}\frac{\log r}{r-1} \tag{5.18}$$

gdzie:

$$r \equiv \frac{M^2_{H^\pm}}{m^2_t} = \frac{1}{y} \tag{5.19}$$

Dodając do (5.18) wkład Modelu Standardowego, otrzymujemy dla współczynnika a wyrażenie w postaci:

$$a = \frac{f_B}{2}\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 \frac{m_l}{M^2_W}V_{tI}V^*_{tJ}\left[Y(x_t) - \frac{M^2_B}{8M^2_W}\tan^2\beta\frac{\log r}{r-1}\right] \tag{5.20}$$

Z wzorów tych widać, że wkład naładowanego Higgsa odejmuje się od wkładu Modelu Standardowego we współczynniku a.

Do obliczenia pozostał teraz jeszcze wkład pochodzący od wymiany skalara w kanale s. Uwzględniamy tu diagramy przedstawione na rysunku (5.3) ze skalarami H^0_k w kanale s. Prowadzi to do następujących wyrażeń:

$$\Delta_1 F^S_L = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4s^3_W}\frac{m^2_t}{M^2_W}m_{d_J}V_{tI}V^*_{tJ}\frac{Z^{2i}_H Z^{2j}_H}{\sin\beta\cos\beta}v^{kij}_{SHH}C^0(M^2_{H^+_i}, M^2_{H^+_j}, m^2_t) \tag{5.21}$$

gdzie

$$v^{kij}_{SHH} = \frac{e}{2s_W c^2_W}A^{ij}_M B^k_R + M_W(A^{ki}_P\delta_{j1} + A^{kj}_P\delta_{i1}) \tag{5.22}$$

$$A^{ij}_M = Z^{1i}_H Z^{1j}_H - Z^{2i}_H Z^{2j}_H, \qquad B^k_R = Z^{1k}_R v_1 - Z^{2k}_R v_2, \qquad A^{ki}_P = Z^{1i}_R Z^{2j}_H + Z^{2i}_R Z^{1j}_H \tag{5.23}$$

w notacji [44]. Widać, że wzmocnienie związane z dużym $\tan\beta$ występuje dla $i = 2$, $j = 1$. Można wtedy przyjąć, że $\sin\beta \sim 1$, $\cos\beta \sim 0$, co pozwala zredukować (5.21) do:

$$\Delta_1 F^S_L \approx \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4s^3_W}\frac{m^2_t}{M_W}m_{d_J}\tan\beta V_{tI}V^*_{tJ}\frac{1}{4}C^0(M^2_{H^+}, M^2_W, m^2_t)\cos\alpha \quad \text{dla} \quad k = 1 \tag{5.24}$$

$$\Delta_1 F^S_L \approx -\frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4s^3_W}\frac{m^2_t}{M_W}m_{d_J}\tan\beta V_{tI}V^*_{tJ}\frac{1}{4}C^0(M^2_{H^+}, M^2_W, m^2_t)\sin\alpha \quad \text{dla} \quad k = 2 \tag{5.25}$$

Natomiast diagram z bozonem $W^\pm$ daje:

$$\Delta_2 F^S_L = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4s^3_W}\frac{m^2_t}{M_W}m_{d_J}V_{tI}V^*_{tJ}\tan\beta A^{kl}_M C^0(M^2_{H^+_l}, M^2_W, m^2_t) \tag{5.26}$$

Wzmocnienie wkładu (5.26) związane z dużym $\tan\beta$ następuje dla $l = 1$. Otrzymujemy wtedy:

$$\Delta_2 F^S_L = -\frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{s^3_W}\frac{m^2_t}{M_W}m_{d_J}\tan\beta V_{tI}V^*_{tJ}\frac{1}{4}C^0(M^2_{H^+}, M^2_W, m^2_t)\cos\alpha \quad \text{dla} \quad k = 1 \tag{5.27}$$

$$\Delta_2 F^S_L = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4s^3_W}\frac{m^2_t}{M_W}m_{d_J}\tan\beta V_{tI}V^*_{tJ}\frac{1}{4}C^0(M^2_{H^+}, M^2_W, m^2_t)\sin\alpha \quad \text{dla} \quad k = 2 \tag{5.28}$$

Identycznie jak w przypadku pseudoskalarów, wkłady od dominujących diagramów wierzchołkowych dokładnie kasują się w granicy $\tan\beta \gg 1$. Zatem również w przypadku wymiany skalara w kanale s prawie cały wkład pochodzi od energii własnych. Korzystając ze wzorów z rozdziału trzeciego (3.34) otrzymujemy:

$$C_{LL}^S = C_{LR}^S = -\frac{e}{2s_W}\frac{m_l}{M_W}\tan\beta\left(\frac{\cos^2\alpha}{M_H^2}+\frac{\sin^2\alpha}{M_A^2}\right)\Sigma_L^S \tag{5.29}$$

Dla dużego $\tan\beta$ w MSSM możemy zastosować następujące przybliżenie ([41] lub [42]):

$$\cos^2\alpha \approx 1 \quad M_H^2 \approx M_A^2 \quad \text{dla} \quad M_H^2 < M_A^2 \tag{5.30}$$

$$\sin^2\alpha \approx 1 \quad M_h^2 \approx M_A^2 \quad \text{dla} \quad M_H^2 > M_A^2 \tag{5.31}$$

Po dodaniu wkładu diagramu pudełkowego, takiego samego, jak do funkcji a, otrzymujemy wyrażenie na b ze wzoru (3.25) w postaci:

$$b = -\frac{f_B}{2}\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4\frac{m_l}{M_W^2}V_{tI}V_{tJ}^*\frac{M_B^2}{8M_W^2}\tan^2\beta\frac{\log r}{r-1} \tag{5.32}$$

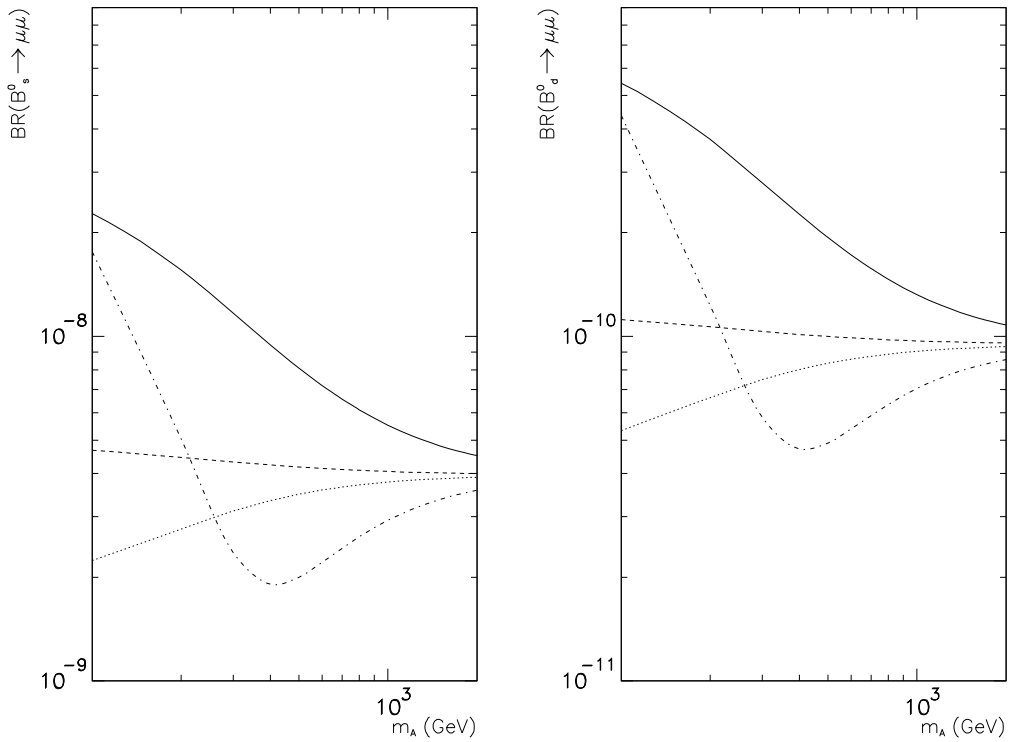
5.2 Wyniki numeryczne

W Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym sektor Higgsa ma tylko dwa wolne parametry: M_{A^0} i $\tan\beta$. Masa naładowanego skalara oraz masy neutralnych bozonów Higgsa są jednoznacznie wyznaczone przez $\tan\beta$ i M_{A^0}. Wartość masy M_{h^0} jest modyfikowana przez poprawki, które również są uwzględnione w rachunkach numerycznych. [1] Przypomnijmy, że wkłady poprawek do wierzchołków $\bar{d}_I d_J Z^0$ i $\bar{d}_I d_J H_{k+2}^0$ wchodzą do współczynników Wilsona w takiej kombinacji, że mogą ze sobą interferować, toteż dla szerokości rozpadu istotny jest ich względny znak. Znak ten dla G^0 jest ustalony przez relacje (3.44, 3.45), które zostały sprawdzone numerycznie. Testuje to zarazem znak wierzchołka dla A^0, który z wierzchołkiem G^0 związany jest transformacją $SU(2)$. Warto zauważyć, że wkład A^0 odejmuje się od wkładu Modelu Standardowego. Znak wkładów formfaktorów związanych z wymianą skalarów H_k^0 (czyli H^0 i h^0) nie ma znaczenia, bo wchodzi on do współczynników a i b (3.24 i 3.25) osobno.[2] Wyniki dla wkładu naładowanego skalara Higgsa w modelu z małym $\tan\beta$ były podane w pracy [26]. Różnią się one trochę od wyników otrzymanych w tej analizie. Związane jest to z tym, że aktualne wartości parametrów f_B, V_{sd} i m_t różnią się od wartości używanych w pracy [26]. Niedawno H.Logan i U.Nierste opublikowali [27] wyniki w modelu 2HDM(II) z dużym $\tan\beta$. Okazało się, że w tej granicy wyniki te są dokładnie identyczne jak wkład od sektora Higgsa MSSM. Jest tak dlatego, że, jak wykazano w ich pracy, w granicy dużego $\tan\beta$ wyniki nie zależą od pozostałych czterech parametrów 2HDM(II). Zależą tylko od M_{H^+} i $\tan\beta$. Wyniki podane w tej pracy zgadzają się z naszymi wynikami. Nasza niezależna analiza pozwoliła wykryć błędy we wcześniejszej pracy [43] a także usunąć istotny błąd w pierwotnej wersji pracy [27].

Na rysunku (5.4) przedstawiona jest zależność stosunku rozgałęzienia rozpadów $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ i $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$ od masy pseudoskalara, w MSSM, dla różnych wartości $\tan\beta$: linia ciągła - $\tan\beta = 0.5$, linia przerywana - $\tan\beta = 2$, linia kropkowana -$\tan\beta = 20$, linia przerywana-kropkowana - $\tan\beta = 50$. Założono, że inne cząstki supersymetryczne nie dają znaczącego wkładu, co można rozumieć w ten sposób, że są one bardzo ciężkie. Dla porównania, obliczony w tej pracy stosunek rozgałęzienia dla rozpadu $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ w Modelu Standardowym wynosi 4×10^{-9}, zaś dla $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$ - 9.56×10^{-11}. Jak należało oczekiwać, dla bardzo dużych mas wynik staje się niezależny od $\tan\beta$ i zbiega do stałej wartości wyznaczonej przez Model Standardowy. Dzieje się to dla mas pseudoskalara rzędu 2000 GeV. W zakresie 100-1000 GeV widoczna jest silna zależność od $\tan\beta$. Nie powoduje ona jednak wzmocnienia w całym badanym zakresie dla wszystkich wartości $\tan\beta$. Jak wykazała analiza przeprowadzona w tym rozdziale, dla małego $\tan\beta$ wkład H^+ dodaje się do wkładu W^+, co powoduje wzmocnienie stosunku rozgałęzienia w porównaniu z Modelem Standardowym (pokazuje to linia ciągła na rysunku (5.4)). Dla wartości $\tan\beta \gg 1$ sytuacja jest inna: dla średnich wartości $\tan\beta$ lub

[1] Nie mają one wielkiego znaczenia, gdyż dla $\tan\beta \gg 1$ i $M_{A^0} < M_Z$ ($M_{A^0} > M_Z$) znacząco modyfikowane jest jedynie M_{H^0} (M_{h^0}) którego wkład jest, zgodnie z (5.30) (5.31), zaniedbywalny.

[2] Będzie miał on znaczenie, gdy uwzględnimy wkład innych cząstek supersymetrycznych.



Rysunek 5.4: Wkład sektora Higgsa MSSM do $Br(B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu)$

dla dużych M_{H^+} widać efekt kasowania wkładu Modelu Standardowego, czyli zmniejszenie się wielkości stosunku rozgałęzienia. Dopiero wtedy, gdy amplituda jest całkowicie zdominowana przez wymianę M_{H^+}, następuje wzrost stosunku rozgałęzienia.

Rozdział 6

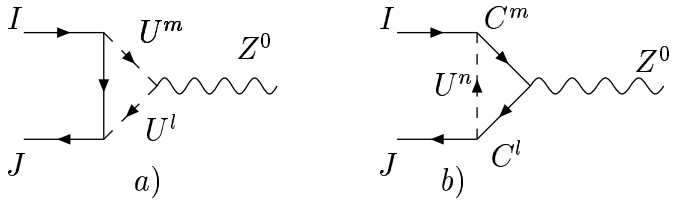
Wkład chargin i stopów do szerokości rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$

W tym rozdziale założymy, że macierze mas sfermionów są w dobrym przybliżeniu diagonalne w generacjach. Oznacza to, że w bazie super KM macierze kwadratów mas (4.11) i trójliniowe sprzężenia (4.12) miękko łamiące supersymetrię są diagonalne. [1] Przy tym założeniu przeanalizujemy kolejno wkłady poszczególnych diagramów do amplitudy. Podobnie jak w poprzednim rozdziale, analizę pozostałych wkładów przeprowadzimy oddzielnie dla dwóch jakościowo różnych przypadków: dla małego $\tan\beta$ i dla dużego $\tan\beta$.

6.1 Wkłady chargin dla małego $\tan\beta$.

Na początku warto zauważyć, że wkład od diagramów pudełkowych dany wzorami zebranymi w Dodatku B w całym zakresie parametrów MSSM jest mały. Można to jakościowo zrozumieć w następujący sposób: po ich stronie leptonowej musi to być wystąpić lewa część [2]sprzężenia (jego prawa część jest zawsze bardzo mała, gdyż jest proporcjonalna do masy leptonu - patrz(B.70)). Wybór lewej części sprzężenia po stronie leptonowej powoduje (przy braku mieszania między lewymi i prawymi stopami), że po stronie kwarkowej wybierana jest tylko część sprzężenia (B.69) nie zawierająca stałych Yukawy.

W przypadku małego $\tan\beta$ oprócz diagramów pudełkowych, istotne mogą być jeszcze diagramy wierzchołkowe $\bar{d}_J d_I Z^0$. W tej klasie wkład dają diagramy przedstawione na rysunku (6.1), na którym C oznacza chargino a U - skwark typu górnego.



Rysunek 6.1: Diagramy wierzchołkowe z charginami ważne dla małego $\tan\beta$

[1] Jeśli macierz m_Q^2 w bazie super KM nie jest proporcjonalna do jedności (a tylko diagonalna), to $\mathcal{M}_U^2$ jest niediagonalne w generacjach z powodu występowania w niej macierzy V_{CKM} (wzór 4.20). Jest to jednak bardzo mały efekt przy zwykłych założeniach, tzn. macierz m_Q^2 jest postaci $diag(a,a,b)$ (dwie generacje są zdegenerowane), gdyż elementy macierzy V_{CKM} łączące trzecią generację z dwoma pierwszymi są bardzo małe.

[2] Przez "lewa część sprzężenia " rozumiemy proporcjonalną część wierzchołka, w którym anihilowany jest kwark lub lepton (i prawą część wierzchołka, w którym kwark lub lepton jest kreowany).

Wkład od diagramu $a)$ z rysunku (6.1) do formfaktorów $F^V_{L,R}$ wynosi:

$$F^V_L = \frac{-e}{4s_W c_W} V^{lm}_{UUZ^0} V^{Inm}_{L,dUc} V^{Jnl*}_{L,dUc} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) + M^2_{U_m} C_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}, M^2_{U_m}) \right] \tag{6.1}$$

$$F^V_R = \frac{-e}{4s_W c_W} V^{lm}_{UUZ^0} V^{Inm}_{R,dUc} V^{Jnl*}_{R,dUc} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) + M^2_{U_m} C_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}, M^2_{U_m}) \right] \tag{6.2}$$

Wkład od diagramu $b)$ z rysunku (6.1):

$$\begin{aligned} F^V_L = {} & \frac{-e}{2s_W c_W} V^{ml}_{L,ccZ^0} V^{Imn}_{L,dUc} V^{Jln*}_{L,dUc} \left[\frac{1}{2} + B_0(m^2_{C_l}, M^2_{U_n}) + m^2_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \right] \\ & + \frac{e}{s_W c_W} V^{ml}_{R,ccZ^0} V^{Jln*}_{L,dUc} V^{Imn}_{L,dUc} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \end{aligned} \tag{6.3}$$

$$\begin{aligned} F^V_R = {} & \frac{-e}{2s_W c_W} V^{ml}_{R,ccZ^0} V^{Imn}_{R,dUc} V^{Jln*}_{R,dUc} \left[\frac{1}{2} + B_0(m^2_{C_l}, M^2_{U_n}) + m^2_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \right] \\ & + \frac{e}{s_W c_W} V^{ml}_{L,ccZ^0} V^{Jln*}_{R,dUc} V^{Imn}_{R,dUc} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \end{aligned} \tag{6.4}$$

Pełne formfaktory $\widehat{F}^V_{L,R}$ wymagają uwzględnienia jeszcze wkładów od energii własnych.

$$\Sigma^V_L = \frac{1}{2} V^{Jnl*}_{L,dUc} V^{Jnl*}_{L,dUc} \left[B_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) + (m^2_{C_n} - M^2_{U_l}) B_0'(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) \right] \tag{6.5}$$

$$\Sigma^V_R = \frac{1}{2} V^{Jnl*}_{R,dDn} V^{Jnl*}_{R,dDn} \left[B_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) + (m^2_{C_n} - M^2_{U_l}) B_0'(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}) \right] \tag{6.6}$$

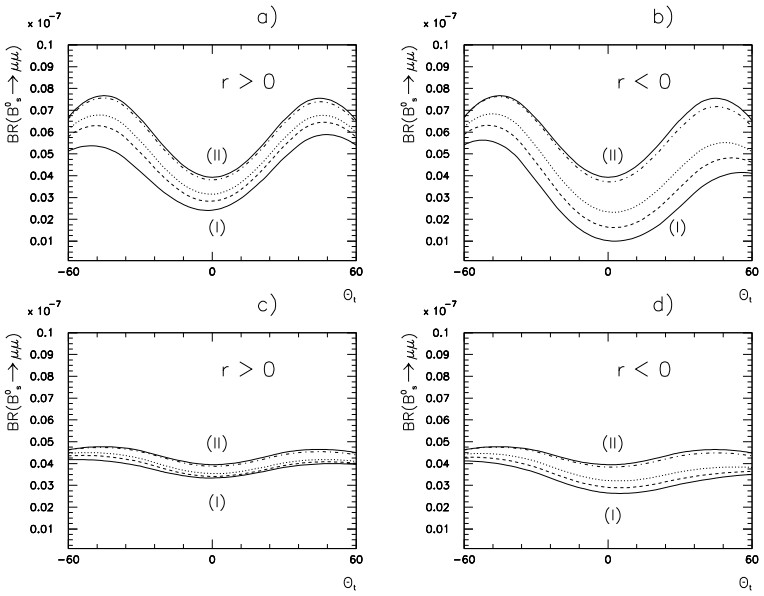
We wkładzie do współczynników a, b ze wzorów (3.24) i (3.25) energie własne uwzględniamy według (3.30). W powyższych wzorach wykorzystano sprzężenia wyprowadzone w [44] i przedstawione w Dodatku B wzorami (B.69, B.70, B.76, B.80).

Oczywiście w ogólnych wzorach, podanych w Dodatku B i wykorzystywanych w programie, wkład do diagramów pochodzi od wszystkich generacji skwarków górnych, ale dla małego $\tan\beta$ dla stopów wzmocniona jest część sprzężenia (B.69) ze stałą Yukawy kwarku top. Stopy będą więc dawać dominujący efekt w porównaniu z innymi generacjami kwarków. Dalej więc możemy zakładać, że przy małym $\tan\beta$ w sytuacji, gdy lżejszy stop jest w przeważającej części prawoskrętny, w powyższych wzorach będą dominować wkłady pochodzące tylko od stopów. Rozpisując sprzężenia z cząstkami supersymetrycznymi stojące w powyższych wierzchołkach widać, że dla małego $\tan\beta$ prawe części formfaktorów ($\widehat{F}_R$) są pomijalnie małe, ponieważ zawierają one sprzężenie $V^{Inm}_{R,dUc}$ (wzór (B.70)), które jest proporcjonalne do stałej Yukawy kwarku dolnego. Zatem jedyny istotny wkład może pochodzić od formfaktora ($\widehat{F}^V_L$)

Przy założeniu, że macierze miękko łamiące są diagonalne w generacjach, macierze Z^{Ii}_U rozpadają się na trzy ortogonalne bloki 2×2 sparametryzowane przez kąty θ_I - kąty mieszania między prawymi i lewymi skwarkami: Macierze mieszania dla stopów zapiszemy np. jako:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_3 \\ \tilde{U}^{c\,*}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{31}_U & Z^{32}_U \\ Z^{3+3,1}_U & Z^{3+3,2}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_t & -\sin\theta_t \\ \sin\theta_t & \cos\theta_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

Wykorzystanie (6.7) w (B.80) pokazuje, że sprzężenie lekkiego bardziej prawoskrętnego stopu (lżejszy stop musi być w przeważającej części prawoskrętny jeśli stopy nie mają dawać zbyt dużego wkładu do $\Delta\rho$ [35]) jest tłumione przez s^2_W. Wtedy więc tylko jeden diagram daje znaczący wkład - jest to diagram $b)$ z rysunku (6.1). Wkład do tego diagramu zależy od masy i składu chargina oraz parametrów charakteryzujących stop. Można by



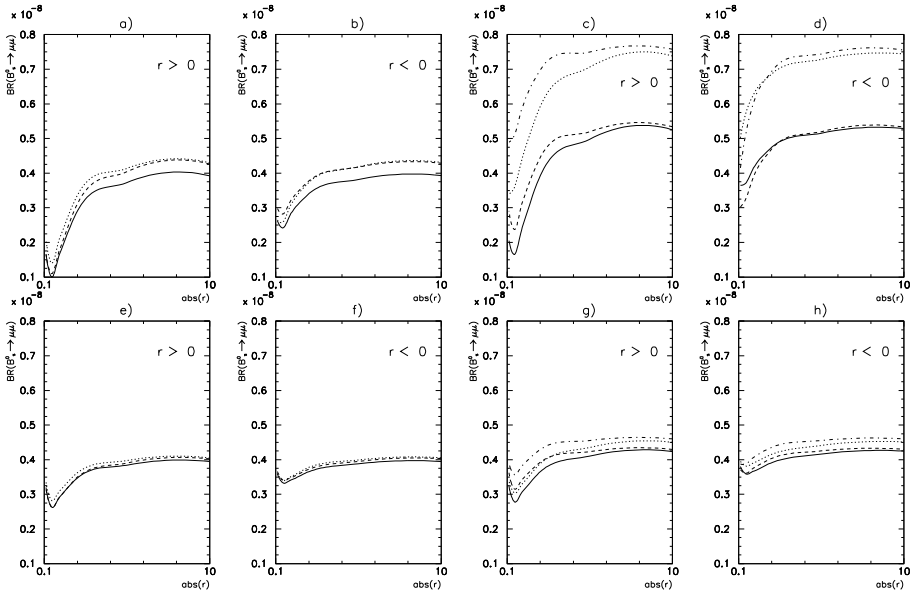
Rysunek 6.2: $Br(B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu)$ w funkcji kąta mieszania stopów θ_t dla małych wartości $\tan\beta$: na rysunkach a), b) $\tan\beta = 0.5$, na rysunkach c), d) $\tan\beta = 2$.

spodziewać się dużego wzmocnienia wtedy, gdy chargino jest czystym higgsinem, czyli, gdy $|r| \ll 1$, ponieważ wówczas chargino silniej sprzęga się do stopu poprzez stałą Yukawy. Takie rozumowanie jest jednak zbyt uproszczone. Można tu odwołać się do szczegółowej analizy przedstawionej w pracy [34] dotyczącej poprawek do wierzchołka $Z^0\bar{d}_J d_I$ rozważanych w kontekście $R_b \equiv \Gamma(Z^0 \to \bar{b}b)/\Gamma(Z^0 \to hadr)$ dla $I = J = 3$ która pokazała, że dla $\tan\beta \sim 1.5 - 2$ dominujący wkład dają chargina o $r \sim -1$. W przypadku $I \neq J$, $J = 3$ i $\tan\beta \gtrsim 2$ analiza jest jeszcze bardziej złożona, gdyż mieszanie higgsinowych i gauginowych składowych chargin jest jeszcze bardziej skomplikowane niż dla $|r| \approx 1$. Ponieważ rezultaty te nie są zbyt interesujące fenomenologicznie, ograniczymy się jedynie do analizy numerycznej. Rysunki 6.2 i 6.3 pokazują zależność poprawek do Br($B^0 \to \bar{l}l$) od głównych parametrów modelu.

Rysunek 6.2 pokazuje dla $\tan\beta = 0.5$ i $\tan\beta = 2$ zależność Br($B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu$) od kąta mieszania stopów. Na rysunkach: 6.2 a), c) linia ciągła (I) oznacza $r = 0.5$, linia przerywana $r = 1$, linia kropkowana $r = 1.5$, linia przerywana-kropkowana $r = 5$ a linia ciągła (II) $r = 10$. Na rysunkach: b), d) linia ciągła (I) oznacza $r = 0.5$, linia przerywana $r = -1$, linia kropkowana $r = -1.5$, linia przerywana-kropkowana $r = -5$ a linia ciągła (II) $r = -10$. Przyjęto następujące wartości parametrów: $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 110$ GeV, $m_{C_1} = 100$ GeV. Pominięto ponadto wkład sektora Higgsa.

Rysunek 6.3 pokazuje dla $\tan\beta = 0.5$ i $\tan\beta = 2$ zależność Br($B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu$) od składu chargin

Na rysunkach: (6.3) a), b), e), f) linia ciągła oznacza $\theta_t = 0$, linia przerywana $\theta_t = 10$, linia kropkowana $\theta_t = -10$. Na rysunkach: (6.3) c), d), g), h) linia ciągła oznacza $\theta_t = 20$, linia przerywana $\theta_t = -20$, linia kropkowana $\theta_t = 40$, linia przerywana-kropkowana $\theta_t = -40$. Przyjęto następujące wartości parametrów: $M_{\tilde{t}_1} = 500$GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 110$ GeV, $m_{C_1} = 100$ GeV. Ponadto pominięto wkład sektora Higgsa.



Rysunek 6.3: $Br(B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu)$ w funkcji $|r|$ dla małych wartości $\tan\beta$:na rysunkach a)-d) $\tan\beta = 0.5$, na rysunkach e)-h) - $\tan\beta = 2$

Możliwe wkłady chargin są ograniczone przez następujące efekty:

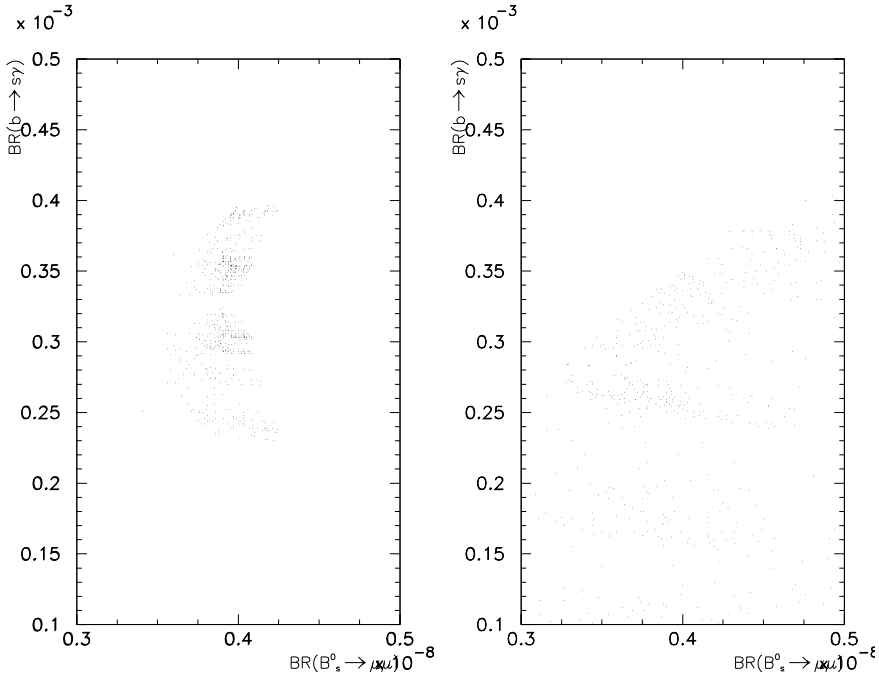
- gdy stopy są za lekkie, to jest duży wkład do $\Delta\rho$. Ograniczenie to jednak nie jest dla tego procesu takie istotne, gdyż stop 'bardziej prawy' nie daje dużego wzmocnienia do $\Delta\rho$, a właśnie lekki prawy jest potrzebny, aby uzyskać efekt wzmocnienia sprzężenia dzięki stałej Yukawy Y_t.

- dolne ograniczenie na masę cząstki Higgsa z LEP. Z ograniczenia tego wiemy, że dla $\tan\beta \sim 1$ lekkie stopy są wykluczone [36]. Aby stopy mogły być lekkie, musi być: $\tan\beta \geq 2$ lub $\tan\beta \leq 0.5$

- kolejne ograniczenie pochodzi z pomiaru $B \to X_s\gamma$ wykonywanego w CLEO [19]: $Br(B \to X_s\gamma) = (1 - 4.2) \times 10^{-4}$. Ponieważ wkład do tego procesu dają lekkie chargina i stopy, pomiar ten eliminuje część przestrzeni parametrów MSSM.

Aby sprawdzić, jak duża może być w porównaniu z przewidywaniem Modelu Standardowego zmiana Br($B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu$) dla małego $\tan\beta$, wykonano skan, którego wyniki w postaci korelacji Br($B^0_{\to} X_s\gamma$) z Br($B^0_s \to \bar{\mu}\mu$) przedstawia rysunek (6.4).

Parametry były skanowane w następujących zakresach: $m_C = 100 - 550$ GeV, $0.1 < \left|\frac{\mu}{m_2}\right| < 10$, $1 < \frac{M_{\tilde{t}_2}}{m_C} < 10$. Punkty dające $M_h < 107$ i $\Delta\rho > 6 \times 10^{-4}$ zostały odrzucone. Po lewej stronie rysunku (6.4) przedstawione są wyniki dla $\tan\beta = 0.5$, po prawej dla $\tan\beta = 2$. W obydwu sytuacjach większość punktów wskazuje na odejmowanie się wkładu supersymetrycznego od standardowego, choć przy $\tan\beta = 0.5$ widoczne są też wartości większe niż z Modelu Standardowego. Można to jakościowo zrozumieć pamiętając, że poprawki od chargin i stopów do wielkości $R_b \equiv \Gamma(Z^0 \to \bar{b}b)/\Gamma(Z^0 \to hadr)$ analizowane w [34] miały na ogół przciwny znak niż wkład pętli z kwarkiem top i zmieniały R_b najwyżej o kilka procent. Widać w każdym razie, że dla małego $\tan\beta$ sektor chargin i stopów nie może zmienić tego, że Br($B^0_s \to \bar{\mu}\mu$) $\sim 10^{-9}$.

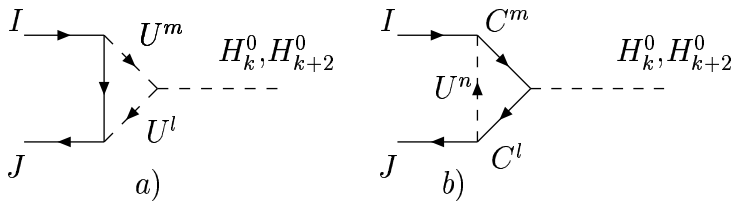


Rysunek 6.4: Korelacja przewidywań MSSM dla Br($B^0_{\rightarrow} X_s\gamma$) i Br($B^0_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$) $a)$ dla $\tan\beta = 0.5$ i $b)$ dla $\tan\beta = 2$

6.2 Analiza wkładów chargin do wymiany skalara w kanale s

W tym rozdziale przeanalizujemy poprawki od sektora chargin i skwarków górnych do formfaktorów $\widehat{F}^{S,P}_{L,R}$, które są istotne dla rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$ gdy $\tan\beta \gg 1$. Pokażemy, że wymiana skalarów i pseudoskalara w kanale s jest bardzo istotna, gdyż uwzględniając poprawki od sektora chargin wkłady te rosną jak $\tan^6\beta$. Wyprowadzone też zostaną przybliżone wzory pozwalające jakościowo zrozumieć wielkośc tych wkładów oraz ich zależność od głównych parametrów sektora chargin i stopów.

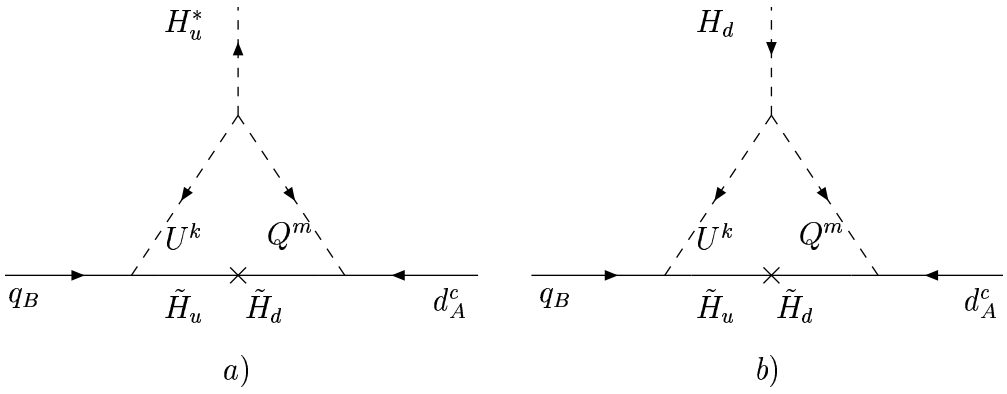
Wkład do formfaktorów $\widehat{F}^{S,P}_{L,R}$ dany jest przez diagramy wierzchołkowe oraz przez wkład do skalarnych



Rysunek 6.5: Diagramy wierzchołkowe z charginami ważne dla dużego $\tan\beta$

części energii własnych dolnych kwarków. Pełne wzory otrzymane po obliczeniu tych diagramów zebrane są w Dodatku B.

Przybliżone wzory dla wkładu chargin i górnych skwarków do formfaktorów $F^{S,P}_{L,R}$ można wyprowadzić rozważając sytuację, w której sfermiony i chargina są dużo cięższe niż skala elektrosłaba a także niż wszystkie bozony Higgsa. W takiej sytuacji przy skali energii $\sim M_Z$ fizyka będzie opisana teorią efektywną mającą postać modelu dwudubletowego, w którym oba dublety Higgsa sprzęgają się do obu typów kwarków tak jak w (2.35). Dzieje się tak dlatego, iż konstruując tę teorię efektywną trzeba uwzględnić w postaci sprzężeń drzewowych w lagranżjanie efektywnym efekty diagramów typu tych przedstawionych na rysunku 6.6. Diagramy z rysunku



Rysunek 6.6: Diagramy dające poprawki $\Delta_u Y_d$ i $\Delta_d Y_d$ do sprzężeń kwarków dolnych z neutralnymi skalarami Higgsa w przypadku niezłamanej symetrii cechowania

6.6 są tzw. poprawkami progowymi. Zauważmy, że efekty tych diagramów należy rozważać kładąc $v_1 = v_2 = 0$, gdyż przejście do teorii efektywnej dokonuje się jeszcze przed złamaniem symetrii elektrosłabej.

Po uwzględnieniu diagramów z rysunku 6.6 Yukawowskie sprzężenia kwarków dolnych (tylko te nas interesują w kontekście procesu $B^0 \to \bar{l}l$) mają postać jak w (2.35) z :

$$Y^1_d \to Y_d + \Delta_d Y_d, \quad Y^2_d \to \Delta_u Y_d \tag{6.8}$$

gdzie $\Delta_u Y_d$, $\Delta_d Y_d$ oznaczają odpowiednio wkłady diagramów (6.6) $a)$ i $b)$. Mamy więc:

$$\mathcal{L}_{eff} \;=\; -\,\epsilon_{ij}\,(Y_d + \Delta_d Y_d)^{BA}\, H^d_i q^A_j d^{c\,B} - \Delta_u Y^{BA}_d H^{*u}_i q^A_i d^{c\,B} + h.c \tag{6.9}$$

Jak to było pokazane w rozdziale drugim, takie sprzężenia Yukawy prowadzą do powstania prądów neutralnych zmieniających zapach. Powstające z lagranżjanu (6.9) wyrazy masowe dla pól kwarkowych nie są diagonalne. Mają one postać:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{mas} &= \frac{1}{\sqrt{2}}v_1\left(Y_d+\Delta_d Y_d\right)^{BA} d^A d^{c\,B} - \Delta_u Y_d^{AB}\frac{1}{\sqrt{2}}v_2 d^A d^{c\,B} + h.c. \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\left[-v_1 Y_d - v_1\Delta_d Y_d + v_2\Delta_u Y_d\right]^{AB} d^B d^{c\,A} + h.c\end{aligned} \tag{6.10}$$

Konieczna jest teraz diagonalizacja wyrazu masowego dla kwarków. W tym celu dokonamy następującej transformacji pól kwarków:

$$d^A \to \left(1+\Delta V_L^{D\dagger}\right)^{AB} d^B, \quad d^{c\,A} \to d^{c\,B}\left(1+\Delta V_R^{D\dagger}\right)^{AB} \tag{6.11}$$

Macierze $\Delta V_L^{D\dagger}$, $\Delta V_R^{D\dagger}$ spełniają relację: $\Delta V_{L,R}^{D\dagger} = -\Delta V_{L,R}^{D}$. Transformacja (6.11) jest infinitezymalna tzn. ΔV są tego samego rzędu co poprawki do stałych Yukawy, zatem wyrazy $\Delta V \Delta Y$ będą zaniedbane. Założyliśmy tu, że samo Y_d jest już diagonalne. Z (6.10) otrzymujemy więc:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}d^{cB}\left[-v_1 Y_d^A\delta_{AB} - v_1\Delta_d Y_d^{BA} + v_2\Delta_u Y_u^{BA} - v_1\left((\Delta V_R^{D\dagger})^{BA}Y_d^A + Y_d^B(\Delta V_L^D)^{BA}\right)\right] d^A \tag{6.12}$$

Aby otrzymać diagonalny wyraz masowy, musi zachodzić następujący związek:

$$-\Delta_d Y_d^{AB} + \frac{v_2}{v_1}\Delta_u Y_d^{AB} = \left((\Delta V_R^{D\dagger})^{AB}Y_d^B + Y_d^A(\Delta V_L^D)^{AB}\right) \tag{6.13}$$

Wykonując tę samą transformację [3] na części dotyczącej sprzężeń Yukawy kwarków dolnych z uwzględnieniem (6.8) mamy obecnie (opuszczamy indeksy generacyjne):

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = -\frac{1}{\sqrt{2}}d^c\left[-Y_d Z_R^{1k} - \Delta_d Y_d Z_R^{1k} + \Delta_u Y_d Z_R^{2k} - Z_R^{1k}\left(\Delta V_R^{D\dagger}Y_d + Y_d\Delta V_L^D\right)\right] d\, H_k^0 \\ +\frac{i}{\sqrt{2}}d^c\left[Y_d Z_H^{1k} + \Delta_d Y_d Z_H^{1k} + \Delta_u Y_d Z_H^{2k} + Z_H^{1k}\left(\Delta V_R^{D\dagger}Y_d + Y_d\Delta V_L^D\right)\right] d\, H_{k+2}^0 + h.c.\end{aligned} \tag{6.14}$$

Po skorzystaniu ze związku (6.13) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = -\frac{1}{\sqrt{2}}d^c\left[-Y_d Z_R^{1k} - \Delta_d Y_d Z_R^{1k} + \Delta_u Y_d Z_R^{2k} + \Delta_d Y_d Z_R^{1k} - \tan\beta\Delta_u Y_d Z_R^{1k}\right] d\, H_k^0 \\ +\frac{i}{\sqrt{2}}d^c\left[Y_d Z_H^{1k} + \Delta_d Y_d Z_H^{1k} + \Delta_u Y_d Z_H^{2k} - \Delta_d Y_d Z_H^{1k} + \tan\beta\Delta_u Y_d Z_H^{1k}\right] d\, H_{k+2}^0\end{aligned} \tag{6.15}$$

Widać, że poprawki $\Delta_d Y_d$ kasują się, gdyż jak należało się spodziewać, prądy neutralne zmieniające zapach nie pojawiają się w wyniku poprawek do wierzchołka $\epsilon_{ij}H_i^d q_j d$, czyli do sprzężenia, które występuje w lagranżjanie jako sprzężenie drzewowe. Jedynym źródłem prądów neutralnych zmieniających zapach jest zatem poprawka $\Delta_u Y_d$. Ostatecznie więc lagranżjan efektywny opisujący sprzężenia kwarków dolnych z neutralnymi skalarami zapiszemy jako:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = -\frac{1}{\sqrt{2}}d^c\left[-Y_d Z_R^{1k} + \Delta_u Y_d Z_R^{2k} - \tan\beta\Delta_u Y_d Z_R^{1k}\right] d\, H_k^0 \\ +\frac{i}{\sqrt{2}}d^c\left[Y_d Z_H^{1k} + \Delta_u Y_d Z_H^{2k} + \tan\beta\Delta_u Y_d Z_H^{1k}\right] d\, H_{k+2}^0 + h.c.\end{aligned} \tag{6.16}$$

[3] Ściśle biorąc relacja (6.13) ma zachodzić dla $A \neq B$. Dla $A = B$ otrzymujemy w (6.10) poprawkę do relacji $m_{d_I} = \frac{1}{\sqrt{2}}v_1 Y_d^I$. Dokładne potraktowanie prowadzi do wniosku, że we wzorach poniżej $Y_d^J = m_{d_I}/v_1$, gdzie m_{d_I} jest już masą biegnącą w teorii efektywnej

Wyznaczymy teraz poprawkę $\Delta_u Y_d$ obliczając diagram 6.6a). Możemy pracować w bazie, w której pierwotne pola kwarków (i tak samo skwarków) zostały obrócone przez transformację:

$$u^c \to u^c\, V_R^{U\dagger} \qquad d^c \to d^c\, V_R^{D\dagger} \qquad q \to V_L^U\, q \tag{6.17}$$

W bazie tej macierz macierz sprzężeń Yukawy kwarków up jest już diagonalna, natomiast macierz Yukawy kwarków dolnych wynosi:

$$Y_d^{AB} = Y_d^A V_{AB}^\dagger \tag{6.18}$$

gdzie V_{AB} jest macirzą Cabbibo-Kobayashi-Maskawa. Ponadto dzięki temu pola skwarków typu górnego są już wtedy zapisane w bazie super-KM, w której (jak to zakładamy w tym rozdziale) ich macierz masy jest diagonalna w generacjach. Wszystkie istotne do obliczenia diagramu 6.6a) masy i sprzężenia zawarte są w następującej części lagranżjanu MSSM:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{SUSY}^{(1)} &= -\epsilon_{ij} Y_d^{AB}\, q_j^B H_i^d d^A \;-\; Y_u^{*A}\delta_{AB}\, q_i^B H_i^{*u} u^A \;-\; \mu^* \epsilon_{ij} H_i^{*d} H_j^{*u} \\ &\quad + \epsilon_{ij} A_U^{AB} H_i^u Q_j^A U^B \;-\; \left(m_U^2\right)^{AB}\; U^{*A} U^B \;-\; \left(m_Q^2\right)^{AB}\; Q_i^{*A} Q_j^B\end{aligned} \tag{6.19}$$

Z diagramu 6.6a) otrzymujemy:

$$\Delta_u Y_d^{AB} = \frac{1}{16\pi^2} Y_d^{AB} \left(Y_u^B\right)^2 A_u^B \mu^* C_0(|\mu|^2, M_{U_B}^2, M_{U_B^c}^2) \tag{6.20}$$

Założyliśmy też, jak to się zwykle przyjmuje, że w bazie super-KM $A_U^{AB} = Y_u^A A_u^A \delta^{AB}$, tzn., że trójliniowe sprzężenie skalarne skwarków górnych do leptonów są proporcjonalne do stałej Yukawy kwarku górnego i (zgodnie z założeniem przyjętym w tym rozdziale) diagonalną. Wstawiając to do lagranżjanu efektywnego i uwzględniając łamanie symetrii elektrosłabej ($v_1 \neq 0$, $v_2 \neq 0$) dostajemy wyraz masowy w postaci (6.10). Ponieważ w celu wykonania transformacji (6.11) zakładaliśmy, że Y_d jest diagonalne musimy (pamiętając, że przy obliczaniu $\Delta_u Y_d$ pracowaliśmy w bazie, w której stała Y_d jest dana przez (6.17)) najpierw (przed wykonaniem rotacji (6.11)) wykonać obrót: $d \to Vd$. Prowadzi to do poprawki $\Delta_u Y_d^{AB}$ w postaci:

$$\Delta_u Y_d^{AB} = \frac{1}{16\pi^2} Y_d^A V_{AC}^\dagger V_{CB} \left(Y_u^C\right)^2 A_u^C \mu^* C_0(|\mu|^2, M_{U_C}^2, M_{U_C^c}^2) \tag{6.21}$$

gdzie μ reprezentuje masę m_{C_1} lżejszego chargina (higgsina). Ponieważ stała Yukawy kwarku top jest największa, mamy:

$$\Delta_u Y_d^{JI} = \frac{1}{16\pi^2} Y_d^J V_{tI} V_{tJ}^* \left(Y_t\right)^2 A_t m_{C_1} C_0(m_{C_1}^2, M_{\tilde{t}_L}^2, M_{\tilde{t}_R}^2) \tag{6.22}$$

Widać z tego rachunku, że otrzymana wartość poprawki $\Delta_u Y_d$ jest proporcjonalna do $\tan\beta$, ponieważ zawiera w sobie jedną stałą Yukawy kwarku dolnego:

$$Y_d^J \sim m_{d_J}/v_1 \sim \tan\beta m_{d_J} \tag{6.23}$$

Tak więc otrzymujemy zmieniające zapach części wierzchołków:

$$\begin{aligned}\widehat{F}_L^S &= \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\sqrt{2}} Y_d^J V_{tI} V_{tJ}^* Y_t^2 (Z_R^{2k} - \tan\beta Z_R^{1k}) A_t m_{C_1} C_0 \qquad (6.24)\\ &= -\frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^3}{4 s_W^3}\frac{m_b}{M_W} V_{tI} V_{tJ}^* \frac{m_t^2}{M_W^2}\tan\beta \left(Z_R^{2k} - \tan\beta Z_R^{1k}\right) A_t m_{C_1} C_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{F}_L^P &= \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\sqrt{2}} Y_d^J V_{tI} V_{tJ}^* Y_t^2 (Z_H^{2k} + \tan\beta Z_H^{1k}) A_t m_{C_1} C_0 \qquad (6.25)\\ &= -\frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{m_b}{M_W} V_{tI} V_{tJ}^* \frac{m_t^2}{M_W^2}\tan\beta \left(Z_H^{2k} + \tan\beta Z_H^{1k}\right) A_t m_{C_1} C_0\end{aligned}$$

Wyrażenia (6.24) i (6.25) dla $\widehat{F}_L^S$ i $\widehat{F}_L^P$ powinny odtwarzać dominującą część pełnych formfaktorów obliczonych ze wzorów (B.65), (B.59), (B.55),(B.49),(B.45) w Dodatku B. Aby sprawdzić, że tak jest rzeczywiście, zauważymy po pierwsze, że rachunek przybliżony zaniedbuje wkład do $\widehat{F}_L^S$ i $\widehat{F}_L^P$ diagramu $b)$ z rysunku (6.5). Z pozostałych dwu wkładów do $\widehat{F}_L^S$ i $\widehat{F}_L^P$ danych w Dodatku B najpierw rozpatrzymy energię własną Σ_L przybliżając sprzężenia kwark dolny-chargino-górny skwark (B.69), (B.70) przez ich części zawierające stałe Yukawy. Mamy wówczas:

$$\begin{aligned}\Sigma_L^c &= \frac{1}{16\pi^2} m_{C_j} \left(-Y_u^A Z_U^{*A+3,j} Z_+^{*2j} V_{AI}\right) \left(Y_d^J Z_U^{B,n} Z_+^{2j} V_{BJ}^*\right) B_0(m_{C_j}^2, M_{U_n}^2) \\ &= \frac{1}{16\pi^2} m_{C_j} \left(-Y_u^A Z_U^{*A+3,j} V_{AI}\right) \left(Y_d^J Z_U^{B,n} V_{BJ}^*\right) B_0(m_{C_j}^2, M_{U_n}^2)\end{aligned} \tag{6.26}$$

gdzie w drugiej linii uwzględniliśmy tylko wkład lżejszego chargina ($j = 1$) zakładając, że jest ono czystym higgsinem (tzn. $m_{C_1} \approx |\mu|$ i $Z_\pm^{21} \approx 1$). Ponieważ występują tu stałe Yukawy kwarków górnych, można ograniczyć się do trzeciej generacji, tzn. $A = 3$, $B = 3$ i $Y_u^A = Y_t$, gdyż z założenia macierze Z_U nie mieszają generacji. Wykorzystując teraz (6.7) dla stopów znajdziemy:

$$Z_U^{3+3,1\,*} Z_U^{31} = -Z_U^{3+3,2\,*} Z_U^{32} \equiv \sin\theta_t \cos\theta_t = \frac{\mathcal{M}_{LR}^2}{M_{\tilde{t}_1}^2 - M_{\tilde{t}_2}^2} = \frac{-m_t\,(A_t + \mu \cot\beta)}{(M_{\tilde{t}_1})^2 - (M_{\tilde{t}_2})^2} \tag{6.27}$$

Ponieważ

$$\frac{B_0(m^2, M_1^2) - B_0(m^2, M_2^2)}{M_1^2 - M_2^2} \equiv C_0(m^2, M_1^2, M_2^2) \tag{6.28}$$

mamy ostatecznie:

$$\Sigma_L^c = \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{\sqrt{2}} v_2 Y_d^J V_{tI} V_{tJ}^* Y_t^2\,(A_t + \mu \cot\beta)\, m_{C_1} C_0\left(m_{C_1}^2, M_{\tilde{t}_1}^2, M_{\tilde{t}_1}^2\right) \tag{6.29}$$

Używając tego samego przybliżenia dla sprzężeń dolnych kwarków-chargin-górnych skwarków możemy przybliżyć dany wzorem (B.59) wkład diagramu z rysunku (6.6) $a)$ do F_L^S. Mamy:

$$F_1^S = -\frac{1}{16\pi^2} V_{UUH_0^k}^{lmk} \left(Y_d^J Z_U^{Bm} V_{BJ}^*\right) \left(-Y_u^A Z_U^{*A+3,l} V_{AI}\right) m_{C_1} C_0(m_{C_1}^2, M_{U_l}^2 M_{U_m}^2) \tag{6.30}$$

Sprzężenie $V_{UUH_0^k}^{lmk}$ dane w [44] jest bardzo skomplikowane. Aby odtworzyć wynik rachunku przybliżonego wybieramy jego części proporcjonalne do A_U^{AB} i μ oraz musimy założyć, że

$$Z_U^{3+3,m\,*} Z_U^{A\,m} \sim 0, \quad Z_U^{A\,m} A_U^{Am*} \sim 1 \tag{6.31}$$

czyli, że mieszanie stopów jest niewielkie. Mamy wtedy w (6.30) efektywnie:

$$V_{UUH_0^k}^{lmk} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} Z_U^{Nl*} Z_U^{N+3,m} \left(Z_R^{2k} A_t + \mu Z_R^{1k}\right) Y_u^N \tag{6.32}$$

i otrzymujemy

$$F_1^S = \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(Z_R^{2k} A_t + \mu Z_R^{1k}\right) V_{tI} V_{tJ}^* Y_d^J Y_t^2 m_{C_1} C_0\left(m_{C_1}^2, M_{\tilde{t}_1}^2, M_{\tilde{t}_1}^2\right) \tag{6.33}$$

gdzie znów ograniczyliśmy się do trzeciej generacji skwarków górnych. Wstawiając tak przybliżone Σ_L i F_L^S do wzorów (3.34) widać, że części Σ_L i F_L^S proporcjonalne do μ^2 dokładnie się skasują. Odpowiada to kasowaniu się poprawek $\Delta_d Y_d$ w (6.16). W pozostałych częściach F_L^S i Σ_L łatwo wydzielić obliczone poprzednio $\Delta_u Y_d$. Widać więc, że pozostała część Σ_L daje nam częśc jawnie proporcjonalną do $\tan\beta$ w (6.16) a F_L^S drugą część tego wzoru.

Porównanie wkładów do $\widehat{F}_L^P$ przebiega tak samo. Rachunek ten pozwala uwidocznić wszystkie przybliżenia, jakie z punktu widzenia pełnego rachunku pętlowego zawiera w sobie przybliżenie:

$$\widehat{F}_L^S = \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta_u Y_d \left[Z_R^{2k} - Z_R^{1k}\tan\beta\right] \tag{6.34}$$

$$\widehat{F}_L^P = \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta_u Y_d \left[Z_H^{2k} + Z_H^{1k}\tan\beta\right] \tag{6.35}$$

W tym przybliżeniu łatwo już znaleźć wkłady do współczynników Wilsona. Uwzględniając tylko część jawnie proporcjonalną do $\tan^3\beta$ otrzymujemy wkład do współczynników Wilsona od wymiany pseudoskalara [4]:

$$\begin{aligned} C_{LL}^S &= -C_{LR}^S = \frac{m_l}{v_1}\frac{1}{M_{A^0}^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\Delta_u Y_d \tan\beta = \frac{e}{2\sqrt{2}s_W}\frac{m_l}{M_W}\tan^2\beta\frac{1}{M_{A^0}^2}\Delta_u Y_d \\ &= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{m_{d_J}m_l}{M_W^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 V_{tI}V_{tJ}^*\tan^3\beta\frac{1}{M_{A^0}^2}\frac{1}{8}\frac{m_t^2}{M_W^2}A_t m_{C_1}C_0\left(m_{C_1}^2, M_{\tilde{t}_L}^2, M_{\tilde{t}_R}^2\right) \end{aligned} \tag{6.36}$$

Analogicznie, wkład do współczynników Wilsona od wymiany skalarów ma postać:

$$C_{LL}^S = C_{LR}^S = \frac{m_l}{v_1}\frac{Z_R^{1k}}{M_{H_k^0}^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\Delta_u Y_d\tan\beta Z_R^{1k}\right) = -\frac{e}{2\sqrt{2}s_W}\frac{m_l}{M_W}\tan^2\beta\Delta_u Y_d\frac{(Z_R^{1k})^2}{M_{H_k^0}^2} \tag{6.37}$$

co, wykorzystując relacje (5.30) i (5.31) ważne dla dużego $\tan\beta$, daje:

$$C_{LL}^S = C_{LR}^S = \frac{1}{16\pi^2}\frac{m_{d_J}m_l}{M_W^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 V_{tI}V_{tJ}^*\tan^3\beta\frac{1}{M_{A^0}^2}\frac{1}{8}\frac{m_t^2}{M_W^2}A_t m_{C_1}C_0 \tag{6.38}$$

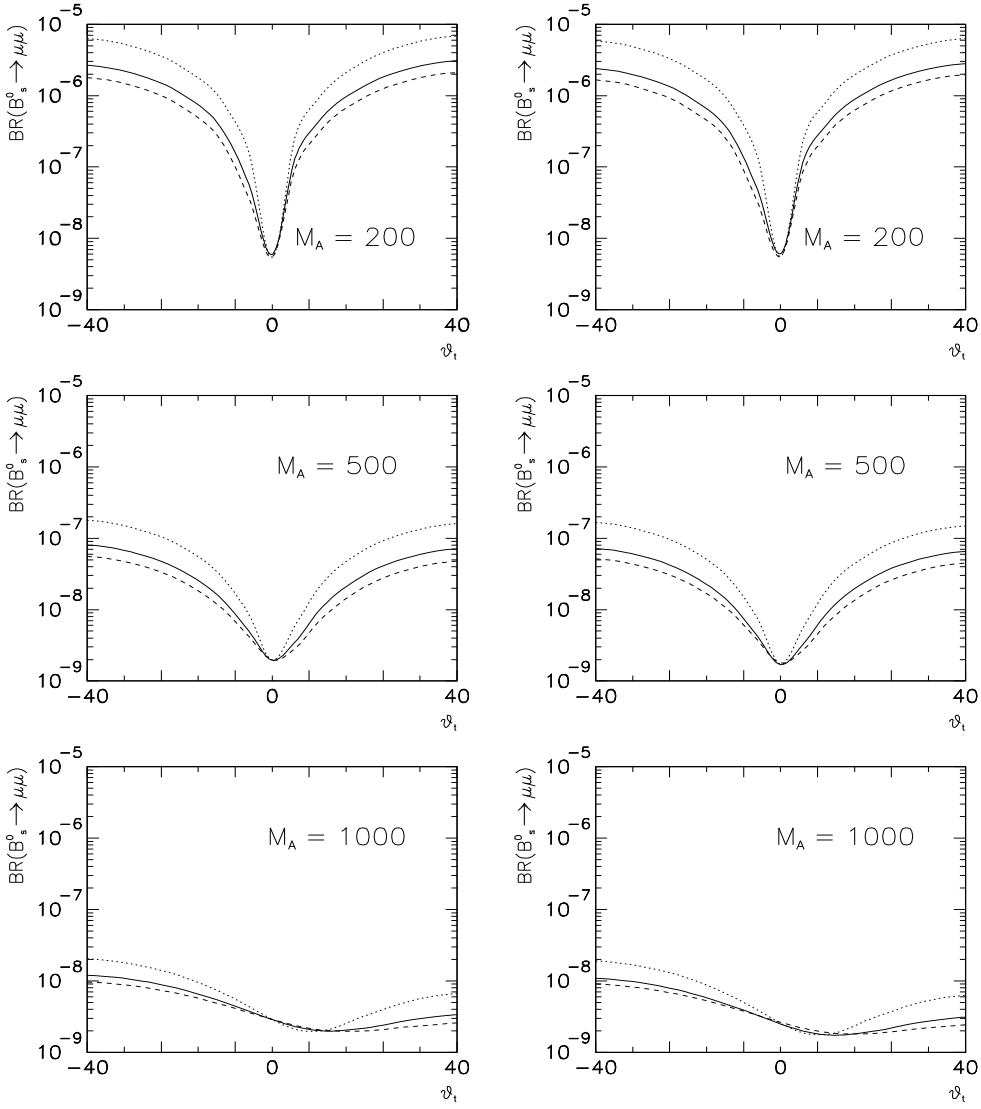
Podstawiając to do wzorów (3.24), (3.25), otrzymujemy następujące wyrażenia na współczynniki a, b w amplitudzie:

$$a = \frac{f_B}{4}\frac{1}{16\pi^2}V_{tI}V_{tJ}^*\frac{2m_l}{M_W^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4\left[Y(x_t) - \frac{M_B^2}{8M_W^2}\tan^2\beta\frac{\log r}{r-1} + \frac{M_B^2}{8M_W^2}\frac{m_t^2}{M_{A^0}^2}\tan^3\beta A_t m_{C_1}C_0\right] \tag{6.39}$$

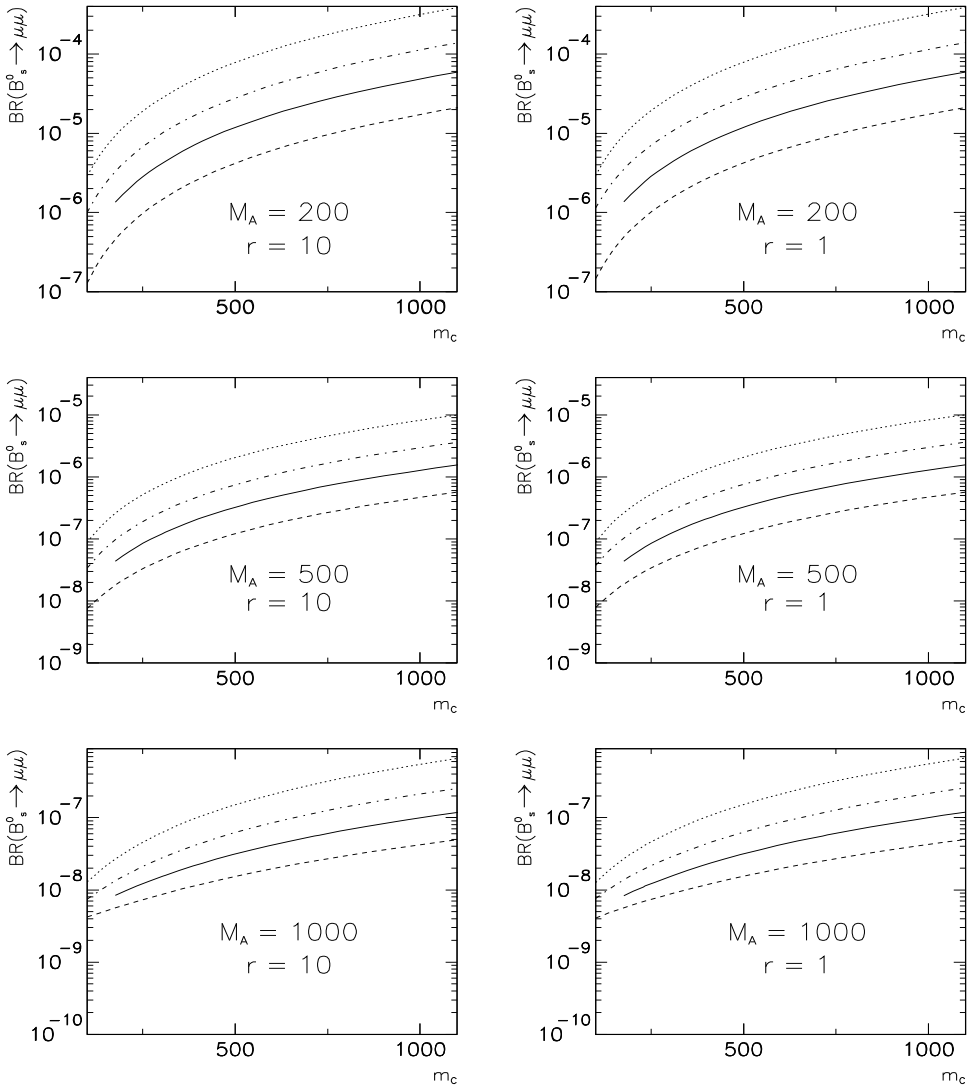
$$b = \frac{f_B}{4}\frac{1}{16\pi^2}V_{tI}V_{tJ}^*\frac{2m_l}{M_W^2}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4\left[-\frac{M_B^2}{8M_W}\tan^2\beta\frac{\log r}{r-1} + \frac{M_B^2}{8M_W^2}\frac{m_t^2}{M_{A^0}^2}\tan^3\beta A_t m_{C_1}C_0\right] \tag{6.40}$$

Widać, że zarówno w a i w b wkład od chargin i stopów wchodzi z przeciwnym znakiem niż wkład $H^\pm$. Dla dużych $\tan\beta$ wkład chargin jest jednak dominujący, gdyż jest proporcjonalny do $\tan^3\beta$ (co oznacza, że dominujący wkład do szerokości rozpadu jest $\sim \tan^6\beta$), a wkład H^+ do $\tan^2\beta$. Łatwo też oszacować wielkość wkładu chargin: dla $\tan\beta = 50$, $M_{A^0} = 100$ i zakładając, że $A_t\mu C_0 \sim 1$ mamy w a dodatek do $Y(x_t) \sim 1$ rzędu: $\frac{1}{8}\left(\frac{5}{80}\right)^2\left(\frac{166}{200}\right)^2(50)^3 \approx 42$ czyli przewidywanie Modelu Standardowego dla stosunku rozgałęzień trzeba pomnożyć co najmniej przez czynnik $(1+42)^2 \sim 1.7\times 10^3$. Tak więc dla $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} \gtrsim M_Z$ Br$(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ może dochodzić do 10^{-6}. Jak pokazują wzory (6.36) i (6.37), wkład chargin jest proporcjonalny do A_t które jest bezpośrednio związane z kątem mieszania stopów (patrz wzór (6.27), dla dużego $\tan\beta$ zależność kąta mieszania od μ jest tłumiona). Zależność tę ilustruje rysunek 6.7, gdzie pokazano Br$(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ w funkcji kąta mieszania dla różnych M_{A^0} i mas stopów. Widać wyraźnie minimum koło $\theta_t \approx 0$, co odpowiada $A_t \approx 0$. Ponieważ wyniki dla $r = 10$ (małe μ) i $r = 1$ (duże μ) są bardzo podobne, wnioskujemy, że choć w rachunku przybliżonym utożsamialiśmy m_{C_1} z μ, to jednak właściwym parametrem w przybliżonych wzorach (6.39) i (6.40) jest m_{C_1} a nie μ.

Inną ważną cechą wkładu chargin jest to, że jeśli przeskalować wszystkie parametry miękko łamiące supersymetrię tak, że wszystkie parametry masy cząstek supersymetrycznych skalują się jednakowo, tzn. $M_{\tilde{t}_i} \to \lambda M_{\tilde{t}_i}$, $m_{C_i} \to \lambda m_{C_i}$, $\mu \to \lambda\mu$, $A_t \to \lambda A_t$ to wkład ten pozostaje stały. Innymi słowy, efekty chargin i stopów mogą być duże nawet, gdy superpartnerzy znanych cząstem mają masy $\sim \mathcal{O}(TeV)$ pod warunkiem,



Rysunek 6.7: Br($B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$) w funkcji θ_t dla $\tan\beta = 50$ i różnych wartości M_A. Linie ciągłe, przerywane i kropkowane odpowiadają wartościom $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1})$ równym $(240, 500)$, $(400, 700)$ i $(300, 850)$. $m_{C_1} = 100$ GeV. Na rysunkach po lewej stronie $r = 10$, na rysunkach po prawej stronie $r = 1$.



Rysunek 6.8: Br($B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$) w funkcji masy lżejszego chargina dla $\tan\beta = 50$ i różnych wartości M_A dla mas chargin i stopów skalowanych jednakowo.

że $M_{A^0} \gtrsim M_Z$. Rysunek 6.8 przedstawia zależność Br($B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$) od masy lżejszego chargina w sytuacji, gdy masy cząstek supersymetrycznych skalują się jednakowo.

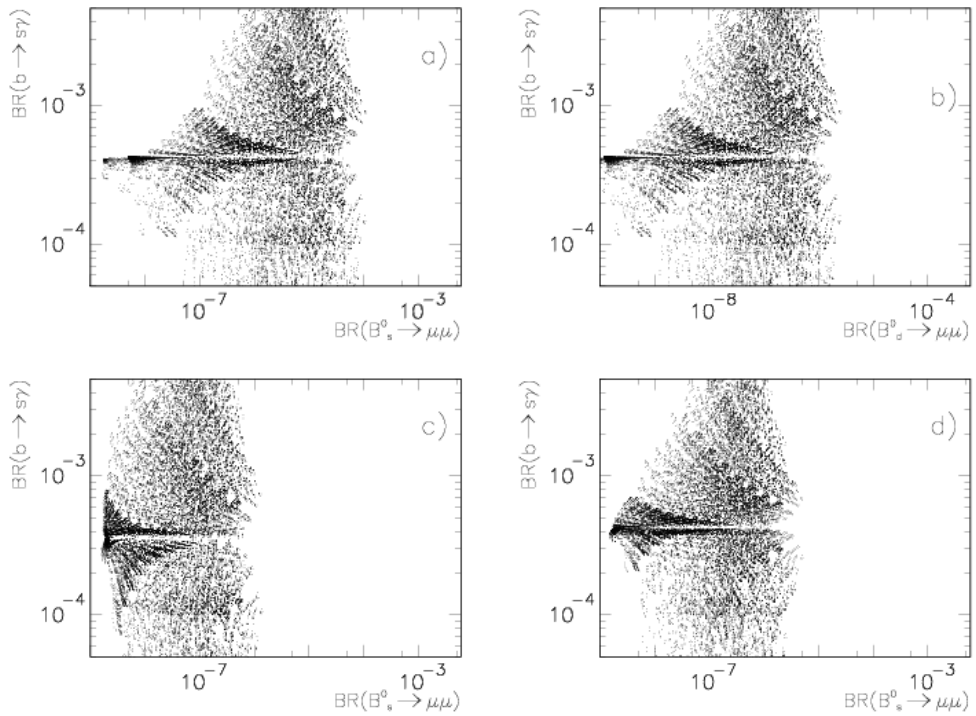
Na rysunku 6.8 linie ciągłe odpowiadają wartościom $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1})$ równym $(m_C, 3m_C)$ i $\theta_t = 10$, przerywane odpowiadają $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1})$ równym $(3m_C, 5m_C)$ i $\theta_t = 10$, kropkowane $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1}) = (m_C, m_C)$ i $\theta_t = 30$, kreskowane-kropkowane $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1}) = (3m_C, 5m_C)$ i $\theta_t = 30$. Na rysunkach po lewej stronie $r = 10$, na rysunkach po prawej stronie $r = 1$.

Dla dużego $\tan\beta$ chargina dają duży wkład do procesu $b \to s\gamma$ który jest mierzony doświadczalnie $Br(B \to X_s\gamma) = (1-4.2)\times 10^{-4}$ [19]. Eliminuje to wartości parametrów MSSM, dla których przewidywanie dla tego procesu jest niezgodne z pomiarem. Aby sprawdzić, jak ograniczenie przestrzeni parametrów MSSM wpływa na przewidywania tego modelu dla $Br(B^0_{s,d} \to \bar{\mu}\mu)$, wykonano skan którego wyniki przedstawia rysunek 6.9. Do obliczenia przewidywań MSSM dla $b \to s\gamma$ użyto istniejącego programu opartego na pracach [20], używanego w pracach [25] i uzupełnionego o policzone w pracy [21] poprawki dla wkładu naładowanego bozonu Higgsa.

Przedstawiona na rysunku (dla każdego z wyboru parametrów MSSM) wartość Br($B^0 \to X_s\gamma$) reprezentuje wartość tego stosunku rozgałęzienia, która w ramach niepewności teoretycznej szacowanej tak jak w pracy [23] jest najbliższa dozwolonemu przez pomiar [19] zakresowi $\mathrm{Br}^{exp}(B^0 \to X_s\gamma) = (1-4.2)\times 10^{-4}$. Skan obejmował następujące zakresy parametrów: $m_C = 100, 1000$, $0.1 < |r| < 10$, $-60 < \theta < 120$, $M_{\tilde{t}_1} = 500, 3500$, masa lżejszego stopu jest skalowana zgodnie z masą chargina: $1 < \frac{M_{\tilde{t}_2}}{m_C} < 10$. Na rysunkach $a)$, $c)$ i $d)$ przedstawione są przewidywania dla rozpadu $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$: na rysunku $a)$ $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 200$ GeV, na rysunku $c)$ $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 600$ GeV, na rysunku $d)$ $\tan\beta = 30$ i $M_{A^0} = 200$ GeV. Rysunek $b)$ przedstawia przewidywania dla rozpadu $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$: $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 200$.

Uwzględniono także ograniczenia wynikające $\Delta\rho < 6\times 10^{-4}$ i $M_{h^0} > 107$ GeV. Widać, że ograniczenie z procesu $B \to X_s\gamma$ dopuszcza wciąż jeszcze duże wzmocnienie stosunków rozgałęzień rozpadów $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ i $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$. Interesujące jest to, że także Br($B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$) może osiągać wartości $\sim 10^{-6}$, co oznacza, że parametry MSSM odpowiadające tym wartościom $Br(B_d^0 \to \bar{\mu}\mu)$ są wykluczone przez nieobserwowanie tego rozpadu w CLEO, co oznacza, że Br($B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$) $< 6.2\times 10^{-7}$ [19].

[4]Wkład G^0 ma o jedną potęgę $\tan\beta$ mniej, więc dalej zostanie pominięty.



Rysunek 6.9: Korelacja przewidywań MSSM dla wkładu chargin dla $Br(B_s^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu)$ (rys.a), c) i d)) i $Br(B_d^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu)$(rys.$b$)) z $Br(B \rightarrow X_s\gamma)$ dla dużych wartości $\tan\beta$ przy uwzględnieniu mieszania między lewymi i prawymi stopami. Na rys. a) i b) $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 200$ GeV, na rys. c) i d) odpowiednio $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 600$ GeV i $\tan\beta = 30$ i $M_{A^0} = 200$ GeV.

Rozdział 7

Wpływ niediagonalnych macierzy mas sfermionów na Br($B^0 \to \bar{l}l$)

W poprzednim rozdziale zakładaliśmy, że macierze mas sfermionów są w bazie super KM diagonalne w generacjach. Jak jednak było wspomniane w rozdziale 4.6, nie ma powodu, by robić takie założenie. W tym rozdziale rozpatrzymy zatem wpływ niediagonalnych w generacjach elementów macierzy mas sfermionów na szybkość rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$. Przyjęło się [10] [25] parametryzować niediagonalne w generacjach elementy macierzy mas sfermionów przez tzw. wstawki masowe (bezwymiarowe) zdefiniowane równaniem (4.36). Większość tych wstawek jest ograniczona przez wyniki doświadczalne. Z punktu widzenia rozpadu $B^0_{s(d)} \to \bar{l}l$, który związany jest z przejściem między drugą (pierwszą) i trzecią generacją kwarków dolnych istotne będą wstawki $\delta^{32}_{XY}(\delta^{31}_{XY})$ z $X, Y = L, R$. Są one ograniczone znacznie słabiej niż wstawki związane z przejściami pierwszej generacji w drugą (i vice versa).

Interesujące jest także sprawdzenie wpływu wstawek δ_{LL}, δ_{RR}, δ_{LR} w macierze mas sleptonów, które jako jedyne mogą powodować rozpad $B^0 \to \bar{l}l'$ (przez diagramy pudełkowe z charginami i neutralinami). W przypadku tych wstawek bardzo silne ograniczenia z procesów $l \to l'\gamma$ istnieją tylko na dla wstawek LR [10]. Natomiast w przypadku rozpadu $B^0 \to \bar{l}l'$ dominujący wkład powinna dawać wymiana chargin. W wierzchołkach chargino-lepton-sneutrino istotne są wtedy tylko lewe części i z tego powodu najistotniejsze są wstawki $(\delta_{LL})^{IJ}$, które są one słabo ograniczone[1]. Nawet przyjmując $m_{C_1} = 100$ GeV, oraz lekkie stopy, $M_{\tilde{t}_2} \approx 100$ GeV oraz biorąc maksymalne dopuszczalne $\left(\delta^l_{LL}\right)^{13,23}$ tak, by $M_{\tilde{l}} \gtrsim 90$ GeV, $M_{\tilde{\nu}} \gtrsim 50$ (tzn. $\delta^l_{LL} \sim 0.8$) otrzymuje się, że:

$$\begin{aligned} Br(B^0_s \to \bar{l}l') &\lesssim 2 \times 10^{-13} \\ Br(B^0_d \to \bar{l}l') &\lesssim 2 \times 10^{-15} \end{aligned} \tag{7.1}$$

gdzie $l(l') = e, \mu, \tau$, czyli, że te stosunki rozgałęzień są niemierzalnie małe. Dla innych parametrów (większe masy chargin etc.) te stosunki rozgałęzień są jeszcze mniejsze. Wrócimy więc teraz do rozpadów $B^0 \to \bar{l}l$.

7.1 Metoda wstawek masowych

Metoda ta pozwala rozwinąć amplitudę w potęgi wstawek masowych. Zazwyczaj dobre przybliżenie otrzymuje się rozpatrując rozwinięcie do pierwszego rzędu we wstawkach. Pozwala to otrzymać przybliżone wzory pracujące nieźle numerycznie dla $\delta^{IJ}_{XY} \lesssim 0.5$ pod warunkiem, że rozszczepienia mas sfermionów nie są zbyt duże tak, by masy te nie odbiegały zbytnio od pewnej masy średniej. Przypomnimy krótko tę metodę [10].

Zależność formfaktorów od wstawki można znaleźć, rozwijając otrzymaną z diagramu pętlowego funkcję mas cząstek w szereg potęgowy względem odchyleń kwadratów mas sfermionów od kwadratu pewnej masy średniej $\langle M^2_D \rangle$. Na przykład, dla funkcji dwóch mas sfermionów mamy:

[1] Praca [10] podaje $\left(\delta^l_{LL}\right)^{13} < 700 \left(\frac{M_{\tilde{\nu}}}{0.5\text{TeV}}\right)^2$, $\left(\delta^l_{LL}\right)^{23} < 100 \left(\frac{M_{\tilde{\nu}}}{0.5\text{TeV}}\right)^2$, co na ogół jest pozbawione sensu, gdyż już dla $\delta^l_{LL} \lesssim 1$ jedno ze sneutrin staje się tachionem.

$$f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m}) = f(m^2_\Lambda, \langle M^2_D\rangle, \langle M^2_D\rangle) + \frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_l}}(M^2_{D_l} - \langle M^2_D\rangle) + \frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_m}}(M^2_{D_m} - \langle M^2_D\rangle) + ... \tag{7.2}$$

W wyrażeniach dla formfaktorów funkcje te są mnożone przez macierze $Z^{Il}_D Z^{Jl*}_D$, $Z^{I+3,l}_D Z^{Jl*}_D$ etc., stojące w wierzchołkach kwark-skwark-fermion (gaugino lub higgsino). Jedyną częścią wzoru (7.2) dającą wkład dla $I \neq J$ są wyrazy: $\frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_l}} M^2_{D_l}$ i $\frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_m}} M^2_{D_m}$. (Pozostałe wyrazy z (7.2) znikną po wysumowaniu po indeksie l macierzy Z_D). Wyrazy te, pomnożone przez $Z^{Il}_D Z^{Jl*}_D$ etc. dają pozadiagonalne elementy macierzy kwadratów mas sfermionów $\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{XY}$, np.

$$Z^{*Jl}_D Z^{Il}_D \frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_l}} M^2_{D_l} = \frac{\partial f(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m})}{\partial M^2_{D_l}} \left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} \tag{7.3}$$

co wynika z odwrócenia związku:

$$Z^\dagger_D \mathcal{M}^2_D Z_D = diag(\mathcal{M}^2_D) \tag{7.4}$$

Po podzieleniu tak otrzymanych $\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)$ przez $\langle M^2_D\rangle$ etc. otrzymujemy stąd wyrażenie na formfaktory zależne od wstawek. Metodę tę łatwo uogólnić na wyższe wyrazy rozwinięcia.

7.2 Mały $\tan\beta$

Analogicznie, jak przy analizie wkładu chargin, rozpatrzymy dwa jakościowo różne przypadki: zakres małego i dużego $\tan\beta$. W przypadku małego $\tan\beta$ istotne są tylko diagramy z wymianą bozonu Z^0 w kanale s. Diagramy, które powinny być tu uwzględnione, dają ogólne wzory (B.27 - B.32) zebrane w Dodatku B. Tu zbadamy, w przybliżeniu liniowym we wstawkach, wielkość wkładu gluin w zależności od wstawki w macierze mas skwarków dolnych. Pominiemy na razie wkład neutralin, ponieważ na pierwszy rzut oka powinny one dawać wkład znacznie miejszy niż gluina, które sprzęgają się do kwarków i skwarków przez stałą silną α_S. (Jak to zostało omówione w poprzednich rozdziałach, chargina dają wkład nawet wówczas, gdy macierze mas sfermionów są diagonalne w generacjach i dlatego nie zajmujemy się tu nimi, choć w programie ich wkład uwzględnia również wstawki w macierze mas stopów [2]).

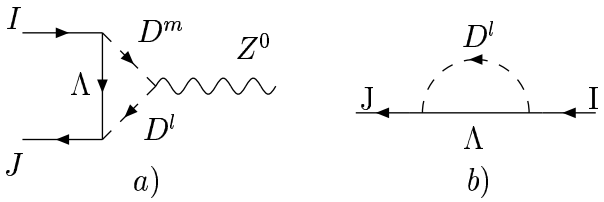
Diagramy z gluinami (i neutralinami) nie zawierają w wierzchołkach macierzy V_{CKM}, więc niediagonalność w generacjach macierzy mas skwarków dolnych jest w tym przypadku jedynym możliwym źródłem prądów neutralnych zmieniających zapach. Oznacza to także, że tłumienie rozpadu $B_d \to \bar{l}l$ w stosunku do rozpadu $B_s \to \bar{l}l$, którego źródłem w przypadku opisywanych wcześniej (w rozdziałach 3, 5 i 6) wkładów jest głównie mały stosunek $|V_{td}|/|V_{ts}| \approx 0.2$ nie zachodzi w przypadku przejść generowanych przez wstawki masowe.

Wyprowadzimy teraz wzory na formfaktory w przybliżeniu wstawek masowych.

Energia własna wchodząca do $\widehat{F}^V_L$ (dokładniej: jej wektorowa część) ma postać:

$$\begin{aligned}
\Sigma^V_L &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} Z^{Il}_D Z^{Jl*}_D \frac{1}{2}\left[B_0(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}) + (m^2_\Lambda - M^2_{D_l}) B_0'(m^2_\Lambda, M^2_{D_l})\right] \qquad (7.5)\\
&\approx \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} Z^{Il}_D Z^{Jl*}_D M^2_{D_l} \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial B_0}{\partial M^2_D}(m^2_\Lambda, M^2_D) + \frac{\partial}{\partial M^2_D}\left[(m^2_\Lambda - M^2_{D_l}) B_0'(m^2_\Lambda, M^2_D)\right]\right\}\\
&= \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL}\frac{1}{2}\left[\frac{M^2_D - 3m^2_\Lambda}{\left(m^2_\Lambda - M^2_D\right)^2} - \frac{2m^4_\Lambda}{\left(m^2_\Lambda - M^2_D\right)^3}\log\frac{m^2_\Lambda}{M^2_D}\right]
\end{aligned}$$

[2] Jak wynika z (4.20) i (4.21), niezerowa wstawka $(\delta_D)_{LL}$ w macierzy mas skwarków dolnych automatycznie indukuje niezerowe wstawki LL w macierze mas skwarków górnych; jej efekt jest uwzględniony w ogólnym skanie, którego wyniki przedstawia rys. 7.3



Rysunek 7.1: Diagram wierzchołkowy $a)$ i energia własna $b)$ dające wkład do wierzchołka $\bar{d}_J d_I Z^0$ w przypadku niezerowej wstawki masowej w macierz mas skwarków dolnych. Λ oznacza gluino.

gdzie wykorzystano wzory (A.5), (A.7) i (A.10) z Dodatku A a $M_D^2 \equiv \langle M_D^2 \rangle$. Diagram wierzchołkowy przedstawiony na rysunku 7.1 $a)$ daje:

$$
\begin{aligned}
F_L^V &= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W c_W}\left(Z_D^{Al} Z_D^{Am*} - \frac{2}{3}s_W^2 \delta_{lm}\right) Z_D^{Im} Z_D^{Jl*} \\
&\times \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2} + B_0(M_{D_m}^2, M_{D_l}^2) + m_\Lambda^2 C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2)\right] \\
&\approx -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W c_W}\left(Z_D^{Al} Z_D^{Am*} - \frac{2}{3}s_W^2 \delta_{lm}\right) Z_D^{Im} Z_D^{Jl*} \left(M_{D_l}^2 + M_{D_m}^2\right) \\
&\times \frac{1}{2}\left[C_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2) + m_\Lambda^2 D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2)\right] \\
&= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W c_W}(1 - \frac{2}{3}s_W^2)\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \\
&\times \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2M_D^2} - \frac{1}{2}\frac{m_\Lambda^2}{\left(M_D^2 - m_\Lambda^2\right)^2}\left(1 + \frac{m_\Lambda^2}{M_D^2}\right) - \frac{2m_\Lambda^4}{\left(M_D^2 - m_\Lambda^2\right)^3}\log\frac{m_\Lambda^2}{M_D^2}\right] \\
&= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W c_W}(1 - \frac{2}{3}s_W^2)\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}\frac{1}{2}\left[\frac{M_D^2 - 3m_\Lambda^2}{\left(m_\Lambda^2 - M_D^2\right)^2} - \frac{2m_\Lambda^4}{\left(M_D^2 - m_\Lambda^2\right)^3}\log\frac{m_\Lambda^2}{M_D^2}\right] \quad (7.6)
\end{aligned}
$$

gdzie wykorzystano wzory (A.9 - A.11) z Dodatku A. Uwzględniając energię własną (7.5) w pełnym formfaktorze $\widehat{F}_L^V$ według (3.30) widać, że wkłady te dokładnie się kasują. Oznacza to, że w liniowym przybliżeniu we wstawkach masowych dla małego $\tan\beta$ gluina nie dają wkładu do amplitudy. Formfaktor $\widehat{F}_R^V$ zależący od $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$ znika w podobny sposób.

Na początku tego podrozdziału pominęliśmy wkład neutralin przyjmując, że dadzą one wkład o wiele mniejszy niż sprzęgające się przez stałą silną gluina. Ponieważ jednak wkład gluin w liniowym przybliżeniu we wstawkach masowych znika, oszacujemy numerycznie (wyliczenie wkładu neutralin do $\widehat{F}_{L,R}^V$ przebiega podobnie jak w przypdaku gluin, ale prowadzi do bardziej złożonych wyrażeń z powodu mieszania się higgsinowych i gauginowych wkładowych neutralin), na ile wkład neutralin zmodyfikuje stosunek rozgałęzienia w porównaniu z wartością z Modelu Standardowego. Wkłady neutralin mogą zawierać zarówno wyrazy proporcjonalne do wstawek $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$, jak i do $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ}$. Dla $r = 0.75$ (dla małego r neutralina są w dominującej części gauginami - wkład gaugin jest większy, niż wkład higgsin), $\tan\beta = 3$ oraz dużych wartości wstawek: $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} = 0.75$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ} = 0.75$ uwzględniając tylko wkład neutralin i Modelu Standardowego otrzymujemy odpowiednio wartości stosunku rozgałęzienia dla rozpadu $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$: 3.85×10^{-9} i 4.25×10^{-9}, co oznacza modyfikację wartości z Modelu Standardowego o około $< 10\%$. Efekty gluin wyższego rzędu są również niewielkie, tak, że $Br(B_s \to \bar{\mu}\mu)$ jest zawsze rzędu 10^{-9}.

7.3 Duży $\tan\beta$

Przeanalizujemy teraz obszar dużego $\tan\beta$.W tym przypadku istotne są wkłady od diagramów z wymianą pseudoskalara lub skalarów w kanale s. Założymy na razie, że nie występuje mieszanie między lewymi i prawymi skwarkami dolnymi. Zgodnie z (3.34), (3.35) przy obliczaniu formfaktorów $\widehat{F}^{S,P}_{L,R}$ musimy tu także uwzględnić skalarną część energii własnej kwarku dolnego. Rozpatrzymy najpierw wkład gluina do formfaktorów $\widehat{F}^{P}_{L,R}$ potrzebnych do obliczenia wkładu od wymiany pseudoskalara w kanale s.

$$\begin{aligned}
\Sigma^S_L &= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda Z_D^{Il} Z_D^{J+3,l*} B_0(m_\Lambda^2, M^2_{D_l}) \\
&\approx -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda Z_D^{Il} M^2_{D_l} Z_D^{J+3,l*} \frac{\partial}{\partial M_D^2} B_0(m_\Lambda^2, M_D^2) \\
&= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda \left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LR} C_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2)
\end{aligned} \tag{7.7}$$

W przypadku dużego mieszania między lewymi i prawymi sbottomami powyższe wyrażenie trzeba uzupełnić o jeszcze jeden wyraz, który może dawać duży wkład. Trudno go obliczyć stosując metodę z rozdziału 7.1, gdyż różnica $M^2_{D_l} - M^2_{D_m}$ nie musi być wówczas mała i nie można zaniedbać wyższych wyrazów rozwinięcia (7.2). Każdy taki wyraz może dać wówczas wkład do członu liniowego w niediagonalnej w generacjach wstawce masowej. Można jednak skorzystać z równoważności metody przedstawionej w rozdziale 7.1 z metodą opartą na traktowaniu wstawek pozadiagonalnych jako dodatkowych oddziaływań. Ponieważ przy takim podejściu macierze Z_D rozpadają się na trzy niezależne bloki 2×2 wprowadzimy na chwilę zmodyfikowane oznaczenia: niech $Z^{Jk}_{D_J}$ i $Z^{J+3,k}_{D_I}$ $k=1,2$ będą czterema elementami macierzy wiążącej prawe i lewe skwarki $J-$tej generacji z odpowiednimi dwoma stanami własnymi masy D^-_{Jk}:

$$\begin{bmatrix} D_J \\ D_J^{c\,*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{J1*}_{D_J} & Z^{J2*}_{D_J} \\ Z^{J+3,1*}_{D_J} & Z^{J+3,2*}_{D_J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^-_{J1} \\ D^-_{J2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_J & -\sin\theta_J \\ \sin\theta_J & \cos\theta_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^-_{J1} \\ D^-_{J2} \end{bmatrix} \tag{7.8}$$

gdzie θ_J jest kątem mieszania skwarków typu dolnego $J-$tej generacji (patrz wzór (6.7)). Po przeprowadzeniu diagonalizacji, mieszająca generacje wstawka masowa $\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LR}$ do członu oddziaływania:

$$\mathcal{L} = -D^{-*}_{Jl} Z_D^{Jl} \left(m_Q^2\right)^{JI} Z_D^{Ik*} D^-_{Ik} = -D^{-*}_{Jl} Z_D^{Jl} \left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ} Z_D^{Ik*} D^-_{Ik} \tag{7.9}$$

Skalarna część energii własnej ma wtedy postać:

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^S &= (-i)^3(i)^3\frac{8g_s^2}{3}\int \frac{1}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{d}^4k}{(k^2-m_\Lambda^2)(k^2-M^2_{D_{Il}})(k^2-M^2_{D_{Jk}})} \\
&\times \left(-Z_{D_I}^{J+3,k*}P_L + Z_{D_J}^{Jk*}P_R\right) Z_{D_I}^{Jk}\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} Z_{D_I}^{Il*}\left(Z_{D_I}^{Il}P_L - Z_{D_I}^{I+3,l}P_R\right)
\end{aligned} \tag{7.10}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^S &= -\frac{8g_s^2}{3}\int \frac{1}{(2\pi)^4}\frac{i\,\mathrm{d}^4k}{(k^2-m_\Lambda^2)(k^2-M^2_{D_{Il}})(k^2-M^2_{D_{Jk}})} \\
&\times \left(Z_{D_J}^{J+3,k*} Z_{D_J}^{Jk}\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} Z_{D_I}^{Il*} Z_{D_I}^{I+3,l} P_L + Z_{D_J}^{Jk*} Z_{D_J}^{Jk}\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} Z_{D_I}^{Il*} Z_{D_I}^{I+3,l} P_R\right)
\end{aligned} \tag{7.11}$$

W przypadku rozpadu B^0 (a nie $\bar{B}^0$) indeks I odnosi się do dwóch pierwszych generacji [3], w których pomijamy mieszanie lewe-prawe, więc $Z_{D_I}^{Il*} Z_{D_I}^{I+3,l} = \pm\cos\theta\sin\theta_I \approx 0$ oraz $Z_{D_I}^{Il*} Z_{D_I}^{Il} = \cos^2\theta_I \approx 1$. Indeks J oznacza

[3] Mieszanie to jest proporcjonalne do mas odpowiednich kwarków, jest zatem znacznie mniejsze w przypadku dwóch pierwszych generacji.

sbottom, zatem $Z_{D_J}^{J+3,k*} Z_{D_J}^{Jk*} \sim \cos\theta_J \sin\theta_J$. Wtedy prawa skalarna część energii własnej nie ma wkładu proporcjonalnego do LL, natomiast lewa ma postać:

$$\begin{aligned}
\Sigma_L^S &= -\frac{8g_s^2}{3} \int\int \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{i\, m_\Lambda \, \mathrm{d}^4 k}{(k^2 - m_\Lambda^2)} \left(\frac{1}{k^2 - M_{D_{J1}}^2} - \frac{1}{k^2 - M_{D_{J2}}^2} \right) \cos\theta_J \sin\theta_J \qquad (7.12)\\
&\times \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \left(\frac{1}{k^2 - M_{D_{I1}}^2} \right)\\
&= -\frac{1}{16\pi^2} \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \cos\theta_J \sin\theta_J \left(M_{D_{J1}}^2 - M_{D_{J2}}^2\right) D_0(m_\Lambda^2, M_{D_{J1}}^2, M_{D_{J2}}^2, M_{D_{I1}}^2)
\end{aligned}$$

Analogicznie jak było to dla stopów w (6.27), dla sbbottomów mamy związek:

$$\cos\theta_J \sin\theta_J \left(M_{D_{J1}}^2 - M_{D_{J2}}^2\right) = -m_d \left(A_d + \mu \tan\beta\right) \qquad (7.13)$$

a zatem drugi wkład do skalarnej części energii własnej ma postać:

$$\Sigma_L^S = \frac{1}{16\pi^2} \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} m_d \left(A_d + \mu \tan\beta\right) D_0(m_\Lambda^2, M_{D_{J1}}^2, M_{D_{J2}}^2, M_{D_{I1}}^2) \qquad (7.14)$$

Zatem w przypadku występowania mieszania między lewymi i prawymi sbottomami dominująca część skalarnej lewa część energii własnej zależy liniowo od wstawki LL (Σ_R^S zależy w ten sam sposób od wstawki RR).

Pełny wkład gluina do $F_{L,R}^P$ dany jest wzorami (B.51) i (B.52). Potrzebne sprzężenie do bozonu Higgsa H_{k+2}^0 dane jest przez (B.74). Ma ono część proporcjonalną do stałej Yukawy kwarku dolnego oraz część zawierającą macierz trójliniowego sprzężenia A_D^{KL}. Rozwijając (B.51) i (B.52) do pierwszego rzędu we wstawkach masowych w ich częściach zawierających macierz A_D pochodzącą ze sprzężenia należy rozdzielić wkłady od wyrazów pozadiagonalnych i diagonalnych w generacjach w macierzyA_D. Dla części zawierającej wyrazy pozadiagonalne wystarczy w funkcji C_0 zastąpić obie masy $M_{D_l}^2$, $M_{D_m}^2$ przez M_D^2, gdyż A_D samo jest wyrazem pierwszego rzędu we wstawce: $A_D^{IJ} = \frac{\sqrt{2}}{v_1} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}$, dla części diagonalnej należy zastąpić $C_0(m_\Lambda^2, M_{D_k}^2, M_{D_l}^2)$ przez $(M_{D_k}^2 + M_{D_l}^2) D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2)$. W części zawierającej stałą Yukawy należy oczywiście również zastąpić $C_0(m_\Lambda^2, M_{D_k}^2, M_{D_l}^2)$ przez $(M_{D_k}^2 + M_{D_l}^2) D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2)$. Przy zwężeniu indeksów sprzężenia (B.74) z macierzami Z_D i uwzględnieniu $Z_D^{Jl*} Z_D^{Il} = \delta_{IJ}$, $Z_D^{J+3,l*} Z_D^{Il} = 0$ etc. połowa wyrazów w sprzężeniu (B.74) wypada i otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
F_L^P &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{8g_s^2}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \Big\{ A_D^{IJ} Z_H^{1k} m_\Lambda C_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2) \qquad (7.15)\\
&+ Z_H^{1k} A_D^{KL} Z_D^{L+3,m} Z_D^{Kn*} Z_D^{J+3,m*} Z_D^{In} (M_{D_m}^2 + M_{D_n}^2) m_\Lambda D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2)\\
&- \mu^* Y_d^A Z_H^{2k} Z_D^{Am*} Z_D^{A+3,l} Z_D^{J+3,l*} Z_D^{Im} \left(M_{D_l}^2 + M_{D_m}^2\right) m_\Lambda D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \Big\}\\
&= \frac{1}{16\pi^2} \frac{8g_s^2}{3} \Big\{ \frac{1}{v_1} Z_H^{1k} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} m_\Lambda C_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2)\\
&+ \frac{e}{2s_W} \frac{\mu}{M_W} \left(m_{d_I} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ} + \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} m_{d_J} \right) Z_H^{2k} \tan\beta m_\Lambda D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2)\\
&- Z_H^{1k} m_\Lambda \tan\beta \frac{e}{2s_W M_W} A_d \left(m_{d_I} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ} + m_{d_J} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \right) D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \Big\}
\end{aligned}$$

gdzie dla wyrazów diagonalnych macierzy A_D użyliśmy standardowego zapisu $A_D^{II} \equiv Y_d^I A_d$. Formfaktor F_R^P wygląda tak samo z zamianą $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \leftrightarrow \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ} \to -\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RL}^{IJ}$ Po uwzględnieniu energii własnej w pełnym formfaktorze $\widehat{F}_L^P$ według (3.35) i dodaniu jej do wkładu wierzchołkowego (7.15) widać, że część proporcjonalna do wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ}$ skraca się. Pozostają jedynie wyrazy ze wstawkami

$\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$. Widać też, że dla dużego $\tan\beta$ ostatnia część powyższego wzoru będzie dawała duży wkład, bo jest to jedyna część jawnie proporcjonalna do $\tan\beta$ (środkowa część wzoru też zawiera $\tan\beta$, ale jednocześnie jest proporcjonalna do $Z_H^{2k} = \cos\beta \approx 0$ dla $k = 1$) Ostatecznie więc zaniedbując (dla rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$ czyli dla J = 3, I=1,2) m_{d_I}, kładąc $k = 1$ i pozostawiając jedynie dominujące wkłady otrzymujemy:

$$\widehat{F}_L^P \approx -\frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W}\frac{m_{d_J}}{M_W}\tan^2\beta\mu\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} m_\Lambda D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \tag{7.16}$$

Zaniedbaliśmy tu też wkład wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$, gdyż jej wkład w $\widehat{F}_L^P$ jest zawsze tłumiony przez $\frac{m_{d_I}}{M_W}$. Dominuje ona natomiast w $\widehat{F}_R^P$, dla którego głównej części otrzymujemy wzór taki sam jak (7.16) z $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} \to \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$. Warto tu zauważyć, że w powyższym wzorze zależność od A_d skróciła się i cały wkład jest proporcjonalny do $\tan^2\beta\mu m_\Lambda$.

Teraz obliczymy wkład skalarów. Jest to w zasadzie analogiczny rachunek, jedyna istotna różnica polega na tym, że sprzężenie skalara do skwarków jest bardziej skomplikowane niż sprzężenie pseudoskalara (patrz wzór (B.82) w Dodatku B). Diagram wierzchołkowy opisujący poprawkę gluinową do wierzchołka $H_k^0\bar{d}_J d_I$ daje:

$$F_L^S = \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda V_{DDH_0^k}^{mlk} Z_D^{Il} Z_D^{J+3,m*} C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \tag{7.17}$$

Zastosowanie przybliżenia wstawki masowej prowadzi do:

$$\begin{aligned} F_L^S \approx\ & \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda \left\{ \left[\frac{e^2}{4c_W^2 s_W^2} B_R^k - \left(\left(Y_d^I\right)^2 \delta^{IL}\delta^{JK} + \left(Y_d^J\right)^2 \delta^{IL}\delta^{JK} \right) v_1 Z_R^{1k} \right] \right. \\ \times\ & \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{LK} D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \\ -\ & \frac{1}{\sqrt{2}} Z_R^{2k}\mu^* \left(Y_d^J \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} + Y_d^I \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ} \right) D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \\ +\ & \tan\beta Z_R^{1k} \frac{e}{2s_W M_W} A_d \left(m_{d_J} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ} + m_{d_I} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ} \right) D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \\ -\ & \left. \frac{1}{\sqrt{2}} Z_R^{1k} \frac{\sqrt{2}}{v_1} \left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ} C_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2) \right\} \end{aligned} \tag{7.18}$$

Po uwzględnieniu wkładu energii własnej (7.7) według (3.34) i dodaniu do wkładu diagramu wierzchołkowego (7.18) widać, że wkład energii własnej i ostatnia część wzoru (7.18) (pochodząca z części sprzężenia (B.82) zawierającej pozadiagonalną część macierzy A_D) wzajemnie się kasują. Oznacza to, że jedynym wyrazem proporcjonalnym do wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{IJ}$ jest człon wkładu wierzchołkowego zawarty w pierwszej linii (7.18). Skorzystamy teraz ze wzorów (5.30) i (5.31): ponieważ zawsze w rachunkach numerycznych przyjmujemy $M_{A^0} \gtrsim 100$, możemy przyjąć, że tylko jeden skalar - H^0 daje wkład do amplitudy. Sprzężenie tego skalara do bozonu Z^0 jest silnie tłumione (gdyż $B_R^{k=1} \sim \cos(\beta+\alpha) \sim 0$), zatem część proporcjonalna do $\frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}$ w pierwszej linii wzoru (7.18) daje bardzo mały wkład. Pozostała część jest bardzo mała, ponieważ, mimo, że efektywnie zawiera jedną potęgę $\tan\beta$, jest tłumiona przez pochodzący z dwóch stałych Yukawy czynnik $\frac{m_{d_I}^2}{M_W^2}$ lub $\frac{m_{d_J}^2}{M_W^2}$. Zatem w liniowym przybliżeniu we wstawkach masowych wyrażenia proporcjonalne do wstawek $\Delta\mathcal{M}_{LR}^2$ dają bardzo mały wkład. Uwzględniając to wszystko i zaniedbując (dla roazpadu B^0 tzn. $J = 3$, $I = 1, 2$) m_{d_I} otrzymujemy dominujący wkład do $\widehat{F}_L^S$ w postaci:

$$F_L^S = \frac{1}{16\pi^2}\frac{8g_s^2}{3}\frac{e}{2s_W}\frac{m_b}{M_W}(\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}\tan^2\beta m_\Lambda\mu^* D_0(m_\Lambda^2, M_D^2, M_D^2, M_D^2) \tag{7.19}$$

Ważne jest to, że dla dużego $\tan\beta$ wkład gluin do $B^0 \to \bar{l}l$ zależy od wstawek masowych typu LL i RR, które są znacznie słabiej ograniczone [10],[25] przez pomiar $B \to X_s\gamma$[19] niż wstawka LR, której wkład do $B^0 \to \bar{l}l$

w pierwszym przybliżeniu znika. Można pokazać, że wstawka ta daje wkład dopiero w rzędzie $\left[\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LR}\right]^3$ do $\widehat{F}^S_{L,R}$ (wkład trzeciego rzędu do $\widehat{F}^P_{L,R}$ również znika). Zatem aby jej wkład do procesu $B^0 \to \bar{l}l$ mógł być znaczący, wstawka δ_{LR} musiałaby być duża, $\gtrsim 0.5$, co jest wykluczone przez proces $b \to s\gamma$: tak duża wstawka masowa powodowałaby, że szerokość $B \to X_s\gamma$ stawałaby się wtedy bardzo duża, co jest sprzeczne z pomiarem CLEO [19]: $Br(B^0_s \to X_s\gamma) = (1 - 4.2) \times 10^{-4}$. Zgodnie ze wzorami otrzymujemy z wymiany A^0 następujące dominujące dla dużego $\tan\beta$ wkłady do współczynników Wilsona:

$$\begin{aligned} C^S_{LL} = -C^S_{LR} &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{1}{M^2_{A^0}}\frac{e^2}{4s^2_W}\frac{m_b m_l}{M^2_W}\frac{8g_s^2}{3}\tan^3\beta\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} \\ &\times \; m_\Lambda\mu D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D) \end{aligned} \tag{7.20}$$

$$\begin{aligned} C^S_{RL} = -C^S_{RR} &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{1}{M^2_{A^0}}\frac{e^2}{4s^2_W}\frac{m_b m_l}{M^2_W}\frac{8g_s^2}{3}\tan^3\beta\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{RR} \\ &\times \; m_\Lambda\mu D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D) \end{aligned} \tag{7.21}$$

W tej granicy wkład skalara H^0 (wkład h^0 jest tłumiony dla $M^0_A > 100$ GeV przez $\sin^2\alpha \sim 0$) o masie $M_{H^0} \approx M_{A^0}$ wynosi:

$$\begin{aligned} C^S_{LL} = C^S_{LR} &= -\frac{1}{16\pi^2}\frac{1}{M^2_{A^0}}\frac{e^2}{4s^2_W}\frac{m_b m_l}{M^2_W}\frac{8g_s^2}{3}\tan^3\beta\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL} \\ &\times \; m_\Lambda\mu D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D) \end{aligned} \tag{7.22}$$

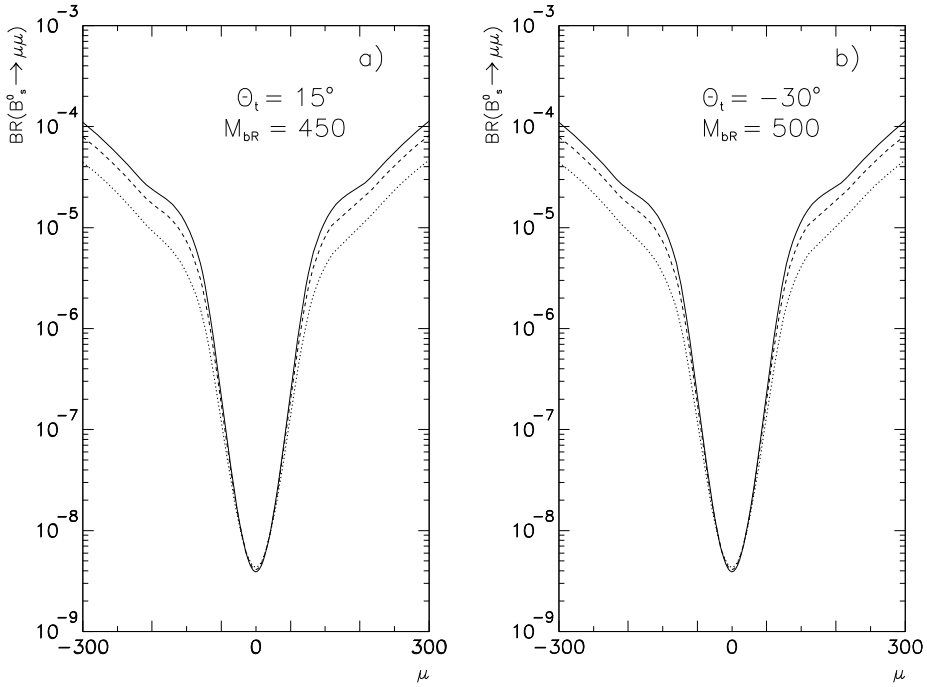
$$\begin{aligned} C^S_{RL} = C^S_{RR} &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{1}{M^2_{A^0}}\frac{e^2}{4s^2_W}\frac{m_b m_l}{M^2_W}\frac{8g_s^2}{3}\tan^3\beta\left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{RR} \\ &\times \; m_\Lambda\mu D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D) \end{aligned} \tag{7.23}$$

Możemy teraz napisać wzory na współczynniki a i b (wzory (3.24) , (3.25)) uwzględniające dla dużego $\tan\beta$ dominujące wkłady gluin i niezerowych wstawek. Ograniczymy się tu tylko do niezerowej wstawki LL (wkład wstawki RR jest bardzo podobny). Definiując $\delta^{IJ}_{LL} \equiv \left(\Delta\mathcal{M}^2_D\right)^{IJ}_{LL}/\langle M^2_D\rangle$ mamy (uwzględniając dla łatwego porównania wkład Modelu Standardowego):

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{f_B}{2}\frac{m_l}{M^2_W}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 V_{tI}V^*_{tJ}\left[Y(x_t)\right. \\ &- \left.\frac{8}{3}g_s^2\left(\frac{s_W}{e}\right)^2\frac{M^2_B}{M^2_{A^0}}\frac{1}{V_{tI}V^*_{tJ}}\tan^3\beta\delta^{I3}_{LL}m_\Lambda\mu\langle M^2_D\rangle D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D)\right] \end{aligned} \tag{7.24}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{16\pi^2}\frac{f_B}{2}\frac{m_l}{M^2_W}\left(\frac{e}{s_W}\right)^4 V_{tI}V^*_{tJ} \\ &\times \left[-\frac{8}{3}g_s^2\left(\frac{s_W}{e}\right)^2\frac{M^2_B}{M^2_{A^0}}\frac{1}{V_{tI}V^*_{tJ}}\tan^3\beta\delta^{I3}_{LL}m_\Lambda\mu\langle M^2_D\rangle D_0(m^2_\Lambda, M^2_D, M^2_D, M^2_D)\right] \end{aligned} \tag{7.25}$$

Dominujący wkład wstawki δ^{IJ}_{RR} można uwzględnić przez zamianę: $\delta^{IJ}_{LL} \to \delta^{IJ}_{LL} - \delta^{IJ}_{RR}$. Zatem wkład gluin dla dużego $\tan\beta$ zachowuje się podobnie jak znaleziony w rozdziale 6 wkład chargin (tzn. jak $\tan^3\beta$), ale może być od niego znacznie większy, gdyż po pierwsze występuje tu silna stała sprzężenia, a po drugie wstawki δ^{IJ}_{LL} lub δ^{IJ}_{RR} mogą być znacznie większe niż czynnik $V_{tI}V^*_{tJ}$ występujący we wkładzie chargin. Wiedząc, że $g_s^2 = 4\pi\alpha_S \approx 4\pi \times 0.12$ i zakładając, że $m_\Lambda\mu\langle M^2_D\rangle D_0 \sim 0.1$ można na podstawie wzorów (7.24) i (7.25) przeprowadzić proste oszacowanie, jak duże mogą być efekty wstawek w porównaniu z wkładami Modelu



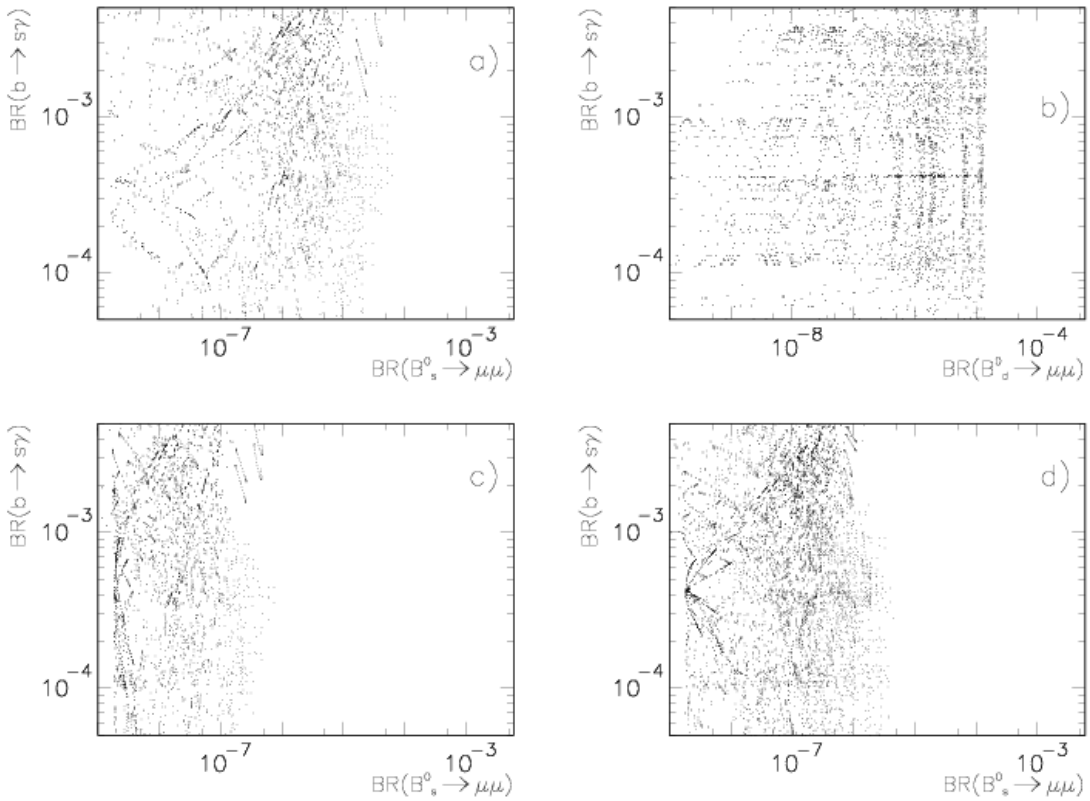
Rysunek 7.2: Zależność $Br(B_s^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu)$ od μ dla różnych kątów mieszania, różnych mas stopów i gluin i różnych wartości M_{b_R}. Przyjęto $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 200$ GeV. Na wszystkich rysunkach odpowiednia wstawka $\delta_{LL}^{IJ} = 0.1$. Na rys. $a)$ masy stopów są równe $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1}) = (250, 500)$ GeV, na rys. $b)$ - $(M_{\tilde{t}_2}, M_{\tilde{t}_1}) = (400, 700)$ GeV. Na obu rysunkach linie ciągłe odpowiadają wartościom $m_\Lambda = 300$ GeV, przerywane odpowiadają $m_\Lambda = 500$ GeV, kropkowane $m_\Lambda = 800$ GeV.

Rysunek (7.2) ilustruje zależność Br($B^0 \to \bar{l}l$) od parametrów modelu. Widać wyraźnie minimum dla $\mu \approx 0$ zgadza się ze wzorami (7.24, 7.25) i zależność od wartosci masy gluina. Widać też, że zależność od innych parametrów jest słaba.

Aby sprawdzić, jak bardzo duże wkłady do rozpadu $B^0 \to \bar{l}l$ są skorelowane z wkładami do $b \to s\gamma$ wykonano skan po przestrzeni parametrów, którego wyniki przedstawia rys. 7.3. Skan obejmował następujące zakresy parametrów: $m_C = 100, 600$, $0.1 < |r| < 10$, $-60 < \theta_t < 60$, $M_{\tilde{t}_1} = 500 - 3000$, masą lżejszego stopu skalowaną zgodnie z masą chargina:$0.5 < \frac{M_{\tilde{t}_2}}{m_C} < 1.5$ oraz $A_d = 0$ i $A_d = -\mu \tan\beta$ i $A_d = A_t$.

Widać, że (tak jak to wynika z ograniczeń podanych w pracach [10], [25]) proces $b \to s\gamma$ nie ogranicza specjalnie efektów wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{23}$ w rozpadzie $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ i nawet uwzględniając ograniczenia z procesu $b \to s\gamma$ i $\Delta\rho$ można w MSSM otrzymać $Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ rzędu 5×10^{-5}. Podobne wyniki otrzymuje się dla wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$. Ponieważ wstawka $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{IJ}$ ($\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{IJ}$) jest słabo ograniczona, więc maksymalne wzmocnienie $Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ dla innej wartości wstawki można wydedukować wiedząc, że gdy wstawka dominuje całkowicie, wtedy $Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ skaluje się jak jej kwadrat. Porównując rys. 7.3$a)$ z rys. 7.3 $b)$ pokazującym wkład wstawki $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{13}$ (nie mającej bezpośredniego wpływu na proces $b \to s\gamma$) do rozpadu $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$ widać, że istnieje jednak pewna korelacja wkładów $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}$ do $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ i do $b \to s\gamma$. Tak, jak należało się spodziewać, w przypadku, gdy wstawki dominują amplitudę i przy tych samych wartościach wstawek $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{23}$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{13}$ stosunki rozgałęzień $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ i $B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$ są tego samego rzędu, gdyż ich stosunek nie jest w takim wypadku determionowany przez $|V_{td}|^2/|V_{ts}|^2 \approx \frac{1}{25}$. Tak więc, $Br(B_d^0 \to \bar{\mu}\mu)$ może dochodzić (dla $M_{A^0} \lesssim 200$) do 10^{-5}, co oznacza, że aktualnie istniejące górne ograniczenie doświadczalne [47] z CLEO Br($B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$)$< 6.2 \times 10^{-7}$ (na poziomie ufności 90%) dla lekkich $A^0 \approx 200$ GeV i dużych wartości $\tan\beta$ daje silniejsze ograniczenia na dopuszczalną wielkość odpowiednio skorelowaną z innymi parametrami MSSM (głównie z μ) pozadiagonalnych elementów $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL}^{13}$ i $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{RR}^{13}$ [4] niż podane w pracy [10], [25] ograniczenie: $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL,RR}^{13} < 0.2\left(\frac{M_D, m_{\tilde{\Lambda}}^2}{1\text{TeV}}\right)$. Warto również zauważyć, że podobnie, jak to miało miejsce w przypadku wkładu chargin analizowanym w rozdziale 6.3, wkład bezwymiarowych wstawek masowych nie maleje, gdy wszystkie parametry masowe sfermionów, gaugin i higgsin są skalowane równocześnie: $M \to \lambda M$. Oznacza to, że jeśli tylko $\tan\beta$ jest duży a wszystkie bozony Higgsa nie są zbyt ciężkie , wkład cząstek supersymetrycznych pozostaje duży nawet, gdy te cząstki są poza zasięgiem planowanych akceleratorów (LHC, NLC).

[4] Wstawka $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LR}^{13}$ jest już silnie ograniczona [10], [25]: $\left(\Delta\mathcal{M}_D^2\right)_{LL,RR}^{13} < 0.07\left(\frac{M_D, m_{\tilde{\Lambda}}^2}{1\text{TeV}}\right)$



Rysunek 7.3: Korelacja przewidywań MSSM dla $Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu)$ (rys.a), c) i d)) i $Br(B_d^0 \to \bar{\mu}\mu)$(rys.$b$)) z $Br(B \to X_s\gamma)$ dla dużych wartości $\tan\beta$ przy uwzględnieniu mieszania między lewymi i prawymi sbottomami. Na rys. a) i b) $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 200$ GeV, na rys. c) i d) odpowiednio $\tan\beta = 50$ i $M_{A^0} = 600$ GeV i $\tan\beta = 30$ i $M_{A^0} = 200$ GeV. Na wszystkich rysunkach odpowiednia wstawka $\delta_{LL}^{IJ} = 0.2$

Rozdział 8

Podsumowanie

W pracy przeprowadzono kompletny jednopętlowy rachunek szerokości rozpadu mezonów B_s^0 i B_d^0 na parę lepton-antylepton w Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym. Rozpad $B_{s,d}^0 \to \bar{l}l$ jest procesem z udziałem prądów neutralnych zmieniających zapach. W MSSM istnieją dwa źródła tego typu procesów: macierz V_{CKM} (która jest jedynym źródłem prądów neutralnych w Modelu Standardowym) oraz niediagonalność macierzy mas sfermionów, będąca nowym źródłem prądów neutralnych zmieniających zapach, obecnym tylko w MSSM. W pracy przebadano oddzielnie wpływ obydwu z nich na szerokość rozpadu B^0. Dominujące wkłady do Br($B^0 \to \bar{l}l$) udało się przedstawić w postaci prostych przybliżonych wzorów ilustrujących główne efekty. Niezależnie, powstał kompletny program fortranowski uwzględniający ściśle wszystkie jednopętlowe wkłady MSSM do Br($B^0 \to \bar{l}l$), który uzupełnia istniejącą bibliotekę programów do obliczania efektów prądów neutralnych zmieniających zapach w MSSM.

Zmieniające zapach prądy neutralne związane z macierzą V_{CKM} pojawiają się w wyniku wymiany naładowanych skalarów Higgsa oraz chargin. Wymiana gluin i neutralin daje natomiast niezerowy wkład tylko wówczas, gdy macierze mas skwarków są niediagonalne w generacjach. Tę drugą sytuację analizowano w przybliżeniu wstawek masowych, koncentrując się na pierwszym wyrazie rozwinięcia.

Analiza przeprowadzona była osobno dla dwóch jakościowo różnych przypadków - modelu z dużym $\tan\beta$ ($\tan\beta > 30$) i z małym $\tan\beta$ ($0.5 < \tan\beta < 20$). W tym drugim przypadku znaczący wkład mogą dawać jedynie diagramy pudełkowe i diagramy z wymianą bozonu Z^0 (diagramy z wymianą neutralnych bozonów Higgsa są tłumione przez czynnik $m_b m_\mu / M_W^2$). Zarówno w sytuacji, gdy jedynym źródłem prądów neutralnych zmieniających zapach była macierz V_{CKM}, jak i wówczas, gdy dominowała niediagonalność w generacjach macierzy mas skwarków, efekty dla małego $\tan\beta$ były stosunkowo małe: uwzględnienie wymiany chargin nie prowadziło do zmian przewidywania Modelu Standardowego o rzędy wielkości. Wynik ten nie jest zaskakujący: wkłady diagramów pudełkowych są małe a poprawki do wierzchołka $Z^0 \bar{d}_J d_I$ mają tę samą strukturę co badane intensywnie w latach 1995-96 w związku z tzw. problemem R_b poprawki do wierzchołka $Z^0 \bar{b} b$, które zmieniają wynik dla R_b jedynie o kilka procent. Analiza wkładów gluin w przybliżeniu wstawkowym dla małego $\tan\beta$ pokazała, że wkłady te się kasują. Wkład neutralin okazał się być również bardzo mały. Największe wzmocnienie $Br(B_s^0 \to \bar{\mu}\mu) \sim 2 \times 10^{-8}$ można w tym wypadku uzyskać dla lekkiego H^+ ($H^+ \sim 200$ GeV) i wartości $\tan\beta \sim 0.5$, które nie są faworyzowane przez modele wyjaśniające w ramach supersymetrii łamanie symetrii elektrosłabej przy pomocy tzw. mechanizmu radiacyjnego łamania.

Dla dużych wartości stosunku średnich próżniowych, tzn. $\tan\beta$, wzmocnione zostają wkłady wymiany neutralnych bozonów Higgsa w kanale s. W tym wypadku duże wzmocnienie stosunku rozgałęzienia $B^0 \to \bar{l}l$ można uzyskać pod warunkiem, że wszystkie neutralne bozony Higgsa są dość lekkie. Istnieje tu pewna hierarchia wkładów. Wkład rozszerzonego w porównaniu z Modelem Standardowym sektora Higgsa znaleziony w pracy [27], i niezależnie w niniejszej pracy, może dawać stosunek rozgałęzienia dochodzący dla $\tan\beta \lesssim 50$ do 1.8×10^{-8} (4×10^{-10}) dla $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ ($B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$). Wkład ten rośnie jak $\tan^4\beta$. Dominujący wkład sektora chargin zachowuje się jak $\tan^6\beta$ i może dochodzić dla $M_{A^0} = 200$ GeV i $\tan\beta = 50$ do 5×10^{-5} (1×10^{-6}) dla $B_s^0 \to \bar{\mu}\mu$ ($B_d^0 \to \bar{\mu}\mu$). Wkład ten silnie zależy od mieszania prawych i lewych superpartnerów kwarku t. Najsilniejsze wzmocnienie można uzyskać w przypadku, gdy nie znikają niediagonalne w genera-

cjach elementy macierzy kwadratów mas skwarków dolnych. Efekty te najwygodniej parametryzować przez zdefiniowane w rozdziale 4 bezwymiarowe wstawki masowe. W liniowym we wstawkach przybliżeniu amplitudy rozpadu największy wkład dają gluina. Wkład ten zachowuje się jak $\tan^6\beta$ i dla wstawki $\delta^{23}_{LL} = 0.2$ ($\delta^{13}_{LL} = 0.2$) dochodzi do 5×10^{-5} w przypadku $B^0_s \to \bar{\mu}\mu$ i do 10^{-5} w przypadku $B^0_d \to \bar{\mu}\mu$. Wkład wstawek RR jest taki sam, natomiast wkład wstawki LR, która dla przejścia między trzecią i drugą generacją jest silnie ograniczona przez proces $B \to X_s\gamma$, znika w tym przybliżeniu. Wkłady niediagonalnych w generacjach wstawek masowych do procesu $B^0_d \to \bar{\mu}\mu$ mogą dla pewnych parametrów MSSM być tak duże, że przewidywany Br($B^0_d \to \bar{\mu}\mu$) jest większy niż istniejące aktualnie górne ograniczenie Br($B^0_d \to \bar{\mu}\mu$) $< 6 \times 10^{-7}$ [47] (proces $B^0_s \to \bar{\mu}\mu$ nie jest na razie mierzony), co pozwala ograniczyć częściowo dopuszczlaną wielkość wstawek $(\delta_D)^{13,23}_{LL,RR}$ skorelowaną z innymi parametrami supersymetrycznymi. Ograniczenia tak uzyskane mogą być silniejsze niż te, które podano w pracach [10], [25].

Ważną cechą zarówno wkładu chargin jak i gluin (dla dużych wartości $\tan\beta$) jest to, że nie maleją one, gdy masy wszystkich superpartnerów znanych cząstek rosną (pod warunkiem, że bozony Higgsa pozostają lekkie).

W pracy sprawdzono też, że maksymalne wzmocnienie Br($B^0 \to \bar{l}l$), jakie można uzyskać, nie jest ograniczone przez istniejące dane doświadczalne a w szczeglności przez mierzony stosunek rozgałęzienia Br($B^0 \to X_s\gamma$) który w przypadku rozpadu $B^0_s \to \bar{\mu}\mu$ mógłby a priori ograniczać wkład cząstek supersymetrycznych, które jednocześnie mogą istotnie wpłynąć na przewidywany przez MSSM Br($B^0 \to X_s\gamma$). Co więcej, wyniki uzyskane w tej pracy pokazują, że planowane w nadchodzących latach intensywne badanie własności mezonów B może być bardzo interesującym testem supersymetrycznych rozszerzeń Modelu Standardowego. Eksperymenty mierzące rozpad $B^0 \to \bar{l}l$ mają dużą szansę dostarczyć albo wskazówek za istnieniem supersymetrii (jeżeli zmierzony stosunek rozgałęzienia okaże się większy niż przewidywany przez Model Standardowy) lub silnie ograniczyć interesujący skądinąd scenariusz MSSM z dużym $\tan\beta$.

Dodatek A

Całki

Przy obliczaniu diagramów jednopętlowych pojawiają się całki [1]:

$$\frac{1}{16\pi^2}B_0(p_1^2,m_1^2,m_2^2)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int\frac{i\ \mathrm{d}^4k}{(k^2-m_1^2)((k+p_1)^2-m_2^2)} \tag{A.1}$$

$$\frac{1}{16\pi^2}C_0(m_1^2,m_2^2,m_3^2)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int\frac{i\ \mathrm{d}^4k}{(k^2-m_1^2)(k^2-m_2^2)(k^2-m_3^2)} \tag{A.2}$$

$$\frac{1}{16\pi^2}D_0(m_1^2,m_2^2,m_3^2,m_4^2)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int\frac{i\ \mathrm{d}^4k}{(k^2-m_1^2)(k^2-m_2^2)(k^2-m_3^2)(k^2-m_4^2)} \tag{A.3}$$

$$\frac{1}{16\pi^2}D_1(m_1^2,m_2^2,m_3^2,m_4^2)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int\frac{i\ \mathrm{d}^4k\ k^2}{(k^2-m_1^2)(k^2-m_2^2)(k^2-m_3^2)(k^2-m_4^2)} \tag{A.4}$$

W przybliżeniu zerowych pędów zewnętrznych całki te można obliczyć analitycznie i wyrazić je przez funkcje mas cząstek:

$$B_0(a,b)=\left[\eta-1+\frac{a}{a-b}\log\left(\frac{a}{Q^2}\right)+\frac{b}{b-a}\log\left(\frac{b}{Q^2}\right)\right] \tag{A.5}$$

$$B_0(a,a) \;=\; \left[\eta\ +\ \log\left(\frac{a}{Q^2}\right)\right] \tag{A.6}$$

gdzie $\eta=\frac{2}{d-4}+\gamma_E-\log 4\pi$ jest częścią nieskończoną, a Q^2 skalą masową wprowadzoną przez regularyzację wymiarową.

$$\left.\frac{\partial B_0}{\partial p^2}\right|_{p^2=0}\equiv\ B_0'(a,b)=\frac{1}{(a-b)}\left[-\frac{1}{2}\frac{a+b}{a-b}+\frac{ab}{a-b}\log(\frac{a}{b})\right] \tag{A.7}$$

$$C_0(a,b,c)=\frac{1}{b-c}\left[B_0(a,b)-B_0(a,c)\right] \tag{A.8}$$

$$C_0(a,b,b)=\frac{1}{b-a}\left(1-\frac{a}{b-a}\log(\frac{b}{a})\right) \tag{A.9}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}B_0(a,b)=C_0(a,b,b) \tag{A.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial a}C_0(a,b,c)=D_0(a,a,b,c) \tag{A.11}$$

[1] Pędy zewnętrzne wypisujemy jawnie tylko dla funkcji B_0, dla innych funkcji można je łatwo uwzględnić. Ogólne definicje zawiera praca [48].

$$C_0(a,a,a) = \frac{1}{2a} \tag{A.12}$$

$$D_0(a,a,a,b) = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{(a-b)^2}(1+\frac{b}{a}) + \frac{2b}{(a-b)^3}\log\frac{a}{b}\right] \tag{A.13}$$

gdzie $a = m_1^2$, $b = m_2^2$, $c = m_3^2$, $d = m_4^2$

Dodatek B

Ogólne wzory na wkłady do formfaktorów w MSSM

B.1 sektor Higgsa

Skalarna część energii własnych - wkład fermionu f o masie m i skalara S o masie M:

$$\Sigma_L^S = m c_R^* c_L B_0(m, M) \tag{B.1}$$

$$\Sigma_R^S = m c_L^* c_R B_0(m, M) \tag{B.2}$$

c_L i c_R są zdefiniowane przez wierzchołek $\mathcal{L} = -\bar{f}\left(c_L P_L + c_R P_R\right) d + h.c.$, gdzie d oznacza kwark typu dolnego. Diagramy trójkątne - kolejno: fermion + fermion +skalar i fermion +skalar + skalar w pętli:

$$F_L^{ffS} = s_L c_L c_R^* \left[B_0(m^2, m^2) - m^2 C_0(m^2, m^2, M^2)\right] + s_R c_L^* c_R m^2 C_0(m^2, m^2, M^2) \tag{B.3}$$

$$F_R^{ffS} = s_R c_R c_L^* \left[B_0(m^2, m^2) - m^2 C_0(m^2, m^2, M^2)\right] + s_L c_R^* c_L m^2 C_0(m^2, m^2, M^2) \tag{B.4}$$

$$F_L^{fSS} = v_S\ c_L c_R^* m C_0(m^2, m^2, M^2) \tag{B.5}$$

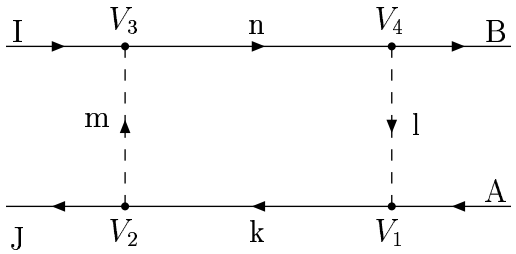
$$F_R^{fSS} = v_S\ c_R c_L^* m C_0(m^2, m^2, M^2) \tag{B.6}$$

gdzie s_L i s_R są zdefiniowane przez sprzężenie fermionu f do skalara wymienianego w kanale s oraz v_S jest sprzężeniem trójskalarnym skalarów S do skalara wymienianego w kanale s.

B.2 Diagramy pudełkowe w sektorze supersymetrycznym

W sektorze supersymetrycznym obecne są wszystkie wkłady do diagramów pudełkowych (tzn. wszystkie osiem operatorów wymienionych w (3.36 - 3.41). Ogólny wzór na wkład do amplitudy diagramu pudełkowego zawierającego dwa fermiony i dwa skalary :

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M}_{box}^{SUSY} = & \int \left(\bar{u}_J (a_R^{*Ikm} P_L + a_L^{*Ikm} P_R)(\not{k} + m_k)(a_L^{Lkl} P_L + a_L^{Lkl} P_R)\ l_L\right) \\ & \left(\bar{l}_K (a_R^{*Knl} P_L + a_L^{*Knl} P_R)(\not{k} + m_n)(a_L^{Jnm} P_L + a_L^{Jnm} P_R)\ u_I\right) \\ & \times \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{i\ \mathrm{d}^4 k}{(k^2 - m_k^2)(k^2 - m_m^2)(k^2 - m_n^2)(k^2 - m_l^2)} \end{aligned} \tag{B.7}$$



Rysunek B.1: Diagram pudełkowy

$$V_1 = -i\left(a_L^{Akl}P_L + a_R^{Akl}P_R\right) \tag{B.8}$$

$$V_2 = -i\left(a_R^{Bkm*}P_L + a_L^{Bkm*}P_R\right) \tag{B.9}$$

$$V_3 = -i\left(a_L^{Jnm}P_L + a_R^{Jnm}P_R\right) \tag{B.10}$$

$$V_4 = -i\left(a_R^{Inl*}P_L + a_L^{Inl*}P_R\right) \tag{B.11}$$

Ten diagram daje wkład do wszystkich operatorów:

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M}_{box}^{SUSY} = &+iC_{LL}^{V}\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_L l_L\right)\left(\bar{l}_K\gamma_\mu P_L u_I\right) \\ &+iC_{RR}^{V}\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_R l_L\right)\left(\bar{l}_K\gamma_\mu P_R u_I\right) \\ &+iC_{LR}^{V}\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_L l_L\right)\left(\bar{l}_K\gamma_\mu P_R u_I\right) \\ &+iC_{RL}^{V}\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_R l_L\right)\left(\bar{l}_K\gamma_\mu P_L u_I\right) \\ &+iC_{LL}^{S}\left(\bar{u}_J P_L l_L\right)\left(\bar{l}_K P_L u_I\right) \\ &+iC_{RR}^{S}\left(\bar{u}_J P_R l_L\right)\left(\bar{l}_K P_R u_I\right) \\ &+iC_{LR}^{S}\left(\bar{u}_J P_L l_L\right)\left(\bar{l}_K P_R u_I\right) \\ &+iC_{RL}^{S}\left(\bar{u}_J P_R l_L\right)\left(\bar{l}_K P_L u_I\right) \end{aligned} \tag{B.12}$$

Doprowadzenie wyniku obliczenia diagramu z rys. B.1 wymaga skorzystania z tożsamości Fierza do przestawienia spinorów w ten sposób, aby zwężać ze sobą oddzielnie indeksy spinorowe kwarków i leptonów:

$$\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_R l_A\right)\left(\bar{l}_B\gamma_\mu P_L u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J P_L u_I\right)\left(\bar{l}_B P_R l_A\right) \tag{B.13}$$

$$\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_L l_R\right)\left(\bar{l}_B\gamma_\mu P_L u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J P_R u_I\right)\left(\bar{l}_B P_L l_A\right) \tag{B.14}$$

$$\left(\bar{u}_J P_L l_R\right)\left(\bar{l}_B P_R u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_R u_I\right)\left(\bar{l}_B\gamma_\mu P_L l_A\right) \tag{B.15}$$

$$\left(\bar{u}_J P_R l_R\right)\left(\bar{l}_B P_L u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J\gamma^\mu P_L u_I\right)\left(\bar{l}_B\gamma_\mu P_R l_A\right) \tag{B.16}$$

$$\left(\bar{u}_J P_L l_A\right)\left(\bar{l}_B P_L u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J P_L u_I\right)\left(\bar{l}_B P_L l_A\right) - \frac{1}{8}\left(\bar{u}_J\sigma^{\mu\nu} P_L u_I\right)\left(\bar{l}_B\sigma_{\mu\nu} P_L l_A\right) \tag{B.17}$$

$$\left(\bar{u}_J P_R l_A\right)\left(\bar{l}_B P_R u_I\right) = -2\left(\bar{u}_J P_R u_I\right)\left(\bar{l}_B P_R l_A\right) - \frac{1}{8}\left(\bar{u}_J\sigma^{\mu\nu} P_R u_I\right)\left(\bar{l}_B\sigma_{\mu\nu} P_R l_A\right) \tag{B.18}$$

Operatory tensorowe nie dają wkładu do tego procesu, będą więc pominięte. Współczynniki przy operatorach podane są poniżej :

$$C_{LL}^V = -\frac{1}{4} a_L^{*Ikm} a_L^{Akl} a_L^{*Bnl} a_L^{Jnm} D_1(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.19}$$

$$C_{RR}^V = -\frac{1}{4} a_R^{*Ikm} a_R^{Akl} a_R^{*Bnl} a_R^{Jnm} D_1(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.20}$$

$$C_{LR}^V = -\frac{1}{4} a_L^{*Ikm} a_L^{Akl} a_R^{*Bnl} a_R^{Jnm} D_1(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.21}$$

$$C_{RL}^V = -\frac{1}{4} a_R^{*Ikm} a_R^{Akl} a_L^{*Bnl} a_L^{Jnm} D_1(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.22}$$

$$C_{LL}^S = -m_k m_n a_R^{*Ikm} a_L^{Akl} a_R^{*Bnl} a_L^{Jnm} D_0(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.23}$$

$$C_{LL}^S = -m_k m_n a_L^{*Ikm} a_R^{Akl} a_L^{*Bnl} a_R^{Jnm} D_0(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.24}$$

$$C_{LL}^S = -m_k m_n a_R^{*Ikm} a_L^{Akl} a_L^{*Bnl} a_R^{Jnm} D_0(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.25}$$

$$C_{LL}^S = -m_k m_n a_L^{*Ikm} a_R^{Akl} a_R^{*Bnl} a_L^{Jnm} D_0(m_k^2, m_l^2, m_m^2, m_n^2) \tag{B.26}$$

B.3 sektor supersymetryczny - diagramy wierzchołkowe z wymianą Z^0 w kanale s

W sektorze zawierającym cząstki supersymetryczne obecne są wszystkie trzy grupy diagramów wierzchołkowych. Analogicznie jak w części zawierającej sektor Higgsa, tu również najpierw zostaną podane ogólne wzory na wkłady do formfaktorów. W grupie diagramów wierzchołkowych z wymianą Z^0 obecne są następujące klasy diagramów:

$$\begin{aligned} F_L^{ffs} &= \frac{e}{4 s_W c_W} a_R c_L^* c_L \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{f1}^2, m_s^2) + m_s^2 C_0(m_{f1}^2, m_{f2}^2, m_s^2) \right] \\ &\quad - \frac{e}{2 s_W c_W} a_L c_L^* c_L m_{f1} m_{f2} C_0(m_{f1}^2, m_{f2}^2, m_s^2) \end{aligned} \tag{B.27}$$

$$\begin{aligned} F_R^{ffs} &= \frac{e}{4 s_W c_W} a_L c_R^* c_R \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{f1}^2, m_s^2) + m_s^2 C_0(m_{f1}^2, m_{f2}^2, m_s^2) \right] \\ &\quad - \frac{e}{2 s_W c_W} a_R c_R^* c_R m_{f1} m_{f2} C_0(m_{f1}^2, m_{f2}^2, m_s^2) \end{aligned} \tag{B.28}$$

$$F_L^{fss} = \frac{e}{4 s_W c_W} c_V c_L^* c_L \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_f^2, m_{s1}^2) + m_{s2} C_0(m_f^2, m_{s1}^2, m_{s2}^2) \right] \tag{B.29}$$

$$F_R^{fss} = \frac{e}{4 s_W c_W} c_V c_R^* c_R \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_f^2, m_{s1}^2) + m_{s2}^2 C_0(m_f^2, m_{s1}^2, m_{s2}^2) \right] \tag{B.30}$$

$$\Sigma_L^{fs} = \frac{1}{2} c_L^* c_L \left[B_0(m_f^2, m_s^2) + (m_f^2 - m_s^2) B_0'(m_f^2, m_s^2) \right] \tag{B.31}$$

$$\Sigma_R^{fs} = \frac{1}{2} c_R^* c_R \left[B_0(m_f^2, m_s^2) + (m_f^2 - m_s^2) B_0'(m_f^2, m_s^2) \right] \tag{B.32}$$

Skalary to odpowiednio skwarki typu górnego i dolnego, fermiony - chargina, neutralina i gluina

$$\begin{aligned} F_L^{nnD} = & \frac{-e}{2 s_W c_W} V_{R,nnZ^0}^{lm} V_{L,dDn}^{Imn} V_{L,dDn}^{Jln*} \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{N_l^0}^2, M_{D_n}^2) + m_{N_m^0}^2 C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \right] \\ & + \frac{e}{s_W c_W} V_{L,nnZ^0}^{lm} V_{L,dDn}^{Jln*} V_{L,dDn}^{Imn} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \end{aligned} \tag{B.33}$$

$$\begin{aligned} F_R^{nnD} = & \frac{-e}{2 s_W c_W} V_{L,nnZ^0}^{lm} V_{R,dDn}^{Imn} V_{R,dDn}^{Jln*} \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{N_l^0}^2, M_{D_n}^2) + m_{N_m^0}^2 C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \right] \\ & + \frac{e}{s_W c_W} V_{R,nnZ^0}^{lm} V_{R,dDn}^{Jln*} V_{R,dDn}^{Imn} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \end{aligned} \tag{B.34}$$

$$F_L^{DDn} = \frac{-e}{4 s_W c_W} V_{DDZ^0}^{lm} V_{L,dDn}^{Inm} V_{L,dDn}^{Jnl*} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) + M_{D_m}^2 C_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \right] \tag{B.35}$$

$$F_R^{DDn} = \frac{-e}{4 s_W c_W} V_{DDZ^0}^{lm} V_{R,dDn}^{Inm} V_{R,dDn}^{Jnl*} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) + M_{D_m}^2 C_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \right] \tag{B.36}$$

$$F_L^{DDg} = \frac{-8 e g_s^2}{3 s_W c_W} Z_D^{Jm*} Z_D^{Il} V_{DDZ^0}^{lm} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) + M_{D_m}^2 C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \right] \tag{B.37}$$

$$F_R^{DDg} = \frac{-8 e g_s^2}{3 s_W c_W} Z_D^{J+3,m*} Z_D^{I+3,l} V_{DDZ^0}^{lm} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) + M_{D_m}^2 C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \right] \tag{B.38}$$

Energie własne:

$$\Sigma_L^n = \frac{1}{2} V_{L,dDn}^{Inl} V_{L,dDn}^{Jnl*} \left[B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) + (m_{N_n^0}^2 - M_{D_l}^2) B_0'(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) \right] \tag{B.39}$$

$$\Sigma_R^n = \frac{1}{2} V_{R,dDn}^{Inl} V_{R,dDn}^{Jnl*} \left[B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) + (m_{N_n^0}^2 - M_{D_l}^2) B_0'(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) \right] \tag{B.40}$$

$$\Sigma_L^g = \frac{8 g_s^2}{3} frac12 Z_D^{Il} Z_D^{*Jl} \left[B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) + (m_\Lambda^2 - M_{D_l}^2) B_0'(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) \right] \tag{B.41}$$

$$\Sigma_R^g = \frac{8 g_s^2}{3} \frac{1}{2} Z_D^{I+3,l} Z_D^{*J+3,l} \left[B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) + (m_\Lambda^2 - M_{D_l}^2) B_0'(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) \right] \tag{B.42}$$

B.4 Diagramy wierzchołkowe z wymianą H_0^{k+2} (pseudoskalara) w kanale s

$$F_L^{nnD} = \frac{e}{2s_W c_W} V^{mlk}_{nnH_0^{k+2}} V^{Imn}_{L,dDn} V^{Jln*}_{R,dDn} \left[B_0(m^2_{N_l^0}, M^2_{D_n}) + m^2_{N_m^0} C_0(M^2_{D_n}, m^2_{N_l^0}, m^2_{N_m^0}) \right] - \frac{e}{2s_W c_W} V^{mlk}_{nnH_0^{k+2}} V^{Jnl*}_{R,dDn} V^{Inm}_{L,dDn} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M^2_{D_n}, m^2_{N_l^0}, m^2_{N_m^0}) \tag{B.43}$$

$$F_R^{nnD} = \frac{-e}{2s_W c_W} V^{mlk}_{nnH_0^{k+2}} V^{Imn}_{R,dDn} V^{Jln*}_{L,dDn} \left[B_0(m^2_{N_l^0}, M^2_{D_n}) + m^2_{N_m^0} C_0(M^2_{D_n}, m^2_{N_l^0}, m^2_{N_m^0}) \right] + \frac{e}{2s_W c_W} V^{mlk}_{nnH_0^{k+2}} V^{Jnl*}_{L,dDn} V^{Inm}_{R,dDn} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M^2_{D_n}, m^2_{N_l^0}, m^2_{N_m^0}) \tag{B.44}$$

$$F_L^{ccU} = \frac{-e}{2s_W \sqrt{2}} V^{lmk*}_{ccH_0^{k+2}} V^{Inm}_{L,dUc} V^{Jnl*}_{R,dUc} \left[B_0(m^2_{C_l}, M^2_{U_n}) + m^2_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \right] + \frac{e}{2s_W \sqrt{2}} V^{lmk}_{ccH_0^{k+2}} V^{Jnl*}_{R,dUc} V^{Inm}_{L,dUc} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \tag{B.45}$$

$$F_R^{ccU} = \frac{+e}{2s_W \sqrt{2}} V^{lmk}_{ccH_0^{k+2}} V^{Inm}_{R,dUc} V^{Jnl*}_{L,dUc} \left[B_0(m^2_{C_l}, M^2_{U_n}) + m^2_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \right] - \frac{e}{2s_W \sqrt{2}} V^{lmk*}_{ccH_0^{k+2}} V^{Jnl*}_{L,dUc} V^{Inm}_{R,dUc} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M^2_{U_n}, m^2_{C_l}, m^2_{C_m}) \tag{B.46}$$

$$F_L^{DDn} = -m_{N_n^0} V^{mlk}_{DDH_0^{k+2}} V^{Inm}_{L,dDn} V^{Jnl*}_{R,dDn} C_0(m^2_{N_n^0}, M^2_{D_l}, M^2_{D_m}) \tag{B.47}$$

$$F_R^{DDn} = -m_{N_n^0} V^{mlk}_{DDH_0^{k+2}} V^{Inm}_{R,dDn} V^{Jnl*}_{L,dDn} C_0(m^2_{N_n^0}, M^2_{D_l}, M^2_{D_m}) \tag{B.48}$$

$$F_L^{UUc} = -m_{C_n} V^{lmk}_{UUH_0^{k+2}} V^{Inm}_{L,dUc} V^{Jnl*}_{R,dUc} C_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}, M^2_{U_m}) \tag{B.49}$$

$$F_R^{UUc} = -m_{C_n} V^{lmk}_{UUH_0^{k+2}} V^{Inm}_{R,dUc} V^{Jnl*}_{L,dUc} C_0(m^2_{C_n}, M^2_{U_l}, M^2_{U_m}) \tag{B.50}$$

$$F_L^{DDg} = \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda V^{mlk}_{DDH_0^{k+2}} Z_D^{Il} Z_D^{J+3,m*} C_0(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m}) \tag{B.51}$$

$$F_R^{DDg} = \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda V^{mlk}_{DDH_0^{k+2}} Z_D^{I+3,l} Z_D^{Jm*} C_0(m^2_\Lambda, M^2_{D_l}, M^2_{D_m}) \tag{B.52}$$

B.5 Diagramy wierzchołkowe z wymianą H_0^k (skalara) w kanale s

$$F_L^{nnD} = \frac{-e}{2s_W c_W} V_{nnH_0^k}^{mlk} V_{L,dDn}^{Imn} V_{R,dDn}^{Jln*} \left[B_0(m_{N_l^0}^2, M_{D_n}^2) + m_{N_m^0}^2 C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \right] - \frac{e}{2s_W c_W} V_{nnH_0^k}^{mlk} V_{R,dDn}^{Jnl*} V_{L,dDn}^{Inm} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \tag{B.53}$$

$$F_R^{nnD} = \frac{-e}{2s_W c_W} V_{nnH_0^k}^{mlk} V_{R,dDn}^{Imn} V_{L,dDn}^{Jln*} \left[B_0(m_{N_l^0}^2, M_{D_n}^2) + m_{N_m^0}^2 C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \right] + \frac{e}{2s_W c_W} V_{nnH_0^k}^{mlk} V_{L,dDn}^{Jnl*} V_{R,dDn}^{Inm} m_{N_l^0} m_{N_m^0} C_0(M_{D_n}^2, m_{N_l^0}^2, m_{N_m^0}^2) \tag{B.54}$$

$$F_L^{ccU} = \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] + \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Jnl*} V_{L,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \tag{B.55}$$

$$F_R^{ccU} = \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] - \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Jnl*} V_{R,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \tag{B.56}$$

$$F_L^{DDn} = -m_{N_n^0} V_{DDH_0^k}^{mlk} V_{L,dDn}^{Inm} V_{R,dDn}^{Jnl*} C_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \tag{B.57}$$

$$F_R^{DDn} = -m_{N_n^0} V_{DDH_0^k}^{mlk} V_{R,dDn}^{Inm} V_{L,dDn}^{Jnl*} C_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \tag{B.58}$$

$$F_L^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^k}^{lmk} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \tag{B.59}$$

$$F_R^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \tag{B.60}$$

$$F_L^{DDg} = \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda V_{DDH_0^k}^{mlk} Z_D^{Il} Z_D^{J+3,m*} C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \tag{B.61}$$

$$F_R^{DDg} = \frac{8g_s^2}{3} m_\Lambda V_{DDH_0^k}^{mlk} Z_D^{I+3,l} Z_D^{Jm*} C_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2, M_{D_m}^2) \tag{B.62}$$

Skalarne części energii własnych:

$$\Sigma_L^n = m_{N_n^0} V_{L,dDn}^{Inl} V_{R,dDn}^{Jnl*} B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) \tag{B.63}$$

$$\Sigma_R^n = m_{N_n^0} V_{R,dDn}^{Inl} V_{L,dDn}^{Jnl*} B_0(m_{N_n^0}^2, M_{D_l}^2) \tag{B.64}$$

$$\Sigma_L^c = m_{C_n} V_{L,dUc}^{Inl} V_{R,dUc}^{Jnl*} B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \tag{B.65}$$

$$\Sigma_R^c = m_{C_n} V_{R,dUc}^{Inl} V_{L,dUc}^{Jnl*} B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \tag{B.66}$$

$$\Sigma_L^g = -m_\Lambda \frac{8g_s^2}{3} \frac{1}{2} Z_D^{Il} Z_D^{*J+3,l} B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) \tag{B.67}$$

$$\Sigma_R^g = -m_\Lambda \frac{8g_s^2}{3} \frac{1}{2} Z_D^{I+3,l} Z_D^{*Jl} B_0(m_\Lambda^2, M_{D_l}^2) \tag{B.68}$$

B.6 Sprzężenia w wierzchołkach z cząstkami supersymetrycznymi w notacji [44]

$$V_{L,dUc}^{Inm} = \sum_{A=1}^{3} \left[\frac{e}{s_W} Z_U^{An*} Z_+^{1m*} + Y_u^A Z_U^{A+3,n*} Z_+^{2m*} \right] V_{IA} \tag{B.69}$$

$$V_{R,dUc}^{Inm} = -Y_d^I \sum_{A=1}^{3} Z_U^{A+3,n*} Z_+^{2m*} V_{IA} \tag{B.70}$$

$$V_{L,dDn}^{Inm} = \sum_{A=1}^{3} \left[-\frac{e}{\sqrt{2} s_W c_W} Z_D^{In} (\frac{1}{3} Z_N^{1m} s_W - Z_N^{2m} c_W) + Y_d^I Z_D^{I+3,n} Z_N^{3m*} \right] V_{IA} \tag{B.71}$$

$$V_{R,dDn}^{Inm} = \sum_{A=1}^{3} \left[\frac{e}{3 c_W} Z_D^{I+3,n*} Z_N^{1m*} + Y_d^I Z_D^{I,n} Z_N^{3m*} \right] \sqrt{2} V_{IA} \tag{B.72}$$

$$\begin{aligned} V_{UUH_0^{k+2}}^{lmk} &= -Z_H^{1k} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} Y_u^A \left[\mu Z_U^{Al} Z_U^{A+3,m*} - \mu^* Z_U^{Am*} Z_U^{A+3,l} \right] \\ &\quad + Z_H^{2k} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} \left[A_U^{AB} Z_U^{Am*} Z_U^{B+3,l} - A_U^{AB*} Z_U^{Al} Z_U^{B+3,m*} \right] \end{aligned} \tag{B.73}$$

$$\begin{aligned} V_{DDH_0^{k+2}}^{mlk} &= Z_H^{2k} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} Y_d^A \left[\mu Z_D^{Al} Z_D^{A+3,m*} - \mu^* Z_D^{Am*} Z_D^{A+3,l} \right] \\ &\quad + Z_H^{1k} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} \left[A_D^{AB} Z_D^{Am*} Z_D^{B+3,l} - A_D^{AB*} Z_D^{Al} Z_D^{B+3,m*} \right] \end{aligned} \tag{B.74}$$

$$V_{L,ccH_0^{k+2}}^{lmk} = \left(Z_H^{1k} Z_+^{1l} Z_-^{2m} + Z_H^{2k} Z_+^{2l} Z_-^{1m} \right) \frac{e}{\sqrt{2} s_W}, \quad V_{R,ccH_{k+2}^0}^{lmk} = V_{L,ccH_{k+2}^0}^{lmk*} \tag{B.75}$$

$$V_{L,ccZ^0}^{ml} = \left(Z_+^{1l} Z_+^{1m} + Z_-^{1l} Z_-^{1m} \right) + \delta_{lm} s_W^2 \tag{B.76}$$

$$V^{lm}_{L,nnZ^0} = \frac{1}{2}\left(Z^{4l*}_N Z^{4m}_N - Z^{3l*}_N Z^{3m}_N\right) \tag{B.77}$$

$$V^{lm}_{R,nnZ^0} = \frac{1}{2}\left(Z^{3l}_N Z^{3m*}_N - Z^{4l}_N Z^{4m*}_N\right) \tag{B.78}$$

$$V^{lm}_{DDZ^0} = Z^{Al}_D Z^{Am*}_D - \frac{2}{3}s^2_W \delta_{lm} \tag{B.79}$$

$$V^{lm}_{UUZ^0} = Z^{Al}_U Z^{*Am}_U - \frac{4}{3}s^2_W \delta_{lm} \tag{B.80}$$

$$\begin{aligned} V^{lmk}_{UUH^k_0} &= Z^{1k}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} Y^A_u \left[\mu Z^{Al}_U Z^{A+3,m*}_U + \mu^* Z^{Am*}_U Z^{A+3,l}_U\right] \\ &+ Z^{2k}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{B=1}^{3} \left[A^{AB}_U Z^{Am*}_U Z^{B+3,l}_U + A^{AB*}_U Z^{Al}_U Z^{B+3,m*}_U\right] \\ &- \sum_{A=1}^{3} \frac{e^2}{3c^2_W} B^k_R \left[\delta_{lm} + \frac{3-8s^2_W}{4s^2_W} Z^{Al}_U Z^{Am*}_U\right] \\ &- Z^{2k}_R v_2 \sum_{A=1}^{3} \left(Y^A_u\right)^2 \left[Z^{Al}_U Z^{Am*}_U + Z^{A+3,m*}_U Z^{A+3,l}_U\right] \end{aligned} \tag{B.81}$$

$$\begin{aligned} V^{mlk}_{DDH^k_0} &= -Z^{2k}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{A=1}^{3} Y^A_d \left[\mu Z^{Al}_D Z^{A+3,m*}_D + \mu^* Z^{Am*}_D Z^{A+3,l}_D\right] \\ &- Z^{1k}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{B=1}^{3} \left[A^{AB}_D Z^{Am*}_D Z^{B+3,l}_D + A^{AB*}_D Z^{Al}_D Z^{B+3,m*}_D\right] \\ &+ \frac{e^2}{6c^2_W} B^k_R \sum_{A=1}^{3} \left[\delta^{lm} + \frac{3-4s^2_W}{2s^2_W} Z^{Al}_D Z^{Am*}_D\right] \\ &- Z^{1k}_R v_1 \sum_{A=1}^{3} \left(Y^A_d\right)^2 \left[Z^{Al}_D Z^{Am*}_D + Z^{A+3,m*}_D Z^{A+3,l}_D\right] \end{aligned} \tag{B.82}$$

gdzie $B^k_R = v_1 Z^{1k}_R - v_2 Z^{2k}_R$.

$$V^{lmk}_{ccH^k_0} = Z^{1k}_R Z^{1l}_+ Z^{2m}_- + Z^{2k}_R Z^{2l}_+ Z^{1m}_- \tag{B.83}$$

Bibliografia

[1] Raport cernowskiej elektrosłabej grupy roboczej LEPEWWG -/99 -2

[2] S.Weinbeg *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.; A.Salam Sympozjum Noblowskie Nr 8 s.367, pod red. N.Svartholma, wyd. Almquisti Wiksell Sztokholm 1968

[3] H.Georgi i S.L.Glashow*Phys. Rev. Lett.* **28** (1972) 1494

[4] M.Veltman *Nucl. Phys.* **B7** (1968) 637; G.'t Hooft *Nucl. Phys.* **B50** (1970) 167; G.'t Hooft i M.Veltman *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189; *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 318.

[5] T.Junk, referat na konferencji SUSY2K, lipiec, CERN, Genewa 2000.

[6] Raport cernowskiej grupy roboczej B^0 *decays at the LHC* CERN-TH/2000-101 pod red. P.Ball, R.Fleischer, G.F.Tartarelli, P.Vikas i G.Wilkinson (hep-ph/0003238).

[7] S.Weinberg i E.Gildener *Phys. Rev.* **D13** (1976) 3333.

[8] B.W.Lee, C.Quigg i H.B.Thacker *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1519

[9] N.Cabbibo, L.Maiani, G.Parisi i Petronzio *Nucl. Phys.* **B158** (1979) 295.
M.Lidner *Z. Phys.* **C31** (1986) 295.

[10] F.Gabbiani, E. Gabrielli, A.Masiero i L.Silvestrini *Nucl. Phys.* **B477** (1996) 321.

[11] M.Lindner, M.Sher i H.W.Zaglaner *Phys. Lett.* **B228** (1989) 139.
M.Quiros w "Perspectives on Higgs Physics II" pod red. G.Kane wyd. World Scientific, Singapur 1998

[12] H.Georgi i S.L.Glashow *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 498.
G.Ross "Grand Unified Theories", wyd. Addison Wesley, 1985

[13] H.P.Nilles *Phys. Rep.* **C110** (1984) 1.

[14] J.Ellis, S.Kelley i D.V.Nanopoulos *Phys. Lett.* **B260** (1991) 13.
U.Amaldi, W.de Boer, H.Fürstenau *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.
P.H.Chankowski, Z.Płuciennik i S.Pokorski *Nucl. Phys.* **B439** (1995) 23.

[15] J.Wess, J.Bagger "Supersymmetry and Supergravity" Princeton Uniwersity Press 1992
S.Weinberg "The Quantum Theory of Fields", t.3."Supersymmetry", Cambridge University Press 2000
J.Wess i B.Zumino *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39; *Phys. Lett.* **B49** (1974) 52.
Yu.A.Gol'fand i E.P.Likhtman *Pisma w ZETF* **13** (1971) 323.
D.V.Volkov, V.P.Akulov *Phys. Lett.* **B46** (1973) 109.

[16] P.Fayet i S.Ferrara *Phys. Rep.* **C32** (1977) 249.
S.Dimopoulos i H.Georgi *Nucl. Phys.* **B193** (1981) 50.

[17] H.E.Haber i G.L.Kane *Phys. Rep.* **C117** (1985) 75.

[18] L.Girardello, M.T.Grisaru *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[19] preprint CLEO CONF98-17 zgłoszony jako praca nr ICHEP98 1011 na XXIX Int. Conference on High Energy Physics, Vancouver, B.C., Canada

[20] K.Adel i Y.P.Yao *Phys. Rev.* **D49** (1994) 4945; C.Greub, T.Hurth i D.Wyler *Phys. Lett.* **B380** (1996) 385. i *Phys. Rev.* **D54** (1996) 3350.
K.Chetyrkin, M.Misiak i M.Münz *Phys. Rev. Lett.* **B400** (1997) 206.
A.Czarnecki i W.A.Marciano *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 277; A.Kagan i M.Neubert *Eur. Phys. J.* **C7** (1999) 5.

[21] M.Ciuchini, G.Degrassi, P.Gambino i G.-F.Giudice *Nucl. Phys.* **B527** (1998) 21; P.Ciafaloni, A.Romanino i A.Strumia *Nucl. Phys.* **B524** (1998) 361.

[22] Babu, C.Kolda *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 228 (hep-ph/9909476).

[23] P.H.Chankowski, J.Ellis, M.Olechowski i S.Pokorski *Nucl. Phys.* **B544** (1999) 39. (hep-ph/9808275)

[24] C.Hamzaoui, M.Pospelov, M.Toharia *Phys. Rev.* **D59**:095005 (1999)
P.H.Chankowski i S.Pokorski w "Perspectives on Supersymmetry" pod red. G.Kane'a, wyd. World Scientific 1998 (hep-ph/9707497).

[25] M.Misiak, S.Pokorski, J.Rosiek w "Heavy Flavours II" pod red. A.J.Burasa i M.Lindnera wyd. World Scientific 1998 (hep-ph/9703442).

[26] J.L.Hewett, S.Nandi i T.G.Rizzo *Phys. Rev.* **D39** (1989) 250.

[27] H.Logan i U.Nierste hep-ph/0004139 preprint FERMILAB-PUB-00/084-T

[28] S.Pokorski "Gauge field theories 2^{nd} Edition", Cambridge University Press, Cambrigde 2000

[29] D.Becirevic i inni preprint ROMA-1285/00 (hep-lat/0002025).

[30] E.Nardi, Y.Grossman i Z.Ligeti *Phys. Rev.* **D55** (1997) 2768.

[31] A.J.Buras i G.Buchalla *Nucl. Phys.* **B400** (1993) 225.

[32] G.Altarelli, R.Barbieri i S.Jadach *Nucl. Phys.* **B396** (1992) 3.

[33] G.Altarelli, R.Barbieri i F.Caravaglios *Phys. Lett.* **B314** (1993) 357.

[34] P.H.Chankowski i S.Pokorski *Phys. Lett.* **B366** (1996) 188.

[35] P.H.Chankowski w Proceedings of the Workshop "Quantum Effects in the MSSM", wrzesień 1997, Barcelona, pod red. J.Sòli, wyd. World Scientific 1998 (hep-ph/9711470), P.H.Chankowski i S.Pokorski w "Perspectives on Supersymmetry" pod red. G.Kane'a, wyd. World Scientific 1998 (hep-ph/9707497).

[36] M.Carena, P.H.Chankowski, S.Pokorski i C.E.M.Wagner *Phys. Lett.* **B441** (1998) 205.

[37] Y.Okada, M.Yamaguchi i T.Yanagida *Prog. Theor. Phys. Lett.* **85** (1991) 1.;
H.Haber i R.Hempfling *Phys. Rev.* **66** (1991) 1815.;
R.Barbieri, M.Frigeni i F.Caravaglios *Phys. Lett.* **B258** (1991) 167.

[38] J.Ellis, G.Ridolfi i F.Zwirner *Phys. Lett.* **B257** (1991) 83.; **B262** (1991)477.

[39] P.H.Chankowski, S.Pokorski i J.Rosiek *Phys. Lett.* **B274** (1992) 191-198.

[40] J.Erler i D.Pierce *Nucl. Phys.* **B526** (1998) 53.

[41] J.F.Gunion, H.E.Haber, G.L.Kane i S.Dawson ”The Higgs Hunter’s Guide”, wyd. Addison Wesley 1990

[42] H.E.Haber w ”Perspectives on Higgs Physics II”, pod red. G.L.Kane’a, wyd. World Scientific 1998

[43] W.Skiba, J.Kalinowski *Nucl. Phys.* **B404** 3. (1993)

[44] J.Rosiek *Phys. Rev.* **D41** (1990), 3464.

[45] P.H.Chankowski, S.Pokorski *Nucl. Phys.* **B 475** (1996) 3.

[46] A.J.Buras w ”Probing the Standard Model of Particle Interaction” pod. red. F.Davida i R.Gupty, wyd. Elsevier Science 1999. (hep-ph/9806471)

[47] T.Włodek reprezentujący kolaborację CLEO referat na sympozjum Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego, Long Beach 2000.

[48] A.Axelrod *Nucl. Phys.* **B209** (1982) 349.