Pytania egzaminacyjne z analizy III

Wykład SLW, Semestr zimowy 2010/11.

1. Formy różniczkowe. Definicja i najprostsze własności.

2. Iloczyn zewnętrzny form różniczkowych i jego własności.

3. Pochodna zewnętrzna form różniczkowych i jej własności.

4. Transport form różniczkowych. Definicja i wlasności.

5. Pola wektorowe a formy różniczkowe w przestrzeni trójwymiarowej. Związek iloczynu skalarnego i wektorowego z iloczynem zewnętrznym.

6. Pochodna zewnętrzna w przestrzeni trójwymiarowej. Jej związek z gradientem, rotacją i dywergencją

7. Całki krzywoliniowe z jednoform. Kiedy całka nie zależy od drogi całkowania?

8. Całki powierzchniowe z dwuform. Orientacja powierzchni.

9. Orientacja brzegu powierzchni dwuwymiarowej. Dwuwymiarowe twierdzenie Stokes'a.

10. Całkowanie form N-tego stopnia po przestrzeni N-wymiarowej. Twierdzenie o zamianie zmiennych.

11. Twierdzenie Stokes'a w trzech (i więcej) wymiarach.

12. Obszary ściągalne (gwiaździste) i lemat Poincare'go. Przykłady.

13. Definicja funkcji holomorficznych. Przykłady.

14. Pochodne $\frac{\partial}{\partial z}$ i $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$. Wzory Cauchy-Riemanna.

15. Holomorficzność kombinacji algebraicznych funkcji holomorficznych. Twierdzenie o lokalnej odwracalności.

16. Szeregi potęgowe, koło zbieżności, wzór na promień zbieżności.

17. Holomorficznoś6 szeregu potęgowego.

18. Całki konturowe. Podstawowe oszacowanie wartości całki konturowej.

19. Twierdzenie i wzór Cauchy'ego.

20. Holomorficzność pochodnej funkcji holomorficznej. Wzory na kolejne pochodne w postaci całki konturowej.

21. Funkcje całkowite. Twierdzenie Liouville'a. Zastosowania.

22. Szereg Taylora funkcji holomorficznej. Promień zbieżności tego szeregu.

23. Zera funkcji holomorficznych i ich krotności.

24. Przedłużenie holomorficzne. Funkcje wieloznaczne. Przykłady.

25. Szereg Laurenta funkcji holomorficznej. Obszar zbieżności tego szeregu.

26. Izolowane punkty osobliwe funkcji holomorficznych i ich klasyfikacja. Residuum punktu osobliwego. Wzór na residuum bieguna.

27. Zachowanie się funkcji holomorficznej w pobliżu punktu osobliwego. Funkcje meromorficzne.

28. Zastosowanie twierdzenia o residuach do liczenia całek. Przykłady.

29. Zastosowanie twierdzenia o residuach do liczenia szeregów. Przykłady.

30. Funkcje meromorficzne. Pochodna logarytmiczna. Wzór na liczbę zer i biegunów.

31. Obrazy zbiorów otwartych przy odwzorowaniach holomorficznych. Zasada maksimum dla funkcji holomorficznych.

32. Sfera Riemanna. Holomorficzność i meromorficzność funkcji w otoczeniu punktu w nieskończoności. Funkcje holomorficzne na uzwarconej płaszczyznie zespolonej.

33. Homografie jako automorfizmy sfery Riemanna.

34. Funkcje całkowalne i całka po całej prostej.

35. Twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności majoryzowalnej.

36. Całka po płaszczyźnie i twierdzenie Foubiniego.

37. Transformata Fouriera funkcji całkowalnej. Elementarne własności.

38. Odwrotna transformata Fouriera. Wzór + dowód.

39. Wzór Plancherel'a. Przestrzenie Hilberta.

40. Zastosowanie analizy furierowskiej do obwodów prądu zmiennego.

41. Twierdzenie Paley'a - Wienera i jego związek z zasadą przyczynowości.

42. Zasada nieoznaczoności.

43. Przestrzeń $\mathcal{C}^\infty(T)$. Rozwijanie funkcji z $\mathcal{C}^\infty(T)$ na szereg Fouriera.

44. Wzór Plancherel'a dla szeregów Fouriera.

45. Ortonormalne układy wektorów w przestrzeni Hilberta. Nierówność Bessela.

46. Bazy ortonormalne.