

1. Dane są trzy wektory  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  i  $\overline{AD}$ . Punkty A, B, C, D mają następujące współrzędne.  $A=(2, 4, -1)$ ,  $B=(6, 4, 7)$ ,  $C=(a, -2, 3)$ ,  $D=(7, 2, a)$ . Dla jakich wartości parametru  $a$  wektory te są liniowo niezależne? Dla jakich wartości parametru  $a$  wektory te tworzą układ prawoskrętny (w zadanej kolejności)?

2. Wykaż, że jeżeli pocisk zostaje wyrzucony z poziomu ziemi pod kątem  $\theta_0$  to stosunek maksymalnej wysokości pocisku  $H$  do zasięgu strzału wynosi  $\frac{H}{R} = \frac{\text{tg}\theta_0}{4}$ . (HRW 73/21)

3. Równania ruchu dwóch punktów materialnych obserwowanych z danego układu odniesienia  $U$  wyglądają następująco

$$\vec{r}_1(t) = A[0, 2, 0] + B[3, 1, 2]t + C[1, 1, 0]t^2, \quad \vec{r}_2(t) = D[1, 0, 1] + E[0, 2, 1]t$$

$$A = 1m \quad B = 1\frac{m}{s} \quad C = 1\frac{m}{s^2} \quad D = 1m \quad E = 1\frac{m}{s}$$

a czas  $t$  wyrażony jest w sekundach.

Znaleźć:

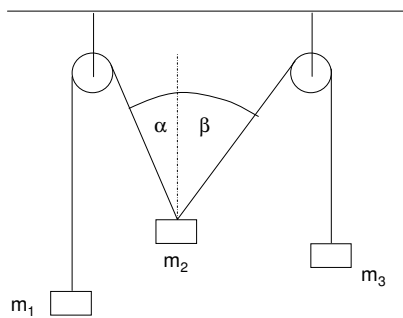
- prędkości i przyspieszenia obu punktów względem układu  $U$ .
- prędkości i przyspieszenia punktu 1 względem 2 oraz 2 względem 1

4. Po rzece płynie łódka ze stałą prędkością  $v_1$  (liczoną względem wody) prostopadłą do prądu. Woda w rzece płynie równoległe do brzegów, a jej prędkość określa wzór:

$$v_2 = v_0 \sin\left(\frac{\pi y}{l}\right), \text{ gdzie } l \text{ jest szerokością rzeki. Znaleźć:}$$

- wartość wektora prędkości łódki względem brzegów,
- kształt toru łódki. (J. Gmyrek, 1.11)

5. Masy  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_3$ , połączone linkami zawieszono na 2 bloczkach jak na rysunku. Jakie muszą być spełnione warunki, aby możliwe było osiągnięcie stanu równowagi? Jakie będą kąty  $\alpha$  i  $\beta$  pomiędzy linkami i pionem w sytuacji, kiedy układ będzie w równowadze?



6. Wiedząc, że funkcja położenia zależna od czasu pewnego ciała w ruchu jednowymiarowym ma postać:

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega' t + \varphi),$$

gdzie  $A$ ,  $\beta$ ,  $\omega'$ ,  $\varphi$  to stałe, wyznacz wyrażenia na prędkość i przyspieszenie oscylatora, a następnie wyraż przyspieszenie jako funkcję położenia i prędkości ( $a=a(x, v)$ ). Jak można zinterpretować otrzymaną zależność?

7. Dwuspadowa równia pochyła z lewej strony nachylona jest do poziomu pod kątem  $\alpha_1$ , zaś z prawej pod kątem  $\alpha_2$ . Z lewej strony znajduje się na niej ciężar o masie  $m_1$ , zaś z prawej – o masie  $m_2$ . Oba ciężary połączone są linką przerzuconą przez bloczek. Przy założeniu, że obie masy i bloczek mogą poruszać się bez tarcia oraz że masy linki i bloczka są do zaniedbania znaleźć:

- a) ruch układu,
- b) wartość siły napięcia linki. (HRW 58/34)

8. Po jednej stronie nieważkiej liny przerzuconej przez nieważki i poruszający się bez tarcia blok zaczepiony jest ciężar o masie  $M$ , zaś na drugim jej końcu znajduje się mała o masie  $m < M$ . Znaleźć ruch układu w 2 przypadkach:

- a) mała nie porusza się względem liny;
- b) mała wspina się po linie ze stałym względem niej przyspieszeniem  $a_0$ .

(HKSW- A. Hennel, W. Krzyżanowski, W. Szuszkiewicz, K. Wódkiewicz,, III.17)