

Mechanika

Zadanie na egzamin poprawkowy

Piotr Nieżurawski

Kometa Halleya

Zadanie 2. Oblicz największą i najmniejszą wartość prędkości komety, jeśli najmniejsza i największa odległość od komety do Słońca równa jest odpowiednio d oraz D . Dane są masa Słońca M_S oraz stała grawitacji G . Uzyskaj również wyniki liczbowe, jeśli przyjmiemy $d = 9 \cdot 10^{10}$ m, $D = 5 \cdot 10^{12}$ m, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg oraz $G = 7 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

Rozwiązanie

Z zasady zachowania momentu pędu:

$$vd = VD$$

Z zasady zachowania energii:

$$v^2 - \frac{\alpha}{d} = V^2 - \frac{\alpha}{D},$$

gdzie $\alpha = 2GM_S$.

Po wstawieniu $V = \frac{d}{D}v$ z pierwszego równania do równania drugiego:

$$v^2(1 - (\frac{d}{D})^2) = \alpha(d^{-1} - D^{-1})$$

Ostatecznie:

$$v = \sqrt{\alpha(d^{-1} - D^{-1}) / (1 - (\frac{d}{D})^2)}$$

$$V = \sqrt{\alpha(D^{-1} - d^{-1}) / (1 - (\frac{D}{d})^2)}$$

Wartości liczbowe:

$$v \approx 55000 \text{ m/s}$$

$$V \approx 1000 \text{ m/s}$$