TEMATY PYTAŃ NA EGZAMIN USTNY DO WYKŁADU „ELEMENTY ALGEBRY WYŻSZEJ W FIZYCE”

RAFAŁ R. SUSZEK (KMMF)

1. Część I

(1) Konstrukcje uniwersalne: produkt, koprodukt oraz iloczyn tensorowy.
(2) Podstawowe własności iloczynu tensorowego modułów nad pierścieniem.
(3) Algebry – konstrukcje ogólne.
(4) Algebra tensorowa i jej istotne podalgebry.
(5) Algebry z gradacją.
(6) Podstawy teorii reprezentacji algebr.
(7) Elementarna teoria reprezentacji algebr prostych.
(8) Reprezentacje rzeczywiste, zespolone i kwaternionowe algebr, w szczególności – algebr macierzowych.
(9) Algebra Clifforda jako struktura uniwersalna, funktor Cliff.
(10) Inwolucja i antyinwolucja główna oraz naturalna gradacja na algebrze Clifforda.
(11) Algebra Clifforda sumy prostej przestrzeni kwadratowych.
(12) Rozszerzenia izometrii (w szczególności injuektywnych, surjektywnych i bijektywnych) przestrzeni kwadratowych do morfizmów algebr Clifforda.
(13) Naturalna baza algebry Clifforda oraz element kanoniczny.
(14) własności elementu kanonicznego algebry Clifforda.
(15) Centrum i antycentrum algebry Clifforda.
(16) Twierdzenie o kanonicznym iloczynie tensorowym algebr Clifforda.
(17) Zastosowania algebry zewnętrznej w modelowaniu algebr Clifforda: algebra Clifforda pary dwoistej oraz algebra Clifforda na przestrzeni ze skośnie symetryczną inwolucją.
(18) Składowe (skośnie) samodwoiste rzeczywistych i zespolonych algebr Clifforda.
(19) Elementarne izomorfizmy między rzeczywistymi (wzgl. zespolonymi) algebrami Clifforda, w szczególności $\mathrm{Cl}^{\mathbb{R}}_{p,q} \cong \mathrm{Cl}^{\mathbb{R}\,0}_{p,q+1}$.
(20) Kompleksyfikacja rzeczywistych algebr Clifforda.
(21) ε-ortogonalne moduły Clifforda.
(22) Struktura reprezentacji rzeczywistych i zespolonych algebr Clifforda (w szczególności: reprezentacje nieprzywiedlne).
(23) Element objętości rzeczywistej (wzgl. zespolonej) algebry Clifforda a struktura jej modułów nieprzywiedlnych.
(24) Multyplikatywna grupa jedności oraz grupa Clifforda.
(25) Relacja między grupą Clifforda a grupą ortogonalną przestrzeni kwadratowej.
(26) Grupy Pin i Spin, relacja do grup ortogonalnej i specjalnej ortogonalnej przestrzeni kwadratowej (nad ciałem spinowym).
(27) Reprezentacje spinorowe grupy Spin, spinory Pauliego, Diraca i Weyla.

2. Część II

(1)

Wersja z 19 czerwca 2016, 23:12 (GMT+1).