Fizyka Materii Skondensowanej

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl
http://www.fuw.edu.pl/~szczytko/NT

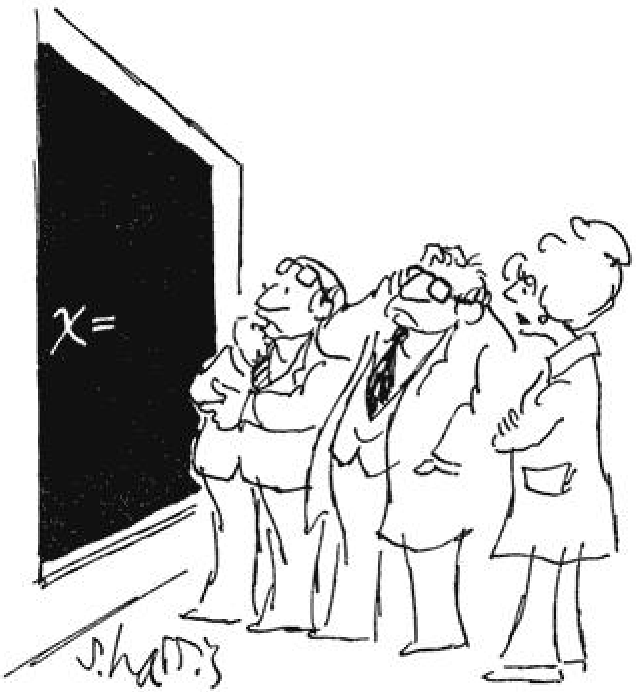
GryPlan

4.10 Mechanika kwantowa. Stany. Studnia kwantowa, Stany atomu wodoru. Symetrie stanów.
11.10 Pole magnetyczne, sprzężenie spin orbita, J, L, S
18.10 Dipolowe przejścia optyczne. Reguły wyboru, czas życia
25.10 Lasery – współczynniki Einsteina
8.11 Optyka – powtórzenie, klasyczny współczynnik załamania
14.11 PONIEDZIAŁEK RANO – KOLOKWIUM, sala Cyklotron A, godz. 9:00-12:00
15.11 Wiązania chemiczne i cząsteczki, hybrydyzacje
22.11 Przejścia optyczne w cząsteczkach, widma oscylacyjno-rotacyjne
29.11 Ciało stałe, kryształy, krystalografia, sieci Bravais
6.12 Pasma, tw. Blocha, masa efektywna, przybliżenie kp
13.12 KOLOKWIUM
20.12 Elektrony i dziury cz. 1
3.01 Elektrony i dziury cz. 2 Nanotechnologia
10.01 Urządzenia półprzewodnikowe. Diody, tranzystory, komputery
17.01 Fizyka subatomowa

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl
http://www.fuw.edu.pl/~szczytko/NT

Optyka - powtórzenie

- Propagacja fali elektromagnetycznej.
- Natężenie fali.
- Oddziaływanie fali e-m z ośrodkiem,
- Odbicie plazmowe,
- klasyczny współczynnik załamania,
- kształt linii widmowych, poszerzenia.



Optyka - powtórzenie

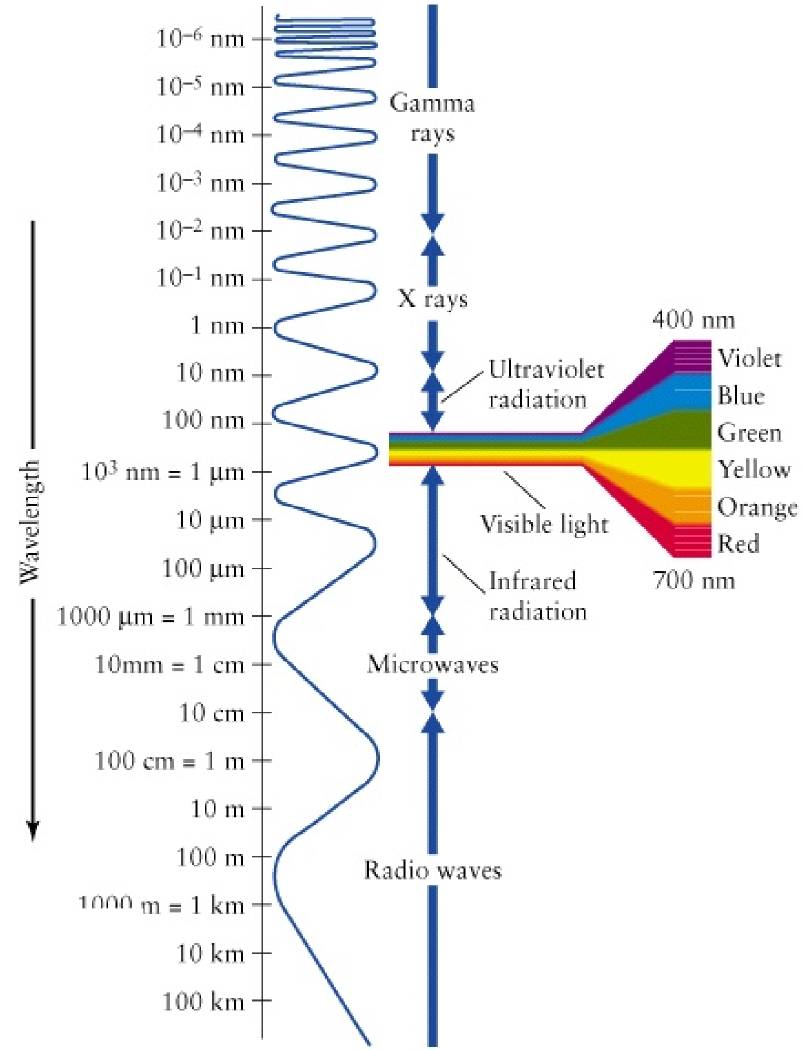
Równania Maxwella:

$$\varepsilon_0 div\vec{E} = \rho$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$rot\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{j}$$

$$div\vec{B} = 0$$



Optyka - powtórzenie

Równanie falowe:

$$rot(rot\vec{E}) = -\frac{\partial(rot\vec{B})}{\partial t} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{j}$$

$$\Delta\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad \Delta\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1\big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

Optyka - powtórzenie

Równanie falowe:

Natężenie fali – czyli moc przenoszona na jednostkę powierzchni wyraża się przez wektor Poytinga [W/m²]:

$$\vec{S} = \frac{1}{2\mu_0}\vec{\mathrm{E}}_0 \times \vec{\mathrm{B}}_0$$

DC Power flow in a concentric cable
Independent E and B fields
http://en.wikipedia.org/wiki/Poynting_vector

Optyka - powtórzenie

Fala elektromagnetyczna w próżni	**Fala elektromagnetyczna w dielektryku**
Równania Maxwella: $\nabla \times \vec{E} = rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \vec{B} = rot\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	Równania Maxwella: $\nabla \times \vec{E} = rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \vec{B} = rot\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \mu\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
Równania falowe: $\Delta\vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $\Delta\vec{\mathrm{B}} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{B}}}{\partial t^2}$	Równania falowe: $\Delta\vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $\Delta\vec{\mathrm{B}} = \mu_0 \varepsilon_0 \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{B}}}{\partial t^2}$
Prędkość fali elektromagnetycznej: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Prędkość fali elektromagnetycznej: $\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \mu\varepsilon}} = \frac{c}{n}$
Współczynnik załamania: $n = 1$ $k = \frac{\omega}{c}$	Współczynnik załamania: $n = \frac{c}{\upsilon} = \sqrt{\mu\varepsilon}$ $k = \frac{n\omega}{c}$

Optyka - powtórzenie

Fala elektromagnetyczna w próżni	**Fala elektromagnetyczna w dielektryku**
Równania Maxwella: $$\nabla \times \vec{E} = rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ $$\nabla \times \vec{B} = rot\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$ Równa… $$\Delta B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$ Prędkość fali elektromagnetycznej: $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ Współczynnik załamania: $$n = 1$$ $$k = \frac{\omega}{c}$$	Równania Maxwella: $$\nabla \times \vec{E} = rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ $$\nabla \times \vec{B} = rot\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$ $$\Delta B = \mu_0 \varepsilon_0 \mu \varepsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$ Prędkość fali elektromagnetycznej: $$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \mu \varepsilon}} = \frac{c}{n}$$ Współczynnik załamania: $$n = \frac{c}{\upsilon} = \sqrt{\mu \varepsilon}$$ $$k = \frac{n\omega}{c}$$

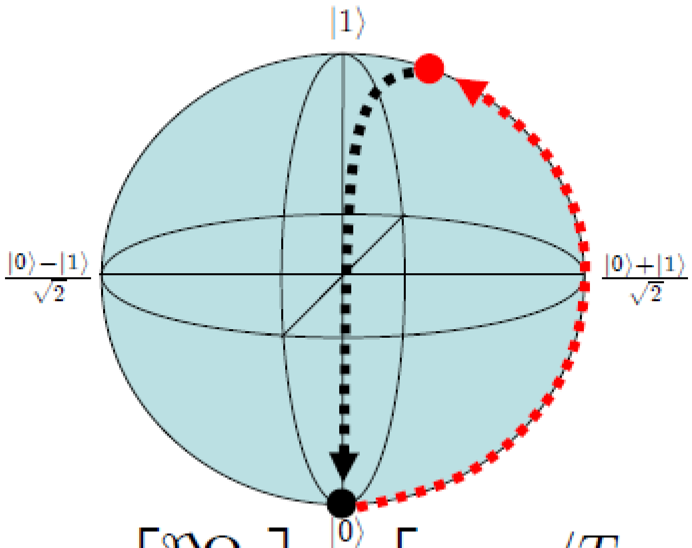
Ale w jaki sposób ośrodek oddziałuje z falą elektromagnetyczną? Czy *e*(a więc *n*) jest stałe?

Klasyczny model współczynnika załamania

Klasyczny model współczynnika załamania

Wojtek Wasilewski

Równania Blocha z relaksacją



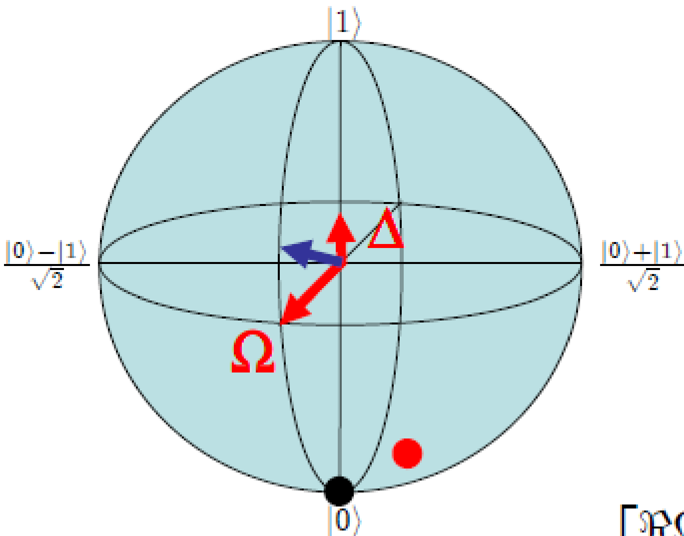
$$\frac{d\vec{x}_r}{dt} = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re\Omega_r \\ \Im\Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3+1)/T_1 \end{bmatrix}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Wojtek Wasilewski

Równania Blocha z relaksacją

Stan stacjonarny



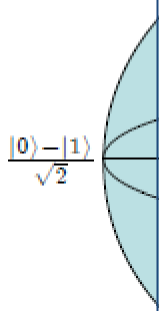
$$0 = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re\Omega_r \\ \Im\Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3+1)/T_1 \end{bmatrix}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Wojtek Wasilewski

Równania Blocha z relaksacją

Stan stacjonarny



Stan stacjonarny

$$0 = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re\Omega_r \\ \Im\Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3+1)/T_1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}_r = \frac{1}{1/T_2^2 + \Delta^2 + \Omega T_1/T_2} \begin{bmatrix} \Omega\Delta \\ \Omega/T_2 \\ -(1/T_2^2 + \Delta^2) \end{bmatrix}$$

dla słabych pól $\quad \vec{x}_r \simeq \frac{[\Omega\Delta,\, \Omega/T_2]}{1/T_2^2 + \Delta^2}$

Klasyczny model współczynnika załamania

Wojtek Wasilewski

Równania Blocha z relaksacją

Stan stacjonarny

Stan stacjonarny

Polaryzacja atomowa

$$\langle d \rangle = \langle \tilde{\sigma}_x \rangle \cos(\omega t) + \langle \tilde{\sigma}_y \rangle \sin(\omega t)$$

Część dyspersyjna — **Część absorpcyjna**

$$\vec{x}_r \simeq \frac{[\Omega\Delta, \Omega/T_2]}{1/T_2^2 + \Delta^2}$$

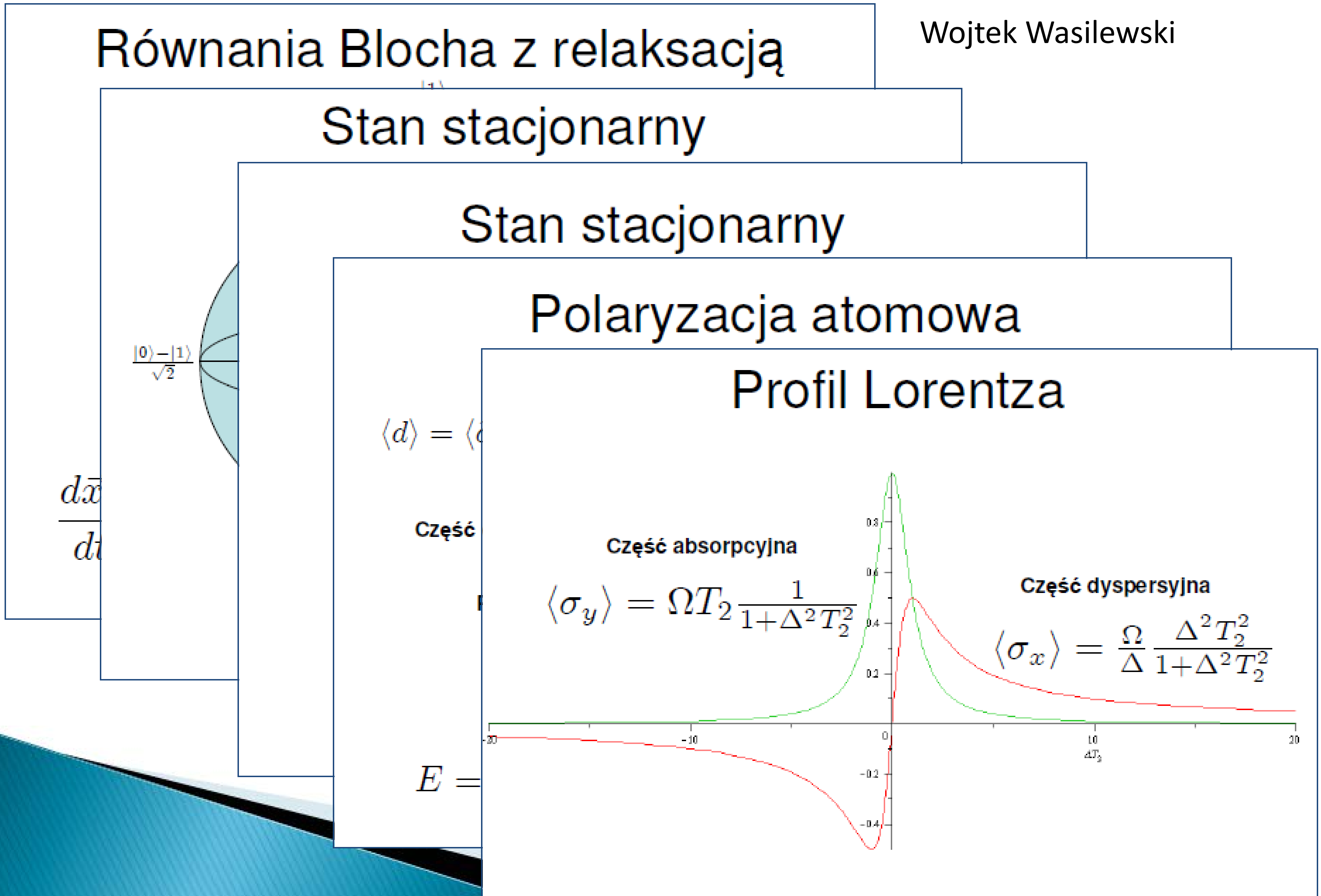
Polaryzacja $n\langle d \rangle = \chi \epsilon_0 E$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E = \frac{1}{c^2 \epsilon_0}\frac{\partial^2}{\partial t^2} P$$

$$E = \Re\{E_0 e^{-i\omega t + i k\cdot r}\} \qquad k = \sqrt{1+\chi}\frac{\omega^2}{c^2}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Wojtek Wasilewski



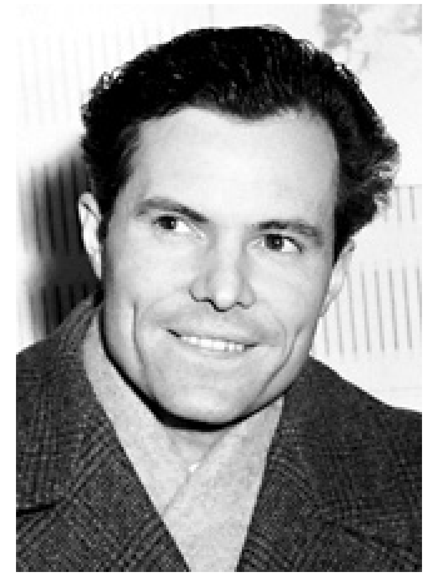
Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

The Nobel Prize in Physics 1961

“Explain it! The most important thing is, that you are able to explain it! You will have exams, there you have to explain it. Eventually, you pass them, you get your diploma and you think, that's it! – No, the whole life is an exam, you'll have to write applications, you'll have to discuss with peers... So learn to explain it! You can train this by explaining to another student, a colleague. If they are not available, explain it to your mother – or to your cat!”

Za Wikipedią

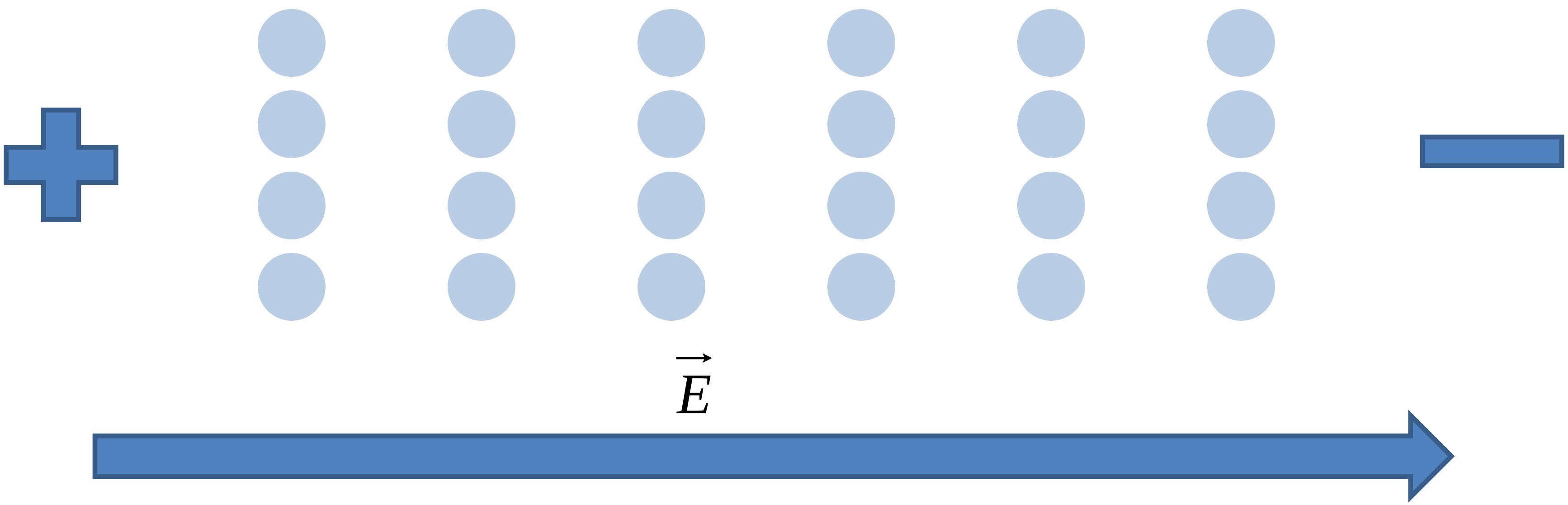


Rudolf Ludwig Mössbauer
ur. 1929

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

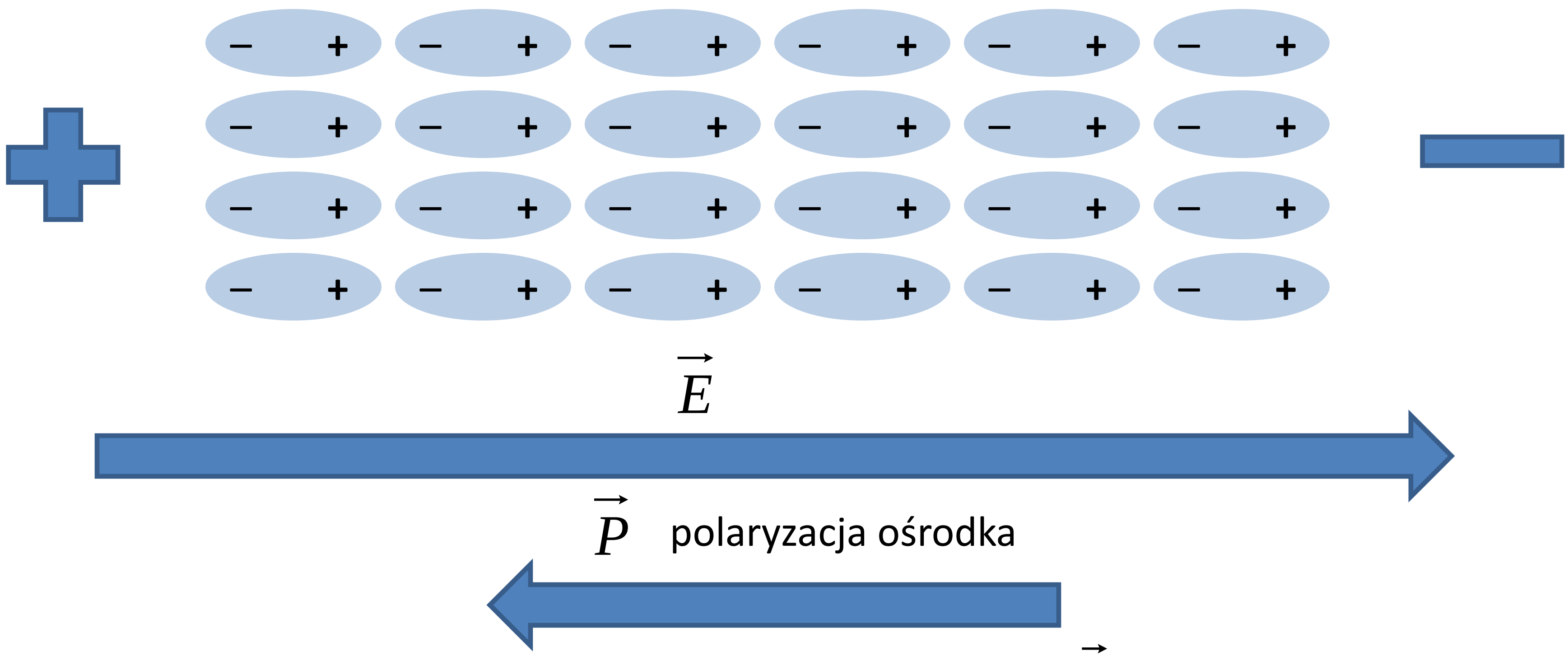
Dielektryk:



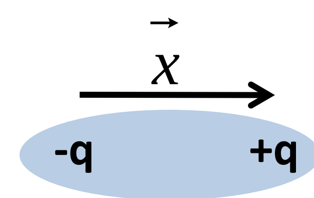
Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Dielektryk:



$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$



$$\vec{p} = q\vec{x}$$

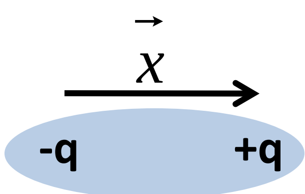
moment dipolowy atomu (cząsteczki)

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej □0 i współczynniku tłumienia □;
- oscylatory mają masę m, ładunek q
- są poruszane przez oscylujące pole elektryczne E.



$$\vec{p} = q\vec{x}$$ moment dipolowy atomu (cząsteczki)

polaryzacja ośrodka $$\vec{P} = N\vec{p} = N\left(\varepsilon_0\alpha\vec{E}\right) = \varepsilon_0\chi\vec{E}$$

polaryzowalność

podatność dielektryczna

Klasyczny model współczynnika załamania

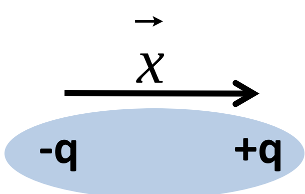
Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ;
- oscylatory mają masę m, ładunek q
- są poruszane przez oscylujące pole elektryczne E.

Tego szukamy:

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \chi$$



stąd $$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{P}(t) = N \vec{p}(t) = N q \vec{x}(t) = \varepsilon_0 \chi \vec{E}(t)$$

Musimy wyznaczyć $\vec{x}(t)$ **!**

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ;
- oscylatory mają masę m, ładunek q
- są poruszane przez oscylujące pole elektryczne E.

siła wymuszająca

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q\,\vec{E}e^{i\omega t}}{m}$$

tłumienie

siła sprężysta

Rozwiązanie dla stanu ustalonego:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozwiązanie dla stanu ustalonego:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 \exp(i\omega t)$$

Podstawiamy:

$$\left(-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2\right)\vec{x}_0 = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Amplituda:

$$\vec{x}_0 = \frac{q\vec{E}}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega\right)}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Dostajemy:

$$n^2 = \varepsilon = \overset{\approx 1}{\varepsilon_L} + \frac{Nqx}{\varepsilon_0 E} = \overset{\approx 1}{\varepsilon_L} + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega\right)}$$

$$n = n' - i\kappa$$

$$\kappa = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

ε_L — Dla jednej częstości oscylatora w_0 e_L=1, ale dla wielu jest to w przybliżeniu stała suma wkładów od pozostałych.

$$n' = \overset{\approx 1}{\varepsilon_L} + \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left[i\left(\omega t - k_n z\right)\right] = \vec{E}_0 \exp\left[i\left(\omega t - kn'z + ik\kappa z\right)\right] =$$

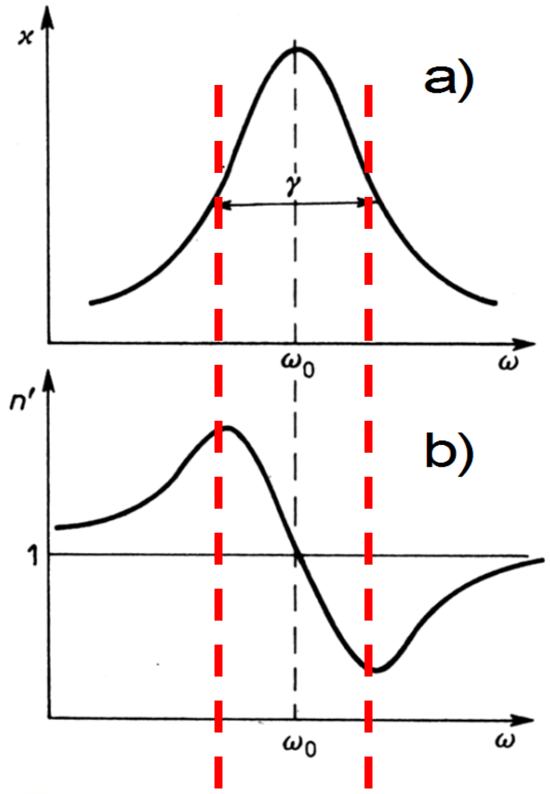
$$= \vec{E}_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda}\kappa z\right) \exp\left[i\left(\omega t - kn'z\right)\right]$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Dostajemy:

związki dyspersyjne Kramersa - Kroniga



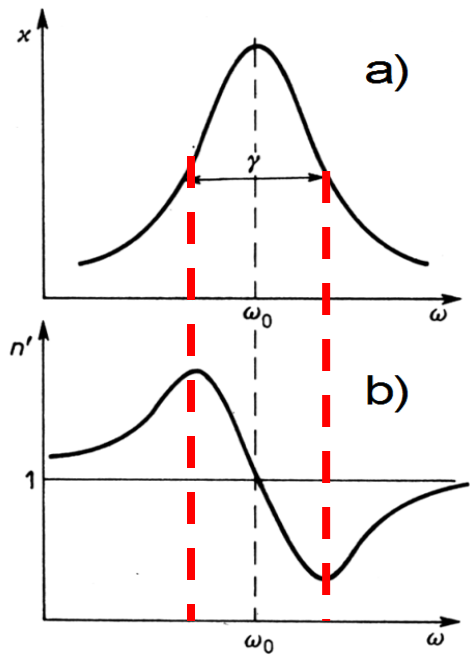
Obszar dyspersji anomalnej

$$\kappa = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$n' = 1 + \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami:



• ***Część rzeczywista*** *opisuje zmianę wektora falowego czynnika oscylującego fali elektromagnetycznej, -* ***rzeczywisty współczynnik załamania ośrodka.***

• *Jeżeli przez ośrodek fala propaguje się bez absorpcji, to n=n'.*

• **Część urojona** współczynnika załamania charakteryzuje ***absorpcję ośrodka.***

• *Wielkość* $\dfrac{dn'}{d\omega}$ nazywana jest **dyspersją** ośrodka.

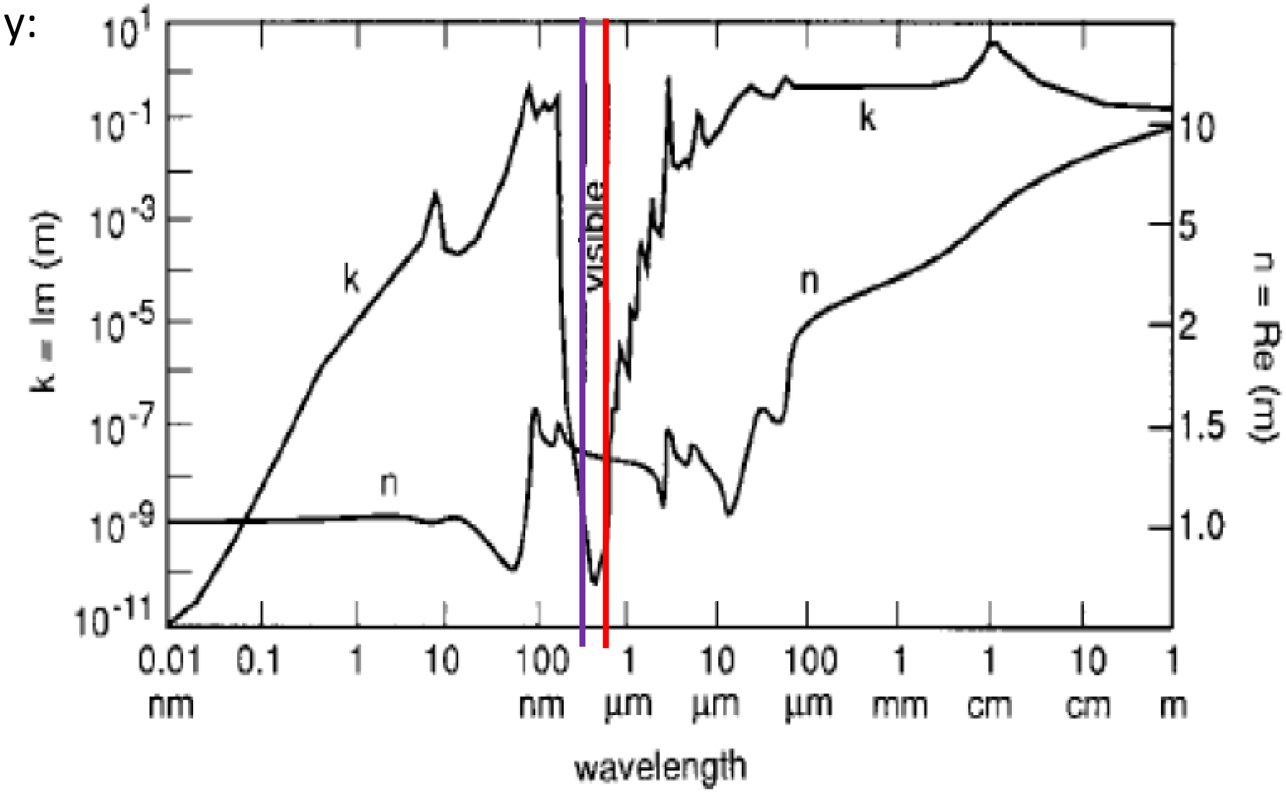
Poza rezonansem jest ona funkcją dodatnią - **dyspersja normalna**.

• Dla częstości bliskich częstości rezonansowej dyspersja ma znak ujemny - **dyspersja anomalna.**

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami:

Przykład wody:

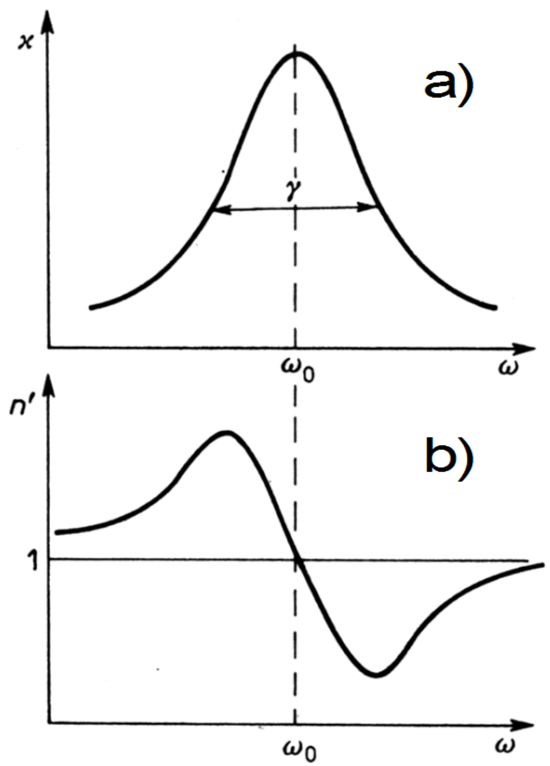


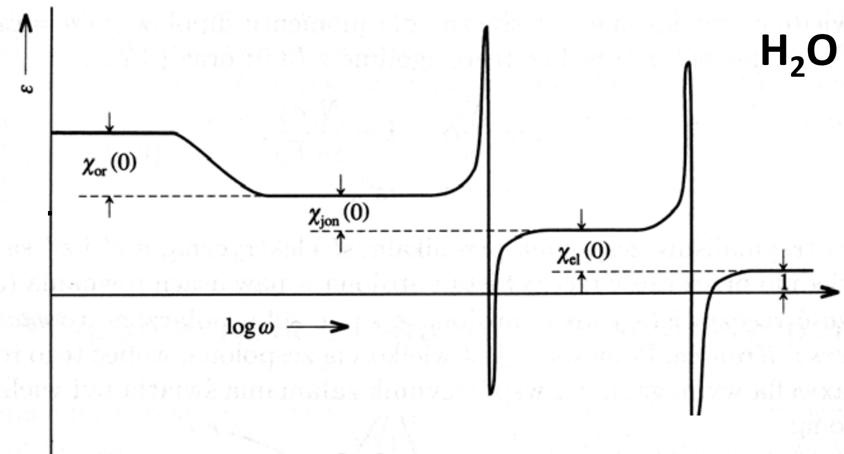
V. M. Zoloratev and A. V. Demin, "Optical Constants of Water over a Broad Range of Wavelengths, 0.1 Å–1 m," *Opt. Spectrosc.* (U.S.S.R.) 43(2):157 (Aug. 1977).

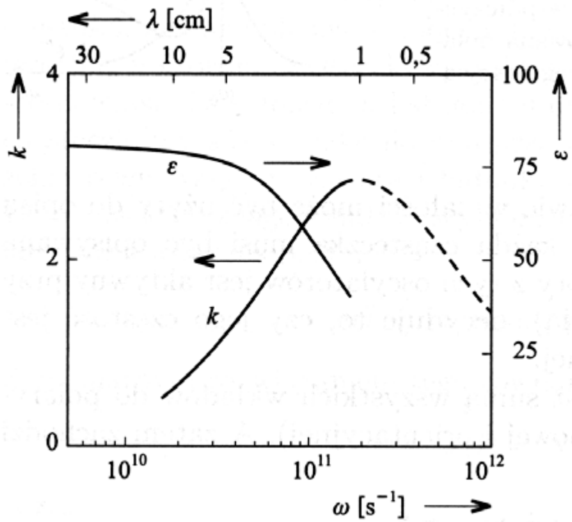
Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami:

Kilka rezonansów w ośrodku:



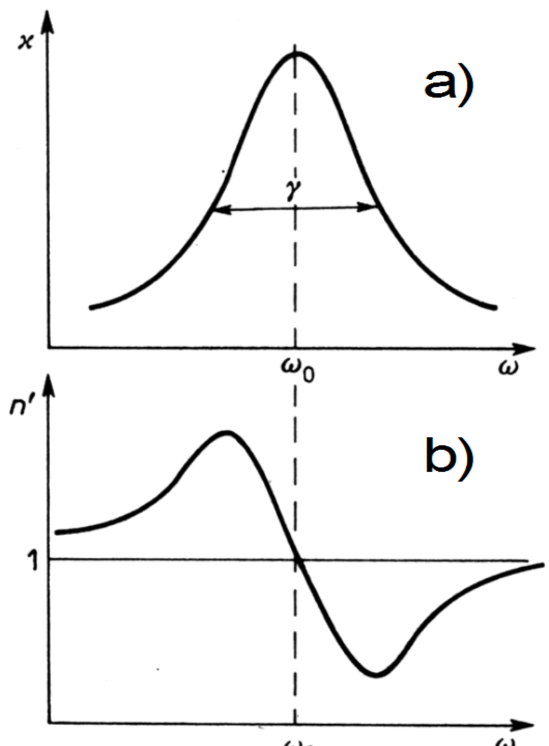


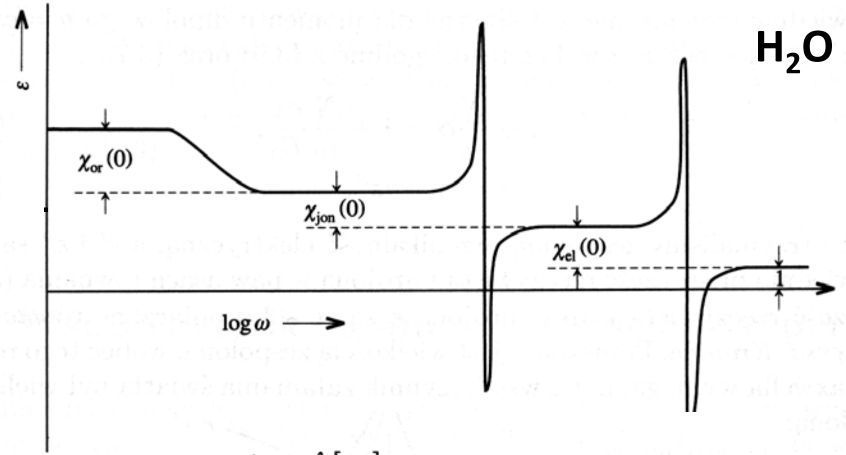


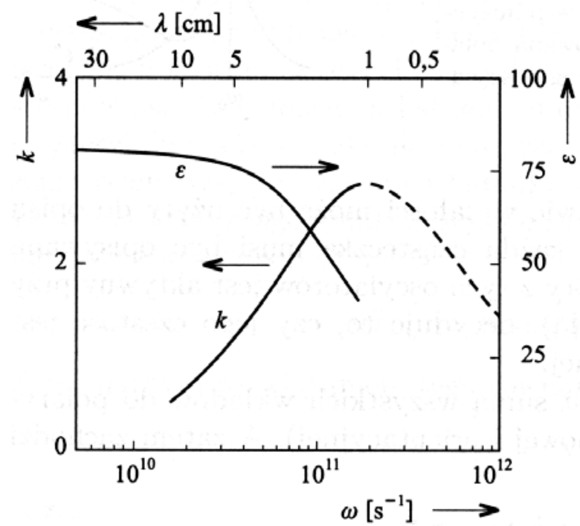
Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami:

Kilka rezonansów w ośrodku:







ε_L Dla jednej częstości oscylatora w_0 e_L=1, ale dla wielu jest to w przybliżeniu stała suma wkładów od pozostałych.

Klasyczny model współczynnika załamania

Prawo Lamberta-Beera :

Pole elektryczne fali przechodzącej przez ośrodek:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kn' z + ik\kappa z)] = \vec{E}_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda}\kappa z\right)\exp[i(\omega t - kn' z)]$$

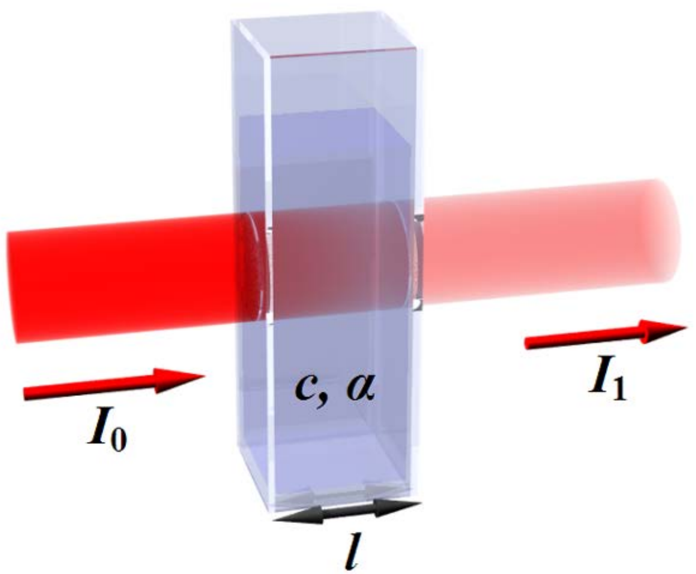
w, *k* - fala w próżni

Natężenie $$I \propto \left|\vec{E}\right|^2 = E_o^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}\kappa z\right)$$

$$\boxed{I(z) = I_0 \exp(-\alpha z)}$$

Współczynnik absorpcji $$\alpha = 2\kappa k_0$$

***k* = *k*$_0$, długość fali w próżni**



Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ
- oscylatory mają masę m, ładunek q
- są poruszane przez oscylujące pole elektryczne E.

Rozwiązanie dla stanu ustalonego typu:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

siła wymuszająca

siła harmoniczna

tłumienie

Rozważamy

przestrzeń wypełni... ...mi o częstotliwości rezonansowej ω_0 i

współczynniku tłumienia γ

- oscylatory mają masę m, ładunek q
- są poruszane przez oscylujące pole elektryczne E.

Rozwiązanie dla stanu ustalonego typu:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku (różnym):

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

Model Lorentza

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \boxed{0}$$

Widmo emisji

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \boxed{0} + \boxed{0} = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

Fala w plazmie

Rozwiązanie dla stanu ustalonego typu:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

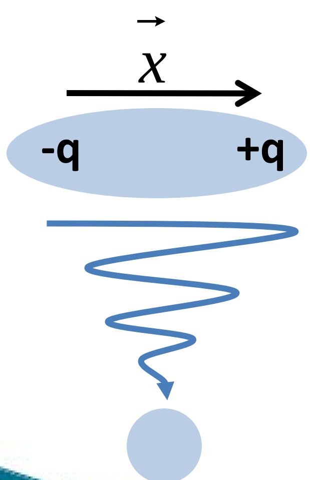
Klasyczny model współczynnika załamania

Np. kształt i szerokość linii emisyjnych

Przejście między dwoma poziomami układu kwantowego może być z dobrym przybliżeniem opisane za pomocą modelu oscylatora harmonicznego:

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0$$

Widmo emisji



Tym razem atomy (cząsteczki) zostały (jakoś) pobudzone do drgań i starają się powrócić do swojej równowagi tracąc energię na emisję promieniowania elektromagnetycznego („tłumienie”).

$$\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) \boxed{= \varepsilon_0 \chi \vec{E}(t)}$$

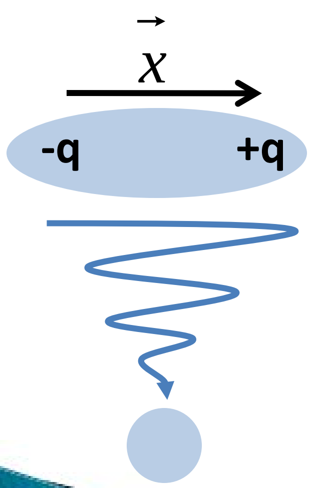
$$\vec{p}(t) = q\vec{x}(t)$$

moment dipolowy atomu (cząsteczki)

Klasyczny model współczynnika załamania

Np. kształt i szerokość linii emisyjnych

Analiza tego „tłumienia” oscylacji daje wgląd w mikroskopowe zjawiska zachodzące podczas (i w okolicach) emisji promieniowania elektromagnetycznego! Charakter zaniku promieniowania w czasie ma wpływ na jego **widmo** (w domenie częstości).



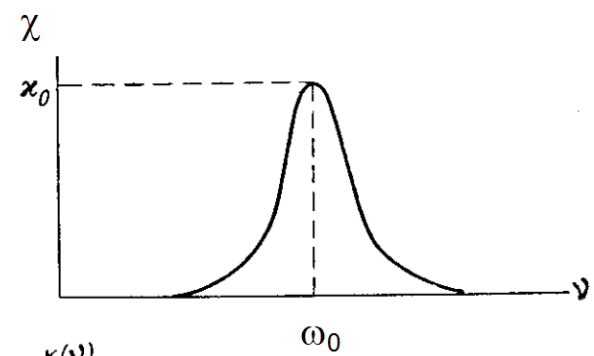
Tym razem atomy (cząsteczki) zostały (jakoś) pobudzone do drgań i starają się powrócić do swojej równowagi tracąc energię na emisję promieniowania elektromagnetycznego („tłumienie”).

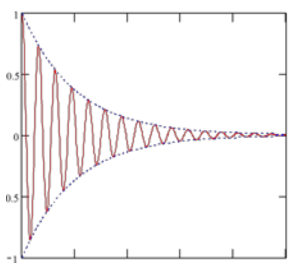
Klasyczny model współczynnika załamania

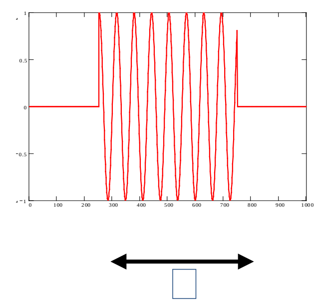
Np. kształt i szerokość linii emisyjnych

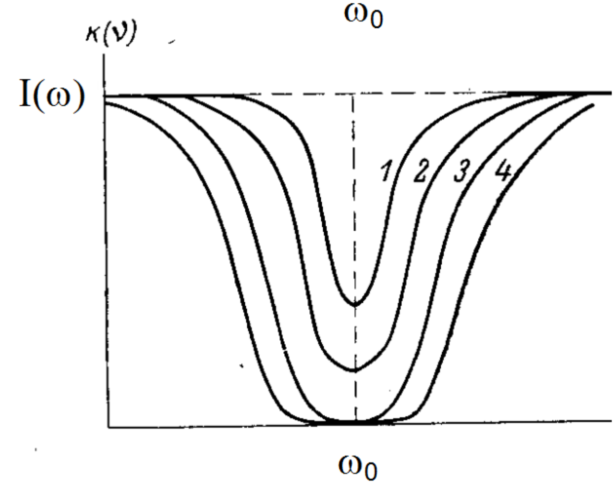
Widmo - transformata Fouriera:

Szerokość połówkowa linii:
- drgania tłumione (naturalna szerokość linii)
- poszerzenie ciśnieniowe
- poszerzenie dopplerowskie (profil Voigta)









Fourier Transform

Note that some authors (especially physicists) prefer to write the transform in terms of angular frequency $\omega \equiv 2\pi\nu$ instead of the oscillation frequency ν. However, this destroys the symmetry, resulting in the transform pair

$$H(\omega) = \mathcal{F}[h(t)] \tag{7}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\, e^{-i\omega t}\, dt \tag{8}$$

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(\omega)] \tag{9}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega. \tag{10}$$

To restore the symmetry of the transforms, the convention

$$g(y) = \mathcal{F}[f(t)] \tag{11}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-iyt}\, dt \tag{12}$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[g(y)] \tag{13}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(y)\, e^{iyt}\, dy \tag{14}$$

is sometimes used (Mathews and Walker 1970, p. 102).

Klasyczny model współczynnika załamania

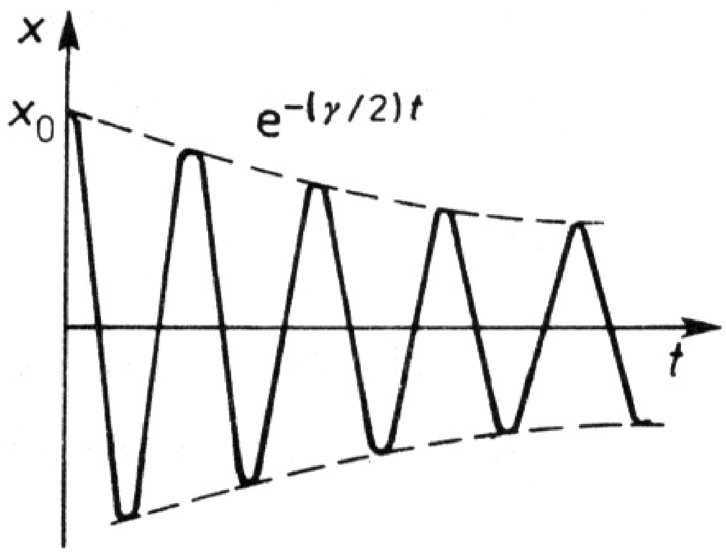
Np. kształt i szerokość linii emisyjnych

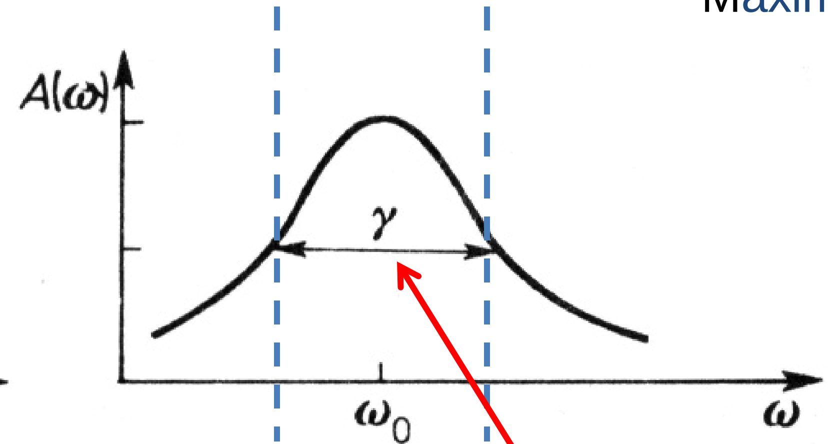
Widmo - transformata Fouriera:

Full
Width
Half
Maximum

Szerokość połówkowa linii:

FWHM





$$I(\omega) = I_0 \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma / 2)^2}$$

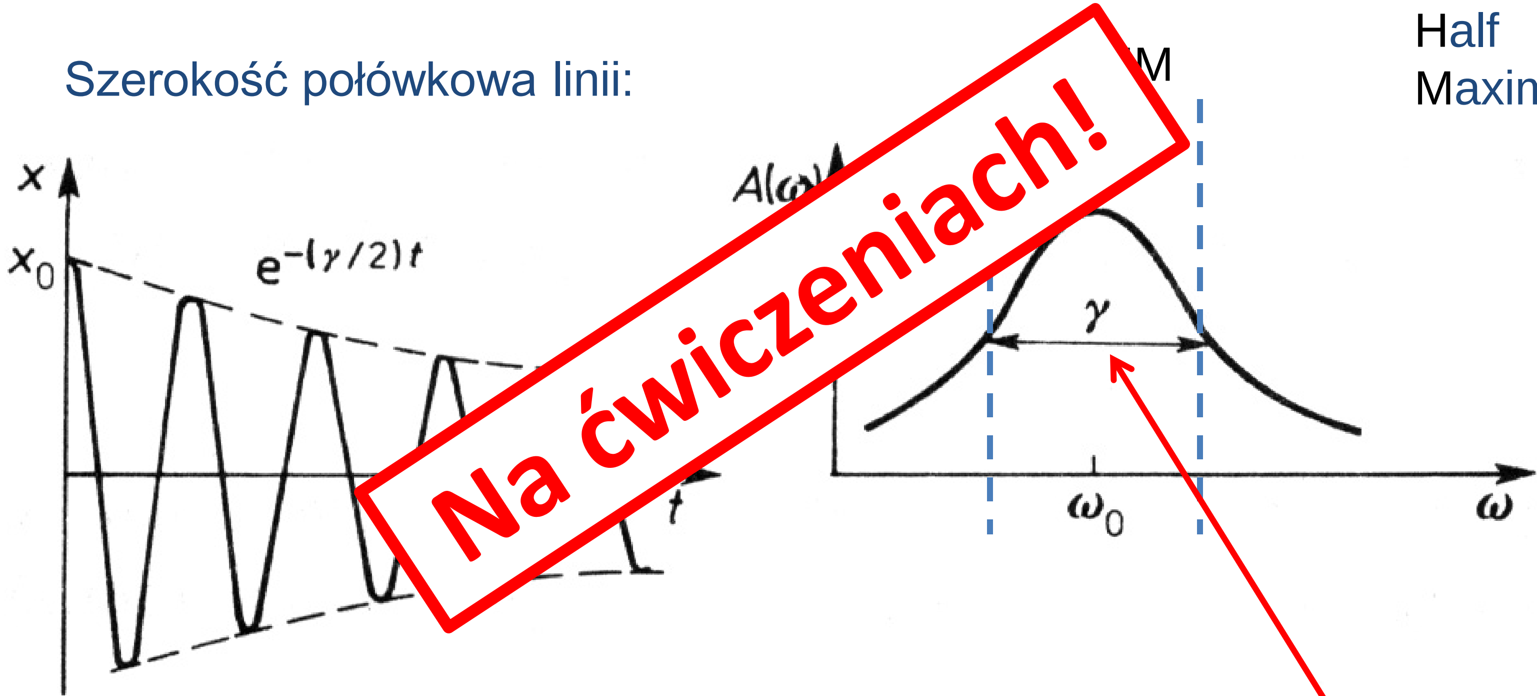
Klasyczny model współczynnika załamania

Np. kształt i szerokość linii emisyjnych

Widmo - transformata Fouriera:

Full Width Half Maximum

Szerokość połówkowa linii:



$$I(\omega) = I_0 \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}$$

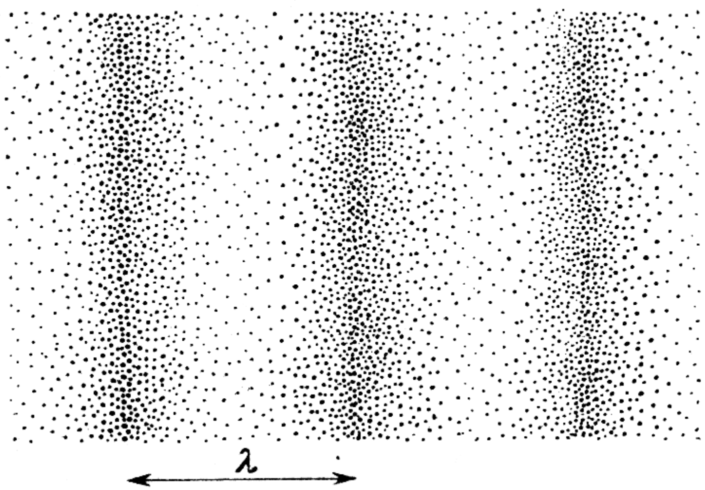
Klasyczny model współczynnika załamania

Np. propagacja fali w plazmie:

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + 0 + 0 = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

swobodne ładunki



• zjonizowane gazy, (np. w lampach gazowych, w atmosferach gwiazd i jonosferach planet),
• plazma,
• plazma w ciele stałym - czyli gaz swobodnych nośników znajdujący się w metalach lub półprzewodnikach,
• ciecze - jak elektrolity czy roztopione przewodniki.

Rozwiązanie dla stanu ustalonego:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

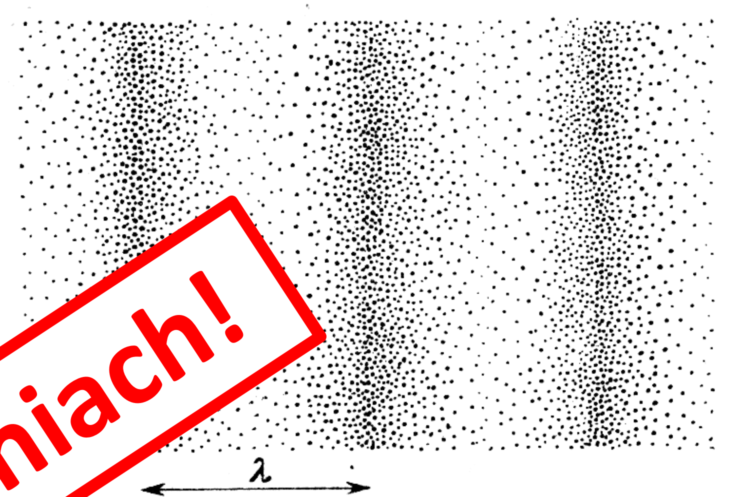
Klasyczny model współczynnika załamania

Np. propagacja fali w plazmie:

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \boxed{0} + \boxed{0} = \frac{q\vec{E}}{m}e^{i\omega t}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

swobodne ładunki



Na ćwiczeniach!

- zjonizowane gazy, (np. w lampac ... tmosferach gwiazd i jonosferach planet),
- plazma,
- plazma w ciele stałym - cz ... dnych nośników znajdujący się w metalach lub półprzewodnikach,
- ciecze - jak elektrolity czy roztopione przewodniki.

Rozwiązanie dla stanu ustalonego:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

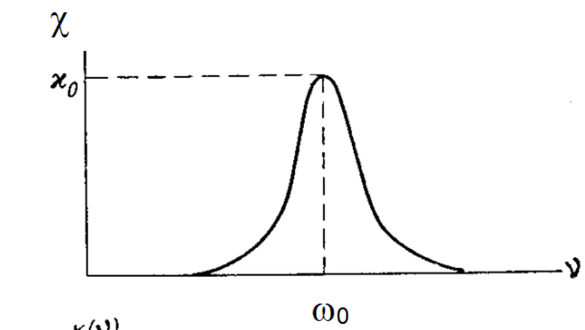
Kształt linii absorpcyjnej

Prawo Lamberta-Beera: $$I(z,\omega) = I_0(\omega)\exp[-\alpha(\omega)z]$$

gdzie absorbancja $\alpha(\omega) = 2\kappa(\omega)k(\omega)$

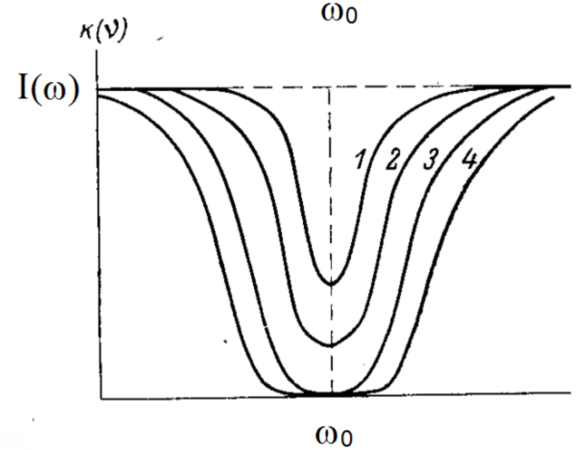
a współczynnik absorpcji (w przypadku kształtu lorencowskiego):

$$\kappa(\omega) = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}$$



Gdy jesteśmy blisko rezonansu, gdy , współczynnik absorpcji upraszcza się do postaci opisywanej kształtem Lorenza.

$$\kappa(\omega) = \frac{Nq^2}{8\varepsilon_0 m\omega_0}\frac{\gamma}{(\omega_0-\omega)^2+(\gamma/2)^2}$$



Prof. T. Stacewicz

Klasyczny model współczynnika załamania

Efekt Dopplera

Relatywistyczny efekt Dopplera (dla światła):

$$\nu_{\text{obserw.}} = \nu_{\text{źródła}} \sqrt{\frac{1+\upsilon/c}{1-\upsilon/c}} \approx \nu_{\text{źródła}} \left(1+\upsilon/c\right)$$

$\upsilon > 0$ gdy źródło się zbliża.

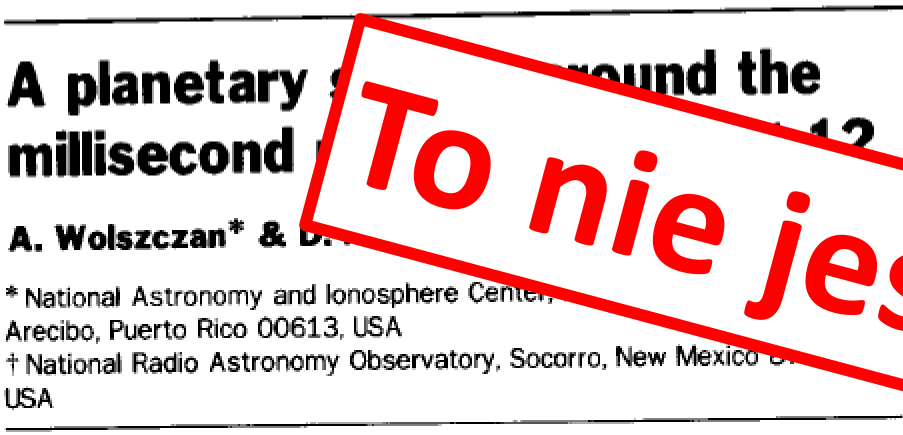
Klasyczny model współczynnika załamania

Efekt Dopplera

Klasyczny model współczynnika załamania

Efekt Dopplera

Wolszczan, A., & Frail, D. A. “A Planetary System around the Millisecond Pulsar PSR 1257+12” 1992, *Nature*, 355, 145.



A planetary

millisecond

A. Wolszczan*

* National Astronomy and Ionosphere Center,

Arecibo, Puerto Rico 00613, USA

† National Radio Astronomy Observatory, Socorro, New Mexico

USA

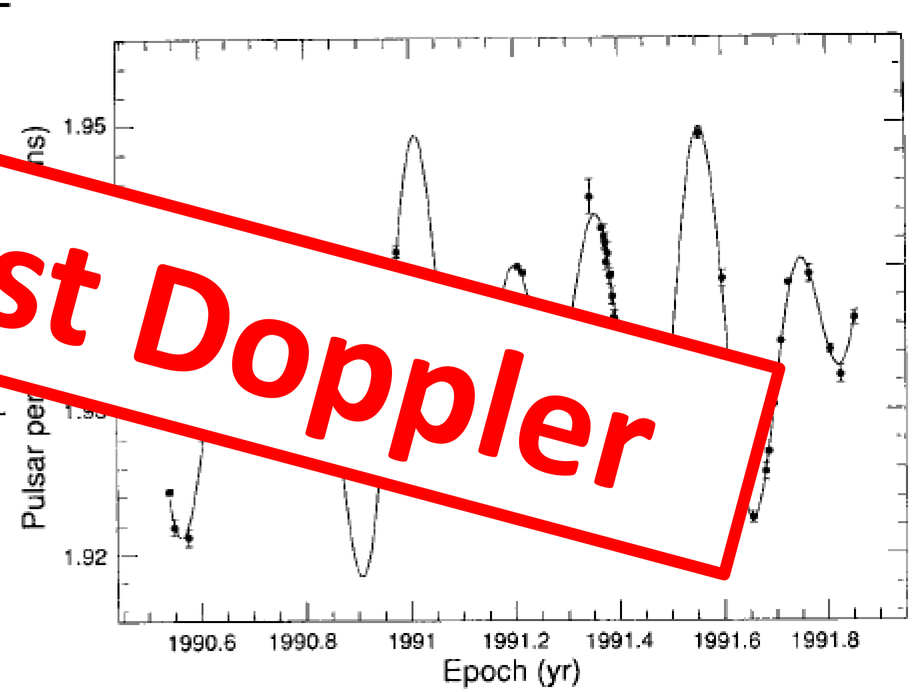


FIG. 3 Period variations of PSR1257 +12. Each period measurement is based on observations made on at least two consecutive days. The solid line denotes changes in period predicted by a two-planet model of the 1257 +12 system.

Klasyczny model współczynnika załamania

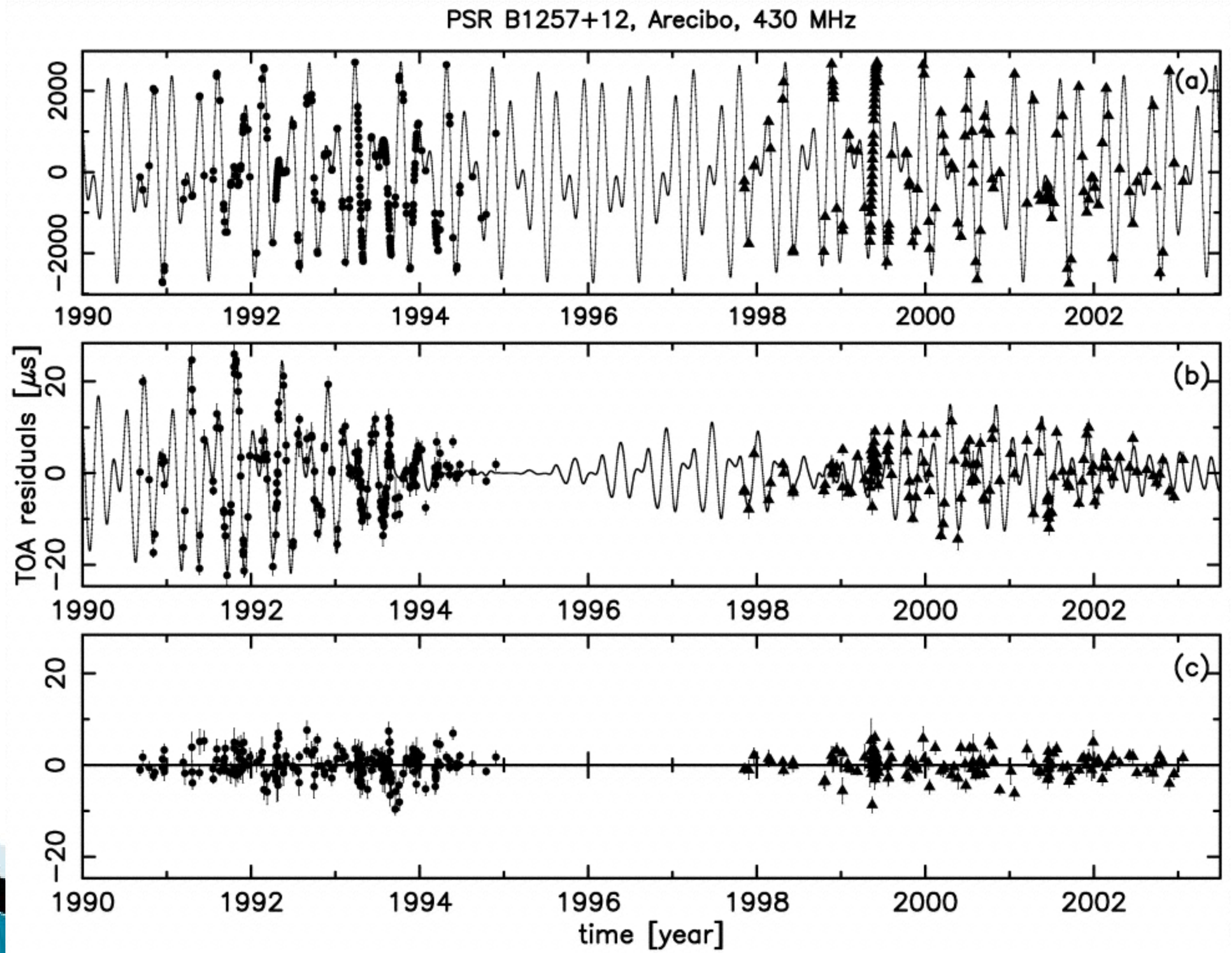
Efekt Dopplera

Masses and Orbital Inclinations of Planets in the PSR B1257+12 System

Maciej Konacki and **Alex Wolszczan**

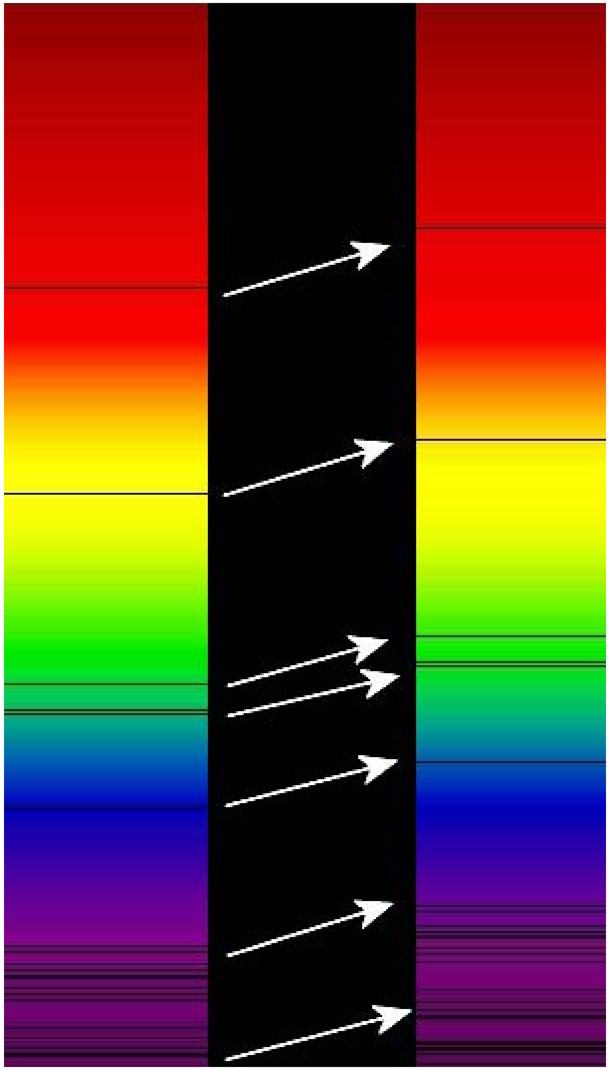
The Astrophysical Journal, 591:L147-L150, 2003 July 10

Best-fit daily averaged time-of-arrival residuals for three timing models of PSR B1257+12 observed at 430 MHz.



Klasyczny model współczynnika załamania

Efekt Dopplera

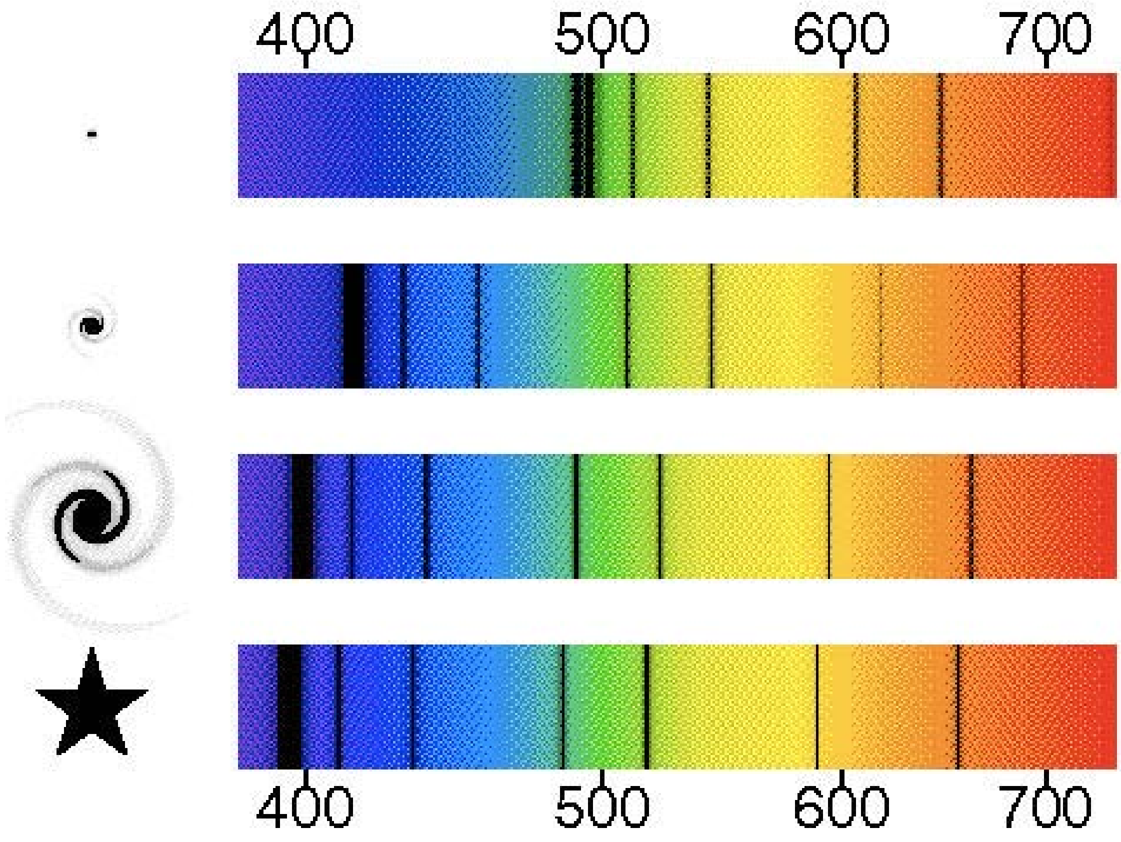


Przesunięcie ku czerwieni linii spektralnych w zakresie światła widzialnego supergromady odległych galaktyk (po prawej) w porównaniu do Słońca (po lewej)

Wikipedia

Klasyczny model współczynnika załamania

Kształt linii absorpcyjnej



http://www.webexhibits.org/causesofcolor/18A.html

Klasyczny model współczynnika załamania

Poszerzenie dopplerowskie

Na skutek **efektu Dopplera** poruszający się obiekt absorbuje lub promieniuje falę o częstości przesuniętej względem częstości własnej obiektu spoczywającego:

$$\nu_A = \nu_0(1+V_Z/c)$$

V_Z jest składową prędkości wzdłuż kierunku rozchodzenia się promieniowania

W temperaturze T zależność między liczbą cząstek o masie m a prędkością V_Z jest opisywana przez rozkład Maxwella :

$$n_i(V_Z)dV_Z = \frac{N_i}{V_p\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(V_Z/V_P\right)^2\right]dV_Z$$

Ten opis jest słuszny dla układu w równowadze termodynamicznej. W przypadku gdy rozkład prędkości nie jest termiczny (np. w wiązkach atomowych) należy zastosować inną funkcję, właściwą dla danego układu

$$V_P = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Prof. T. Stacewicz

Klasyczny model współczynnika załamania

Poszerzenie dopplerowskie

Po podstawieniu poprzedniego równania otrzymujemy rozkład liczby cząstek promieniujących z daną częstością □

$$n_i(\omega)d\omega = \frac{N_i c/\omega_0}{V_p\sqrt{\pi}} e^{-\left[(c/V_P)(\omega_0-\omega')/\omega_0\right]^2} d\omega$$

Ponieważ natężenie promieniowania jest proporcjonalne do ilości promieniujących cząstek, mamy **gaussowski kształt linii spektralnej**. Po unormowaniu powyższej funkcji :

$$I(\omega) = I_0 \exp\left[-\left(\frac{c(\omega-\omega_0)}{\omega_0 V_P}\right)^2\right]$$

Szerokość linii dopplerowskiej wynosi

$$\delta\omega_D = 2\sqrt{\ln 2}\,\omega_0\frac{V_P}{c} = \frac{\omega_0}{c}\sqrt{\frac{8kT\ln 2}{m}}$$

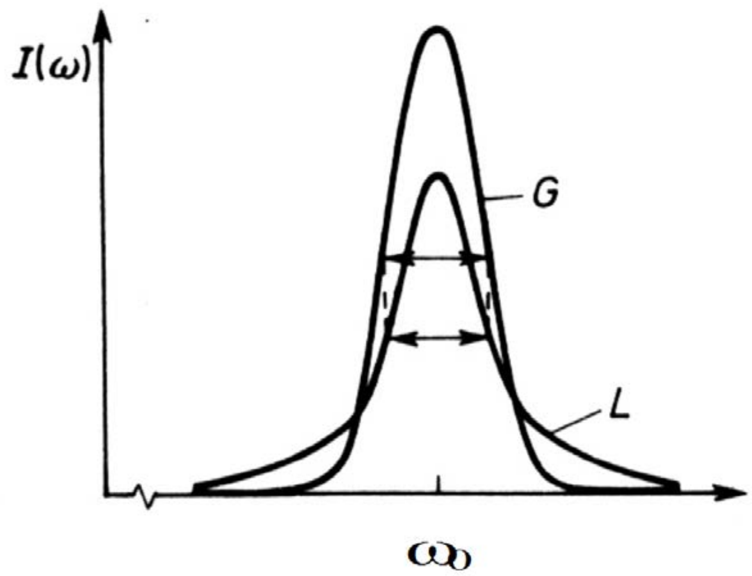
Prof. T. Stacewicz

Klasyczny model współczynnika załamania

Poszerzenie dopplerowskie

W gazach atomowych i molekularnych:

- naturalne szerokości linii wynoszą od kilku do kilkunastu megaherców,
- na skutek ruchów cieplnych cząstek linie te ulegają poszerzeniu kilkadziesiąt do kilkuset razy.



Klasyczny model współczynnika załamania

Poszerzenie dopplerowskie

Kształt lini dopplerowskej jest gaussowski tylko przy założeniu, że naturalna szerokość linii jest bardzo mała (ściślej, że jest detlą Diraca).

Jeśli weźmiemy pod uwagę szerokość naturalną linii widmowej (np. w bardzo chłodnych gazach) otrzymamy **profil Voigta.**

Klasyczny model współczynnika załamania

Profil Voigta

Rozważmy układ oscylatorów tłumionych.

•każdy z nich charakteryzuje się widmem Lorentza, którego szerokość nie może być zaniedbana.

•na skutek ruchu cieplnego i efektu Dopplera częstość centralna ω_0 każdego oscylatora ulega przesunięciu do wartości ω_0.

Wypadkowe natężenie promieniowania jest sumą natężeń pochodzących od poszczególnych oscylatorów:

$$I(\omega) = \sum_i I_{0i} \frac{1}{(\omega - \omega_{0i})^2 + (\gamma/2)^2}$$

która w przypadku ciągłego, maxwellowskiego rozkładu prędkości przechodzi w całkę, dając splot funkcji Gaussa i Lorentza

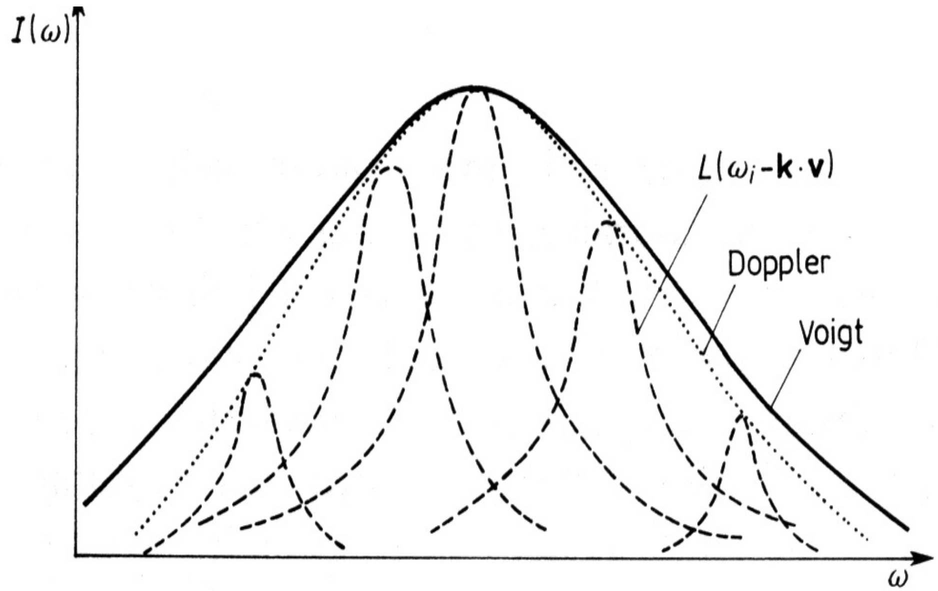
$$I(\omega) = C \int_0^{\infty} \frac{e^{-\left[(c/V_P)(\omega_0 - \omega')/\omega_0\right]^2}}{(\omega - \omega')^2 + (\gamma/2)^2} d\omega'$$

$$C = \frac{\gamma N_i c}{2 V_P \pi^{3/2} \omega_0}$$

Prof. T. Stacewicz

Klasyczny model współczynnika załamania

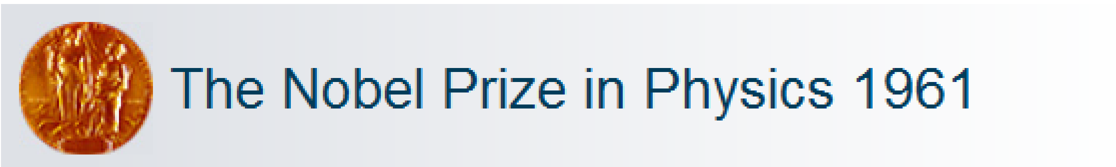
Profil Voigta

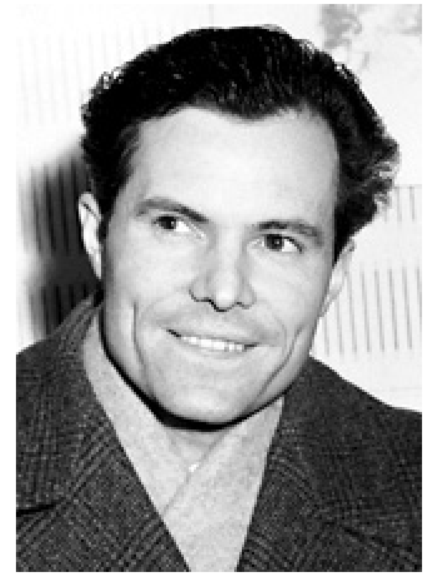


Prof. T. Stacewicz

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera





"for his researches concerning the resonance absorption of gamma radiation and his discovery in this connection of the effect which bears his name"

Rudolf Ludwig Mössbauer
ur. 1929

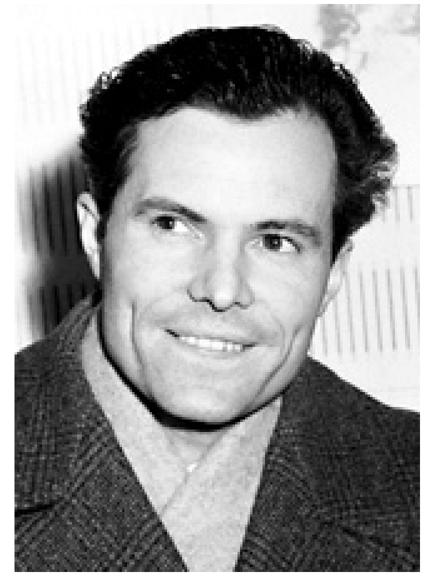
Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

The Nobel Prize in Physics 1961

“Explain it! The most important thing is, that you are able to explain it! You will have exams, there you have to explain it. Eventually, you pass them, you get your diploma and you think, that's it! – No, the whole life is an exam, you'll have to write applications, you'll have to discuss with peers... So learn to explain it! You can train this by explaining to another student, a colleague. If they are not available, explain it to your mother – or to your cat!”

Za Wikipedią



Rudolf Ludwig Mössbauer
ur. 1929

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

Jądro (a więc cały atom) emitując fotony o energii E doznaje pewnego odrzutu. Jego energię można wyznaczyć z prawa zachowania pędu:

$$\boxed{E_\gamma = pc}$$

odrzut atomu

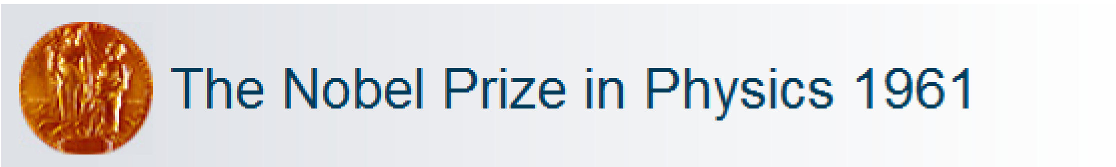
$$E_R = \frac{p^2}{2M} = \frac{E_\gamma{}^2}{2Mc^2}$$

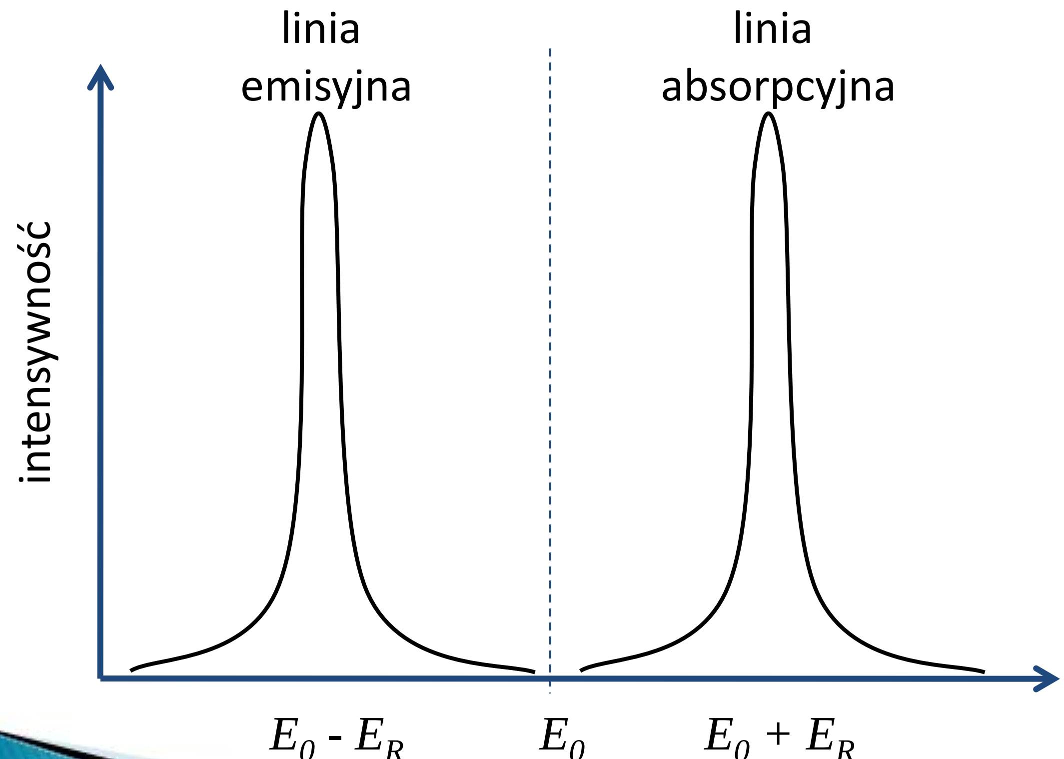
masa atomu

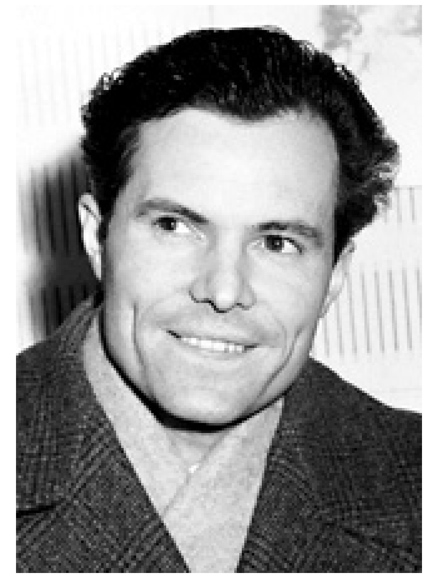
Zgodnie z zasadą zachowania energii emitowany foton ma energię mniejszą o E_R od energii wzbudzenia jądra E_0, gdyż ta część energii zostaje zużyta na odrzut. Z kolei w trakcie absorpcji jądro pochłania foton, czego skutkiem jest również odrzut. Wynika stąd, iż niedopasowanie energetyczne między fotonami emitowanymi a absorbowanymi wynosi $2E_R$

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera



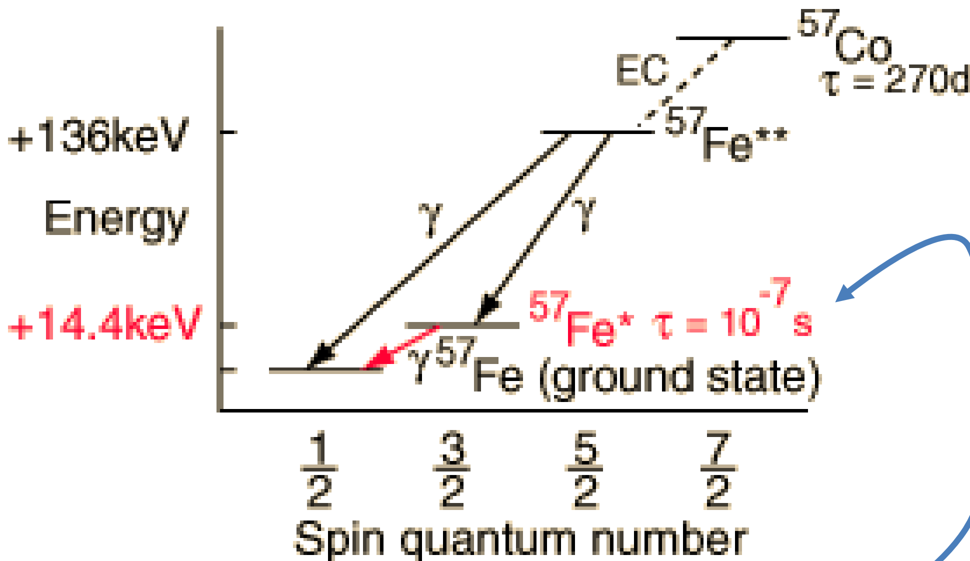




Rudolf Ludwig Mössbauer
ur. 1929

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera



$$E_0 \approx 14{,}4\ \mathrm{keV}$$

$$\tau \approx 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-8}\,\mathrm{eV}$$

$$\frac{\Gamma}{\mathrm{E}_0} \approx 10^{-12}$$

To przejście jest odpowiednio wąskie (czyli długożyciowe)

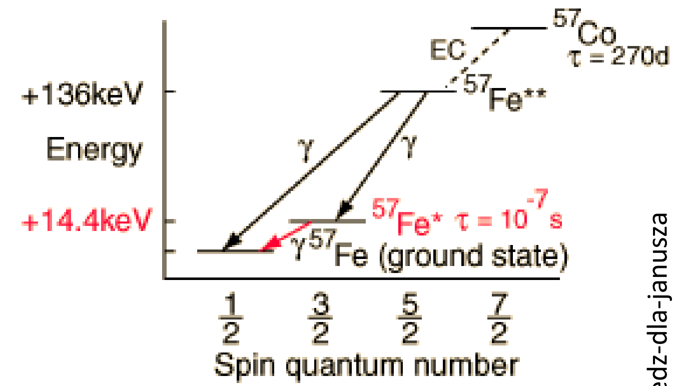
$$E_R = \frac{p^2}{2M} = \frac{E_\gamma{}^2}{2Mc^2} \approx 0{,}002\mathrm{eV}$$

ALE: w przypadku kryształu pęd przejmuje CAŁA sieć, więc można przyjąć, że absorpcja jest bezodrzutowa

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/Nuclear/mossfe.html

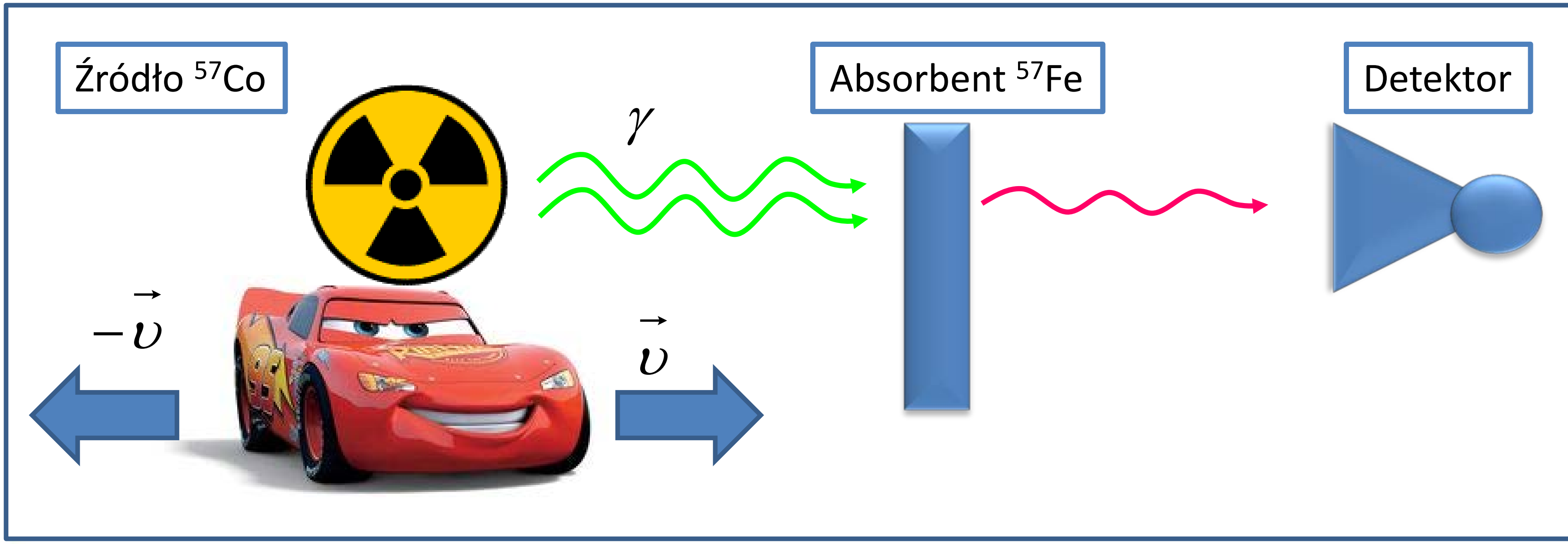
Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera



Efekt Doplera:

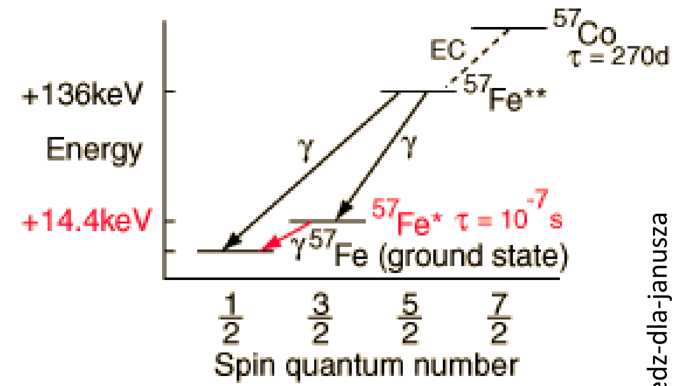
$$\Delta \nu = \nu_{\text{obserw.}} - \nu_{\text{źródła}} \approx \upsilon / c$$



http://tcc.salon24.pl/121781,efekt-mossbauera-efekt-dopplera-odpowiedz-dla-janusza

Klasyczny model współczynnika załamania

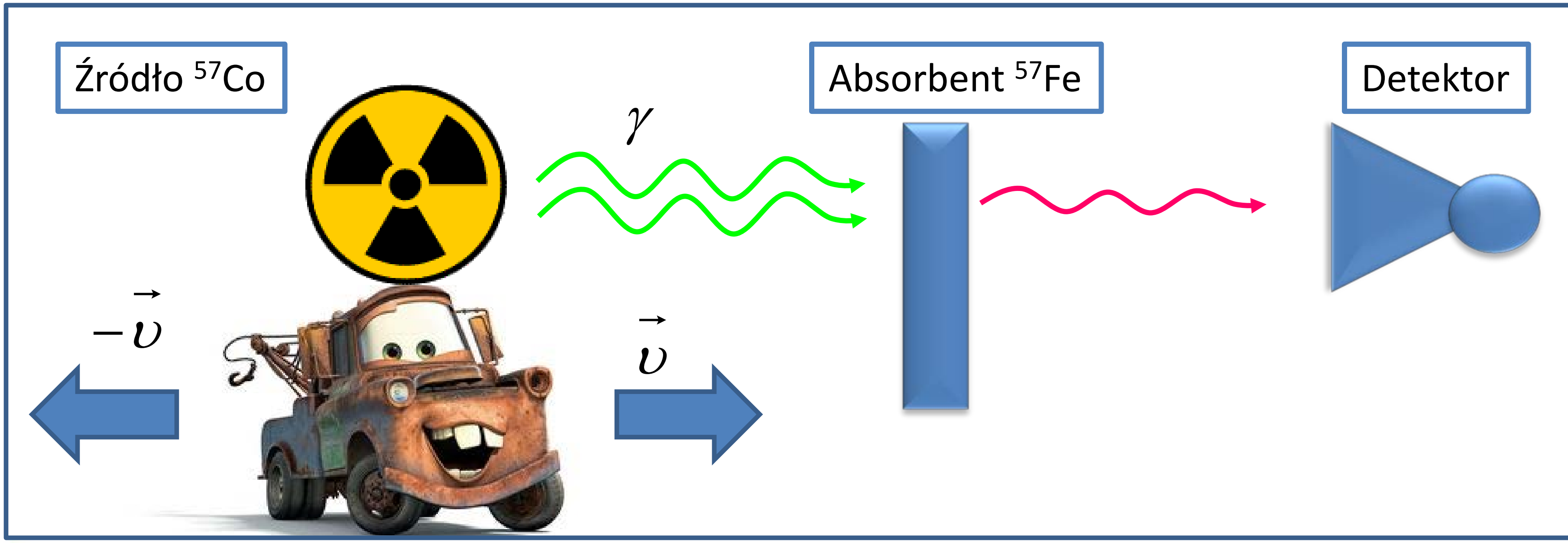
Zjawisko Mossbauera



Efekt Doplera:

2 mm/s !

$$\Delta \nu = \nu_{\text{obserw.}} - \nu_{\text{źródła}} \approx \upsilon / c \approx 6{,}67 \times 10^{-12}$$

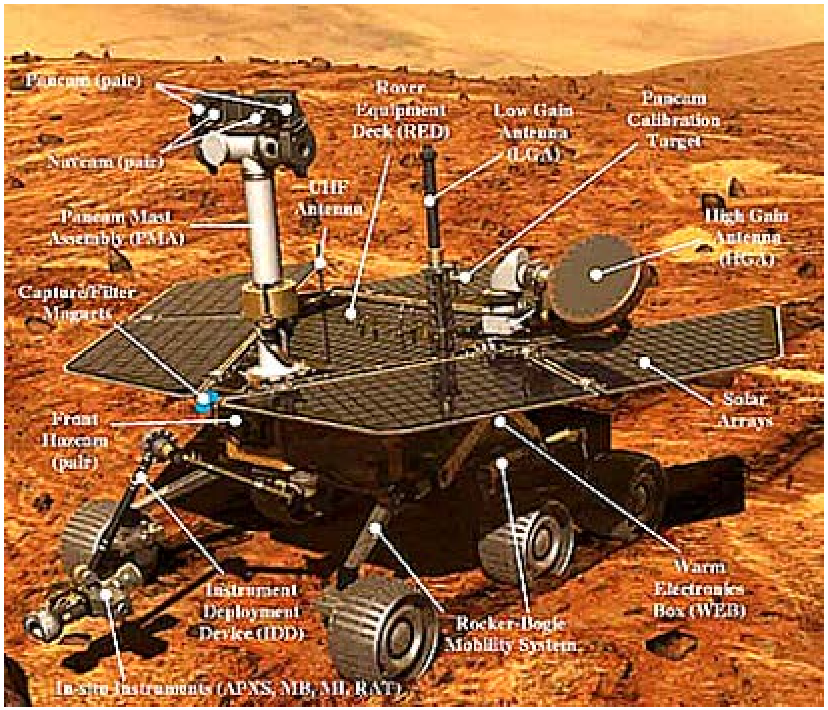


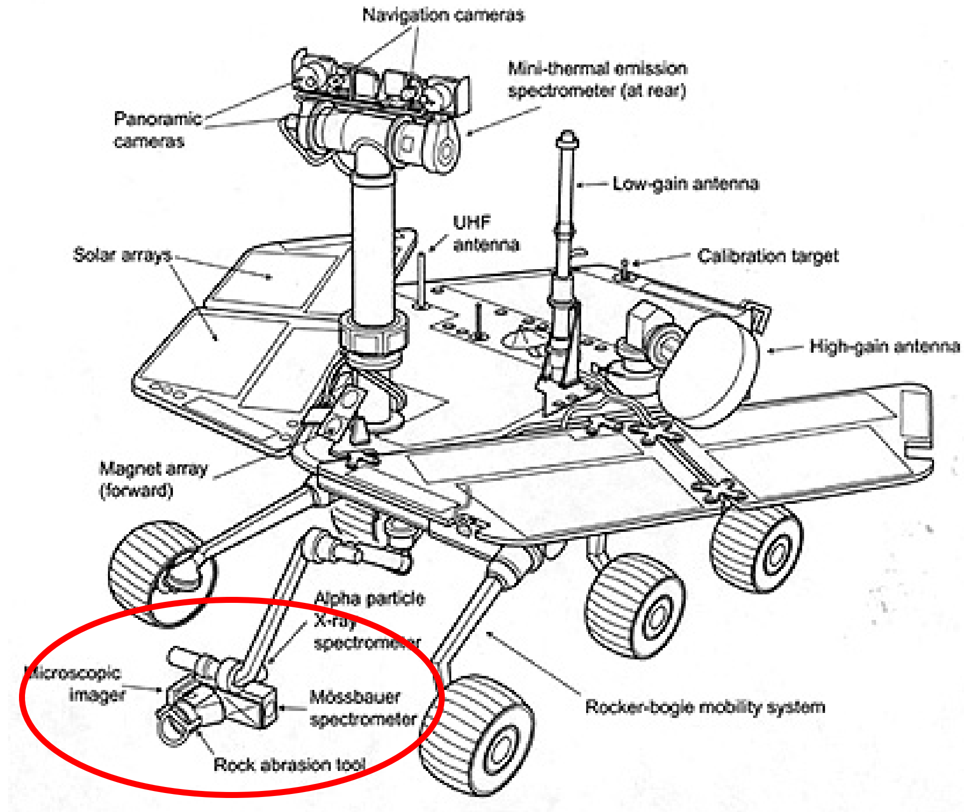
http://tcc.salon24.pl/121781,efekt-mossbauera-efekt-dopplera-odpowiedz-dla-janusza

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

Spitit i Opportunity





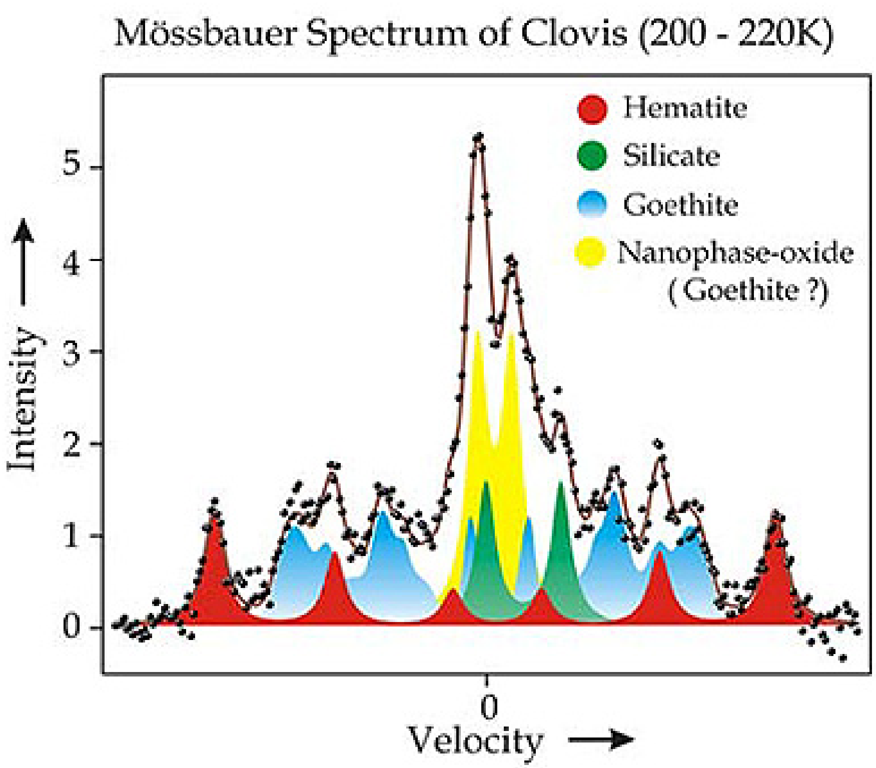
Mars Exploration Rover

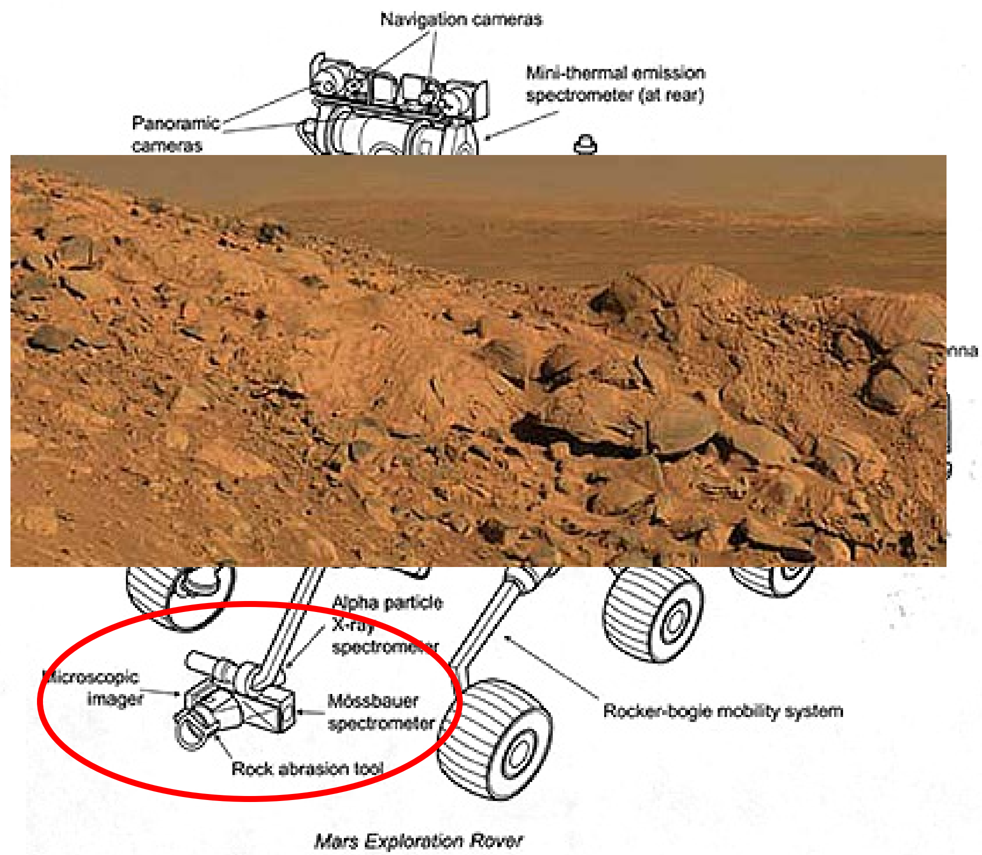
http://www.fas.org/irp/imint/docs/rst/Sect19_13a.html

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

Spitit i Opportunity

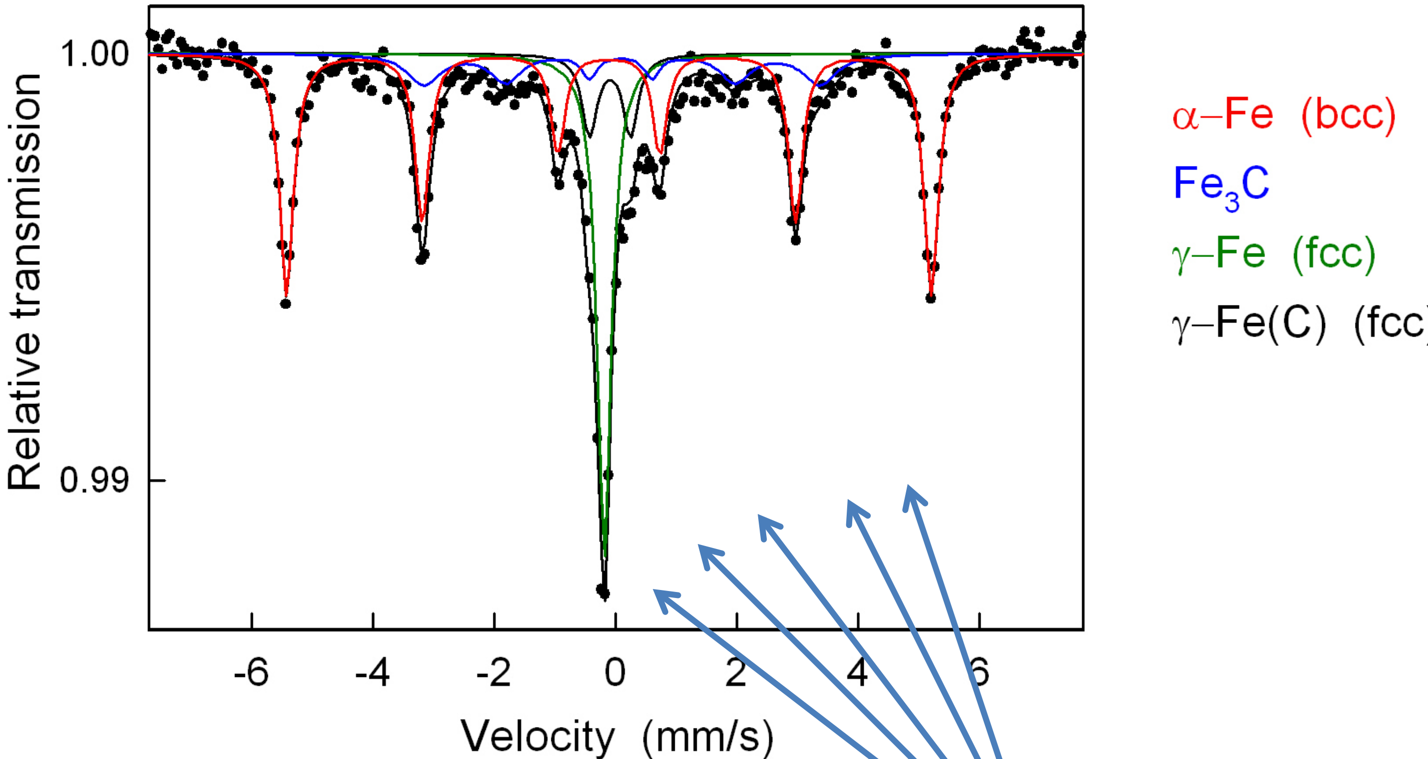




http://www.fas.org/irp/imint/docs/rst/Sect19_13a.html

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

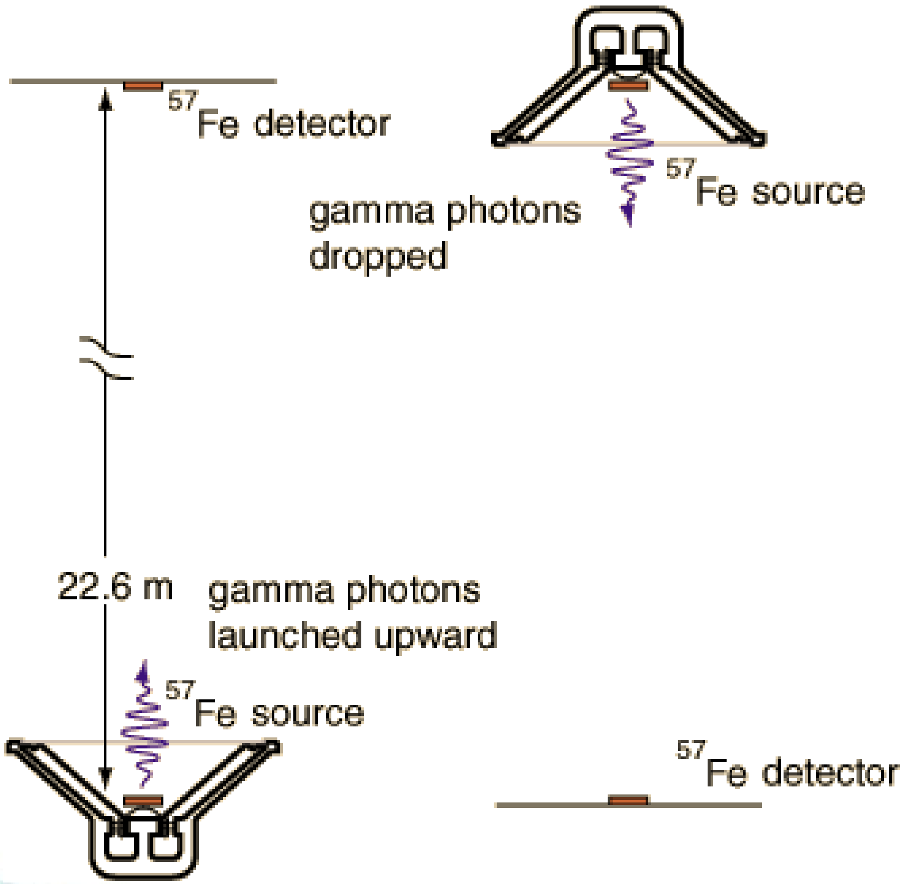


Rozszczepienie poziomów energetycznych jądra ^{57}Fe na skutek efektu Zeemana.

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

Test Ogólnej Teorii Względności „ Harvard Tower Experiment”



OTW - 1916

http://prl.aps.org/abstract/PRL/v3/i9/p439_1

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/relativ/gratim.html

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

http://prl.aps.org/abstract/PRL/v3/i9/p439_1

$$\nu_{\text{obserw.}} = \nu_{\text{źródła}}\left[1+\frac{gh}{c^2}\right]$$

Przesunięcie ku czerwieni spowodowane polem grawitacyjnym Ziemi (Ogólna Teoria Względności)

$$\Delta\nu/\nu \approx 4{,}92\times10^{-15}$$

Zysk energii „spadającego” fotonu

$$\Delta E = mgh = \frac{E}{c^2}gh = \frac{14{,}4\mathrm{keV}}{c^2}g\times22{,}6m \approx 3{,}5\times10^{-11}\mathrm{eV}$$

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{down}} - \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{up}} = \frac{2\left(3{,}5\times10^{-11}\mathrm{eV}\right)}{14{,}4\mathrm{keV}} = 4{,}9\times10^{-15}$$

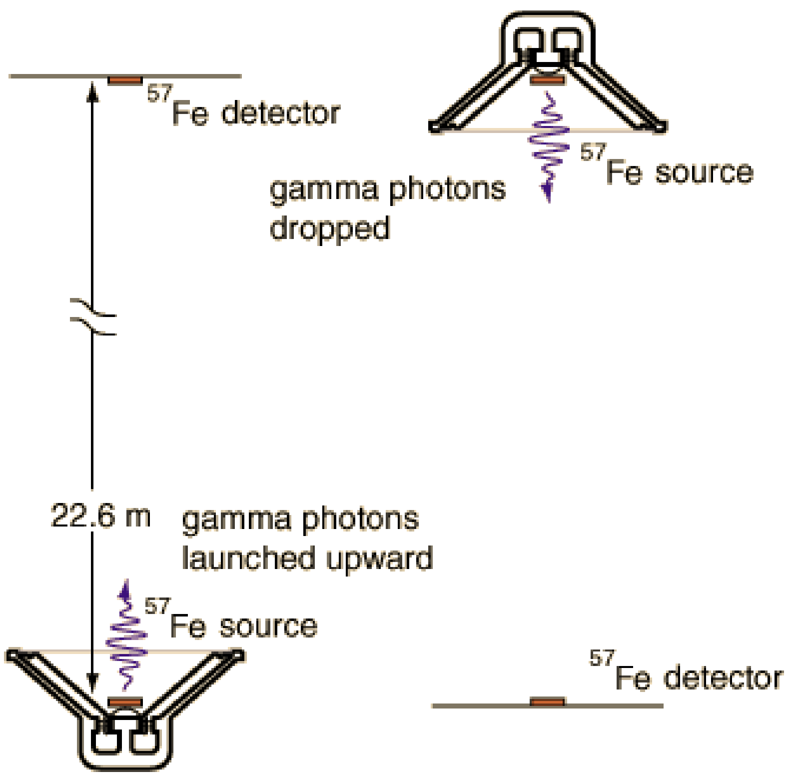
$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{down}} - \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{up}} = \left(5{,}1\pm0{,}5\right)\times10^{-15}$$

Wynik pomiaru

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/relativ/gratim.html

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera



Robert Pound, stationed at the top of a tower in a Harvard physics building (top), communicated by phone with **Glen Rebka** in the basement during calibrations for their experiment. The team verified Einstein's prediction that gravity can change light's frequency.

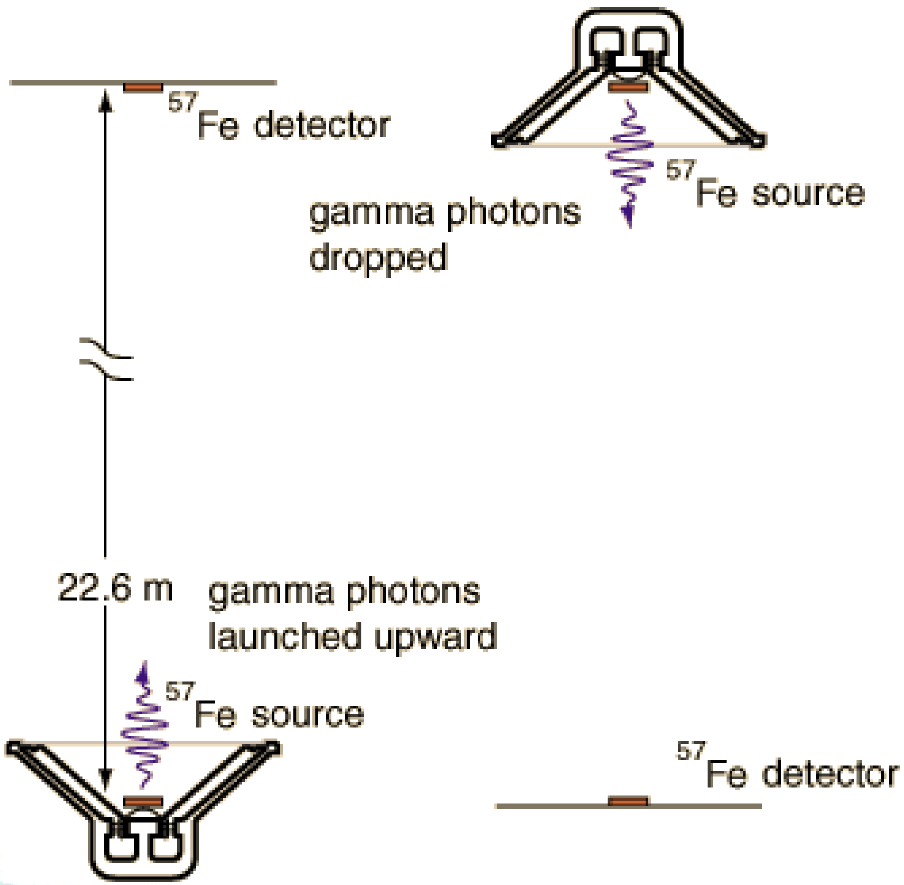
1960

http://focus.aps.org/story/v16/st1

Klasyczny model współczynnika załamania

Zjawisko Mossbauera

Test Ogólnej Teorii Względności „ Harvard Tower Experiment”



OTW - 1916

http://prl.aps.org/abstract/PRL/v3/i9/p439_1

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/relativ/gratim.html