

Czy można się teleportować? Co to jest splątanie kwantowe?



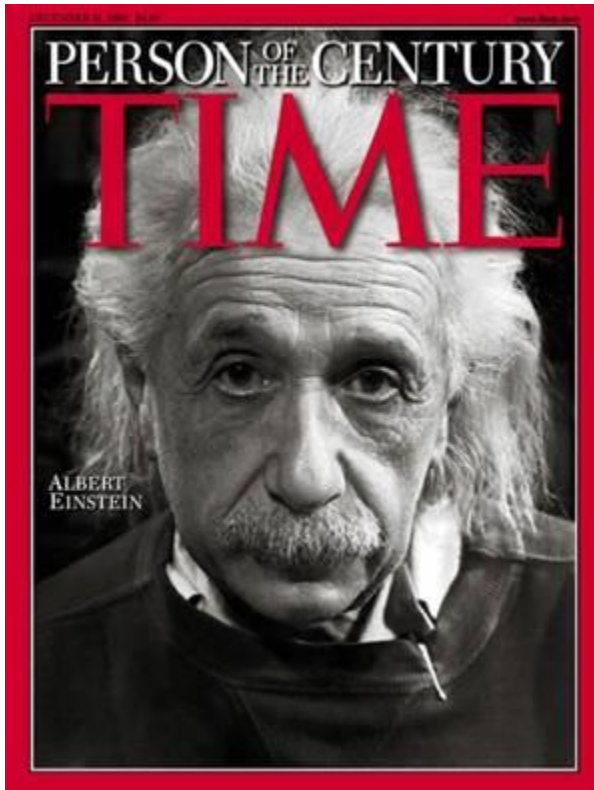
Sprawy bieżące

1. Esej na temat przyszłości – do 10 stycznia!
2. Nowy przedmiot „**Od pomysłu do patentu - Trendy, nowe technologie i zarządzanie innowacjami**” (Jacek Szczytko, Piotr Nieżurawski)– kwalifikacje na podstawie EGZAMINU! 1100-2`TNT (2 i 3 rok FIZ), 3 ECTS

Co to jest splątanie kwantowe?



Szczególna teoria względności



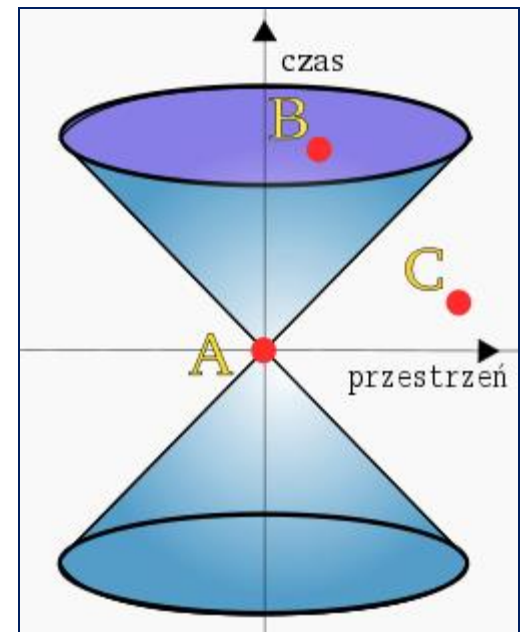
Skrócenie odległości (kontrakcja przestrzeni)

$$S' = \frac{S}{\gamma}$$

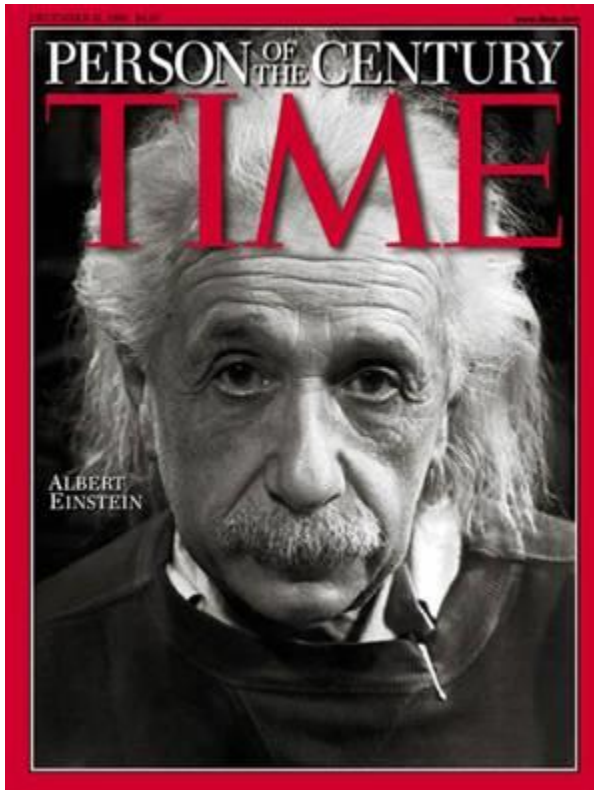
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Dylatacja czasu

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$



Szczególna teoria względności



Skrócenie odległości (kontrakcja przestrzeni)

$$S' = \frac{S}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

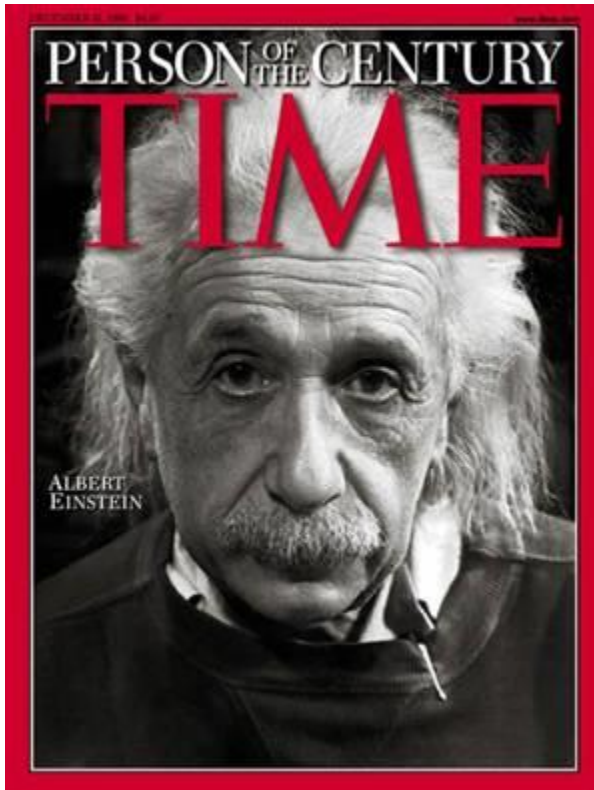
Dylatacja czasu

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

Doświadczenie: w naszym Wszechświecie największą prędkością w dowolnym układzie współrzędnych jest prędkość światła c .



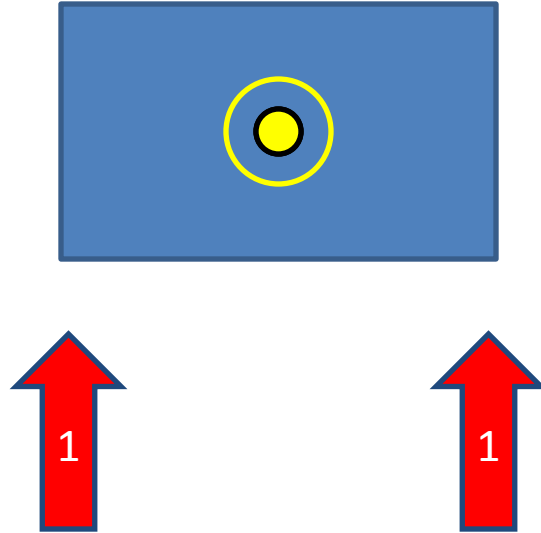
Szczególna teoria względności



Doświadczenie: w naszym Wszechświecie największą prędkością w dowolnym układzie współrzędnych jest prędkość światła c .

Wniosek: nie ma zdarzeń jednoczesnych we wszystkich układach współrzędnych!

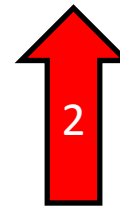
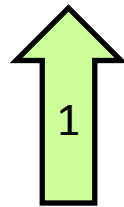
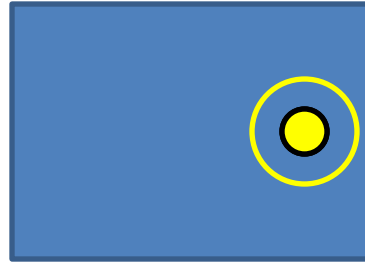
Szczególna teoria względności



Doświadczenie: w naszym Wszechświecie największą prędkością w dowolnym układzie współrzędnych jest prędkość światła c .

Wniosek: nie ma zdarzeń jednoczesnych we wszystkich układach współrzędnych!

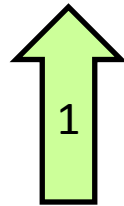
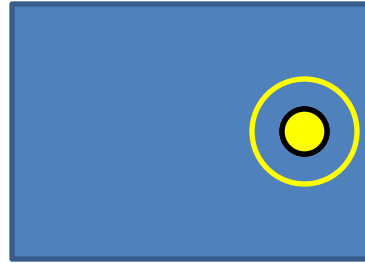
Szczególna teoria względności



Doświadczenie: w naszym Wszechświecie największą prędkością w dowolnym układzie współrzędnych jest prędkość światła c .

Wniosek: nie ma zdarzeń jednoczesnych we wszystkich układach współrzędnych!

Szczególna teoria względności

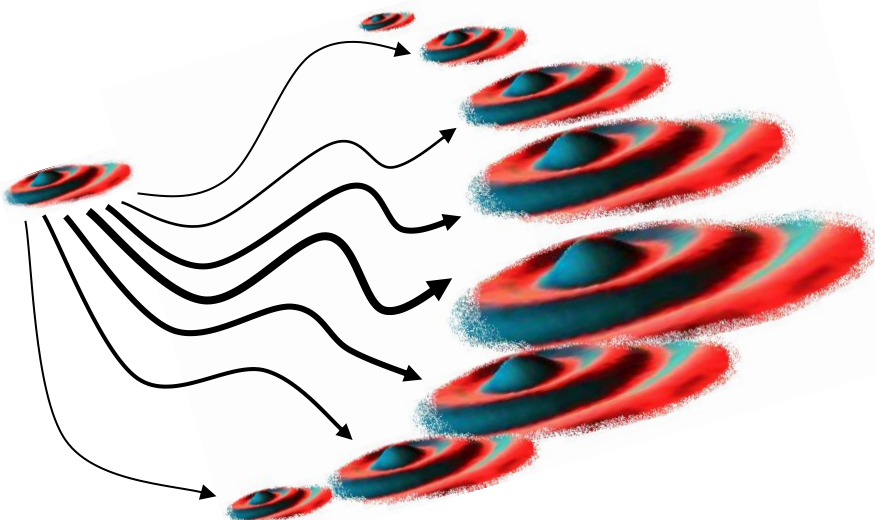


Doświadczenie: w naszym Wszechświecie największą prędkością w dowolnym układzie współrzędnych jest prędkość światła c .

Wniosek: nie ma zdarzeń jednoczesnych we wszystkich układach współrzędnych!

Świat klasyczny i kwantowy

por. WYKŁAD nr 3



Stan cząstki musi być określony w CAŁEJ przestrzeni → FUNKCJA FALOWA

$$\Psi_n(\vec{r}, t)$$

n – liczby kwantowe

Uwaga 1: funkcję falową określają m.in LICZBY KWANTOWE:

Uwaga 2: funkcja falowa jest określona w całej przestrzeni, w tym sensie jej ewolucja opisuje wszystkie możliwe historie cząstki:

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcja falową (zasada superpozycji)

Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

przestrzeń wektorowa f. falowych (Hilberta), operatory, funkcje i wartości własne, reprezentacje itp.

Świat klasyczny i kwantowy

DYGRESJA

Stan pojedynczej cząstki:

Np.: funkcja falowa atomu wodoru

$$\Psi = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi)$$

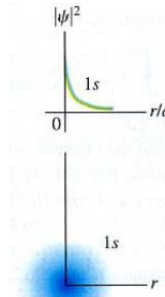
$$R_{n,l}(r) = \sqrt{\frac{(n-l+1)!}{2n(n+l)!}} \left(\frac{2Z}{na_0}\right)^{3/2} e^{-\rho/2} \rho^l G_{n-l-1}^{2l+1}(\rho)$$

$$\Theta_{l,m}(\theta) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{2\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta)$$

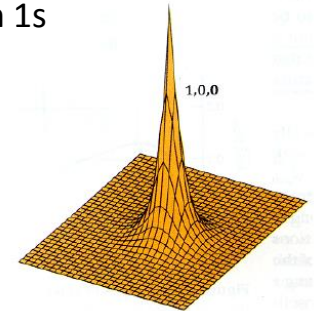
$$\Phi_m(\phi) = Ce^{im\phi}$$

$$\Psi = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi) = |n, l, m\rangle$$

por. WYKŁAD nr 3



Stan 1s



Liczby kwantowe!

Świat klasyczny i kwantowy

DYGRESJA

(czyli tak naprawdę)

$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r}, t) = \langle \vec{r} | n, l, m \rangle = |n, l, m\rangle$$

Reprezentacja położeniowa

Zapis skrócony

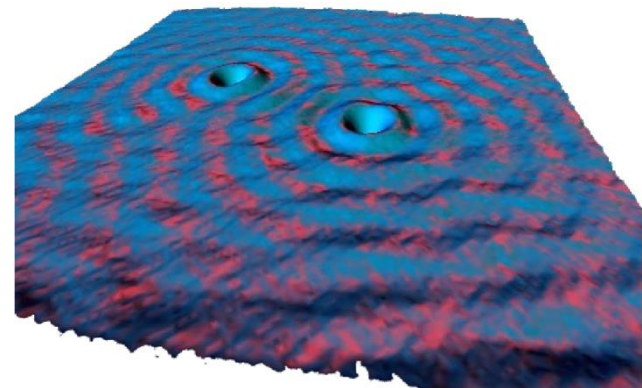
Splątane stany - EPR

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$$

Nie dodajemy
prawdopodobieństw!

$$|\Psi|^2 = (A\Psi_A + B\Psi_B)^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$$

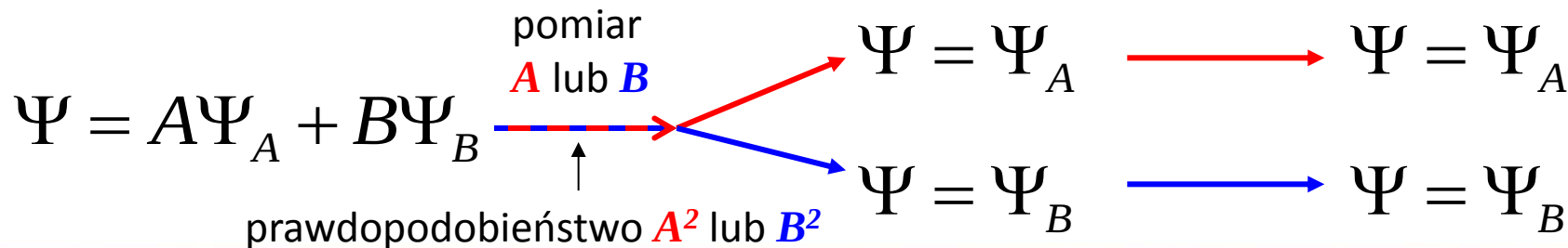


$$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$$

Człon interferencyjny

por. WYKŁAD nr 3

Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 4: (tzw. *redukcja f. falowej*)

tzw. **stany własne** (*ortogonalne*, ang. *eigen states*)

dwa poziomy atomu $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ np. $g = 1s, e = 2s$

spin elektronu $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$

foton o dwóch wzajemnie ortogonalnych stanach polaryzacji $\{|\rightarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$

Jeśli cząstka jest w superpozycji stanów A i B ,
to z definicji (tzw. *ortogonalność stanów*) nie
może być zaobserwowana w obu z nich na raz!

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$$

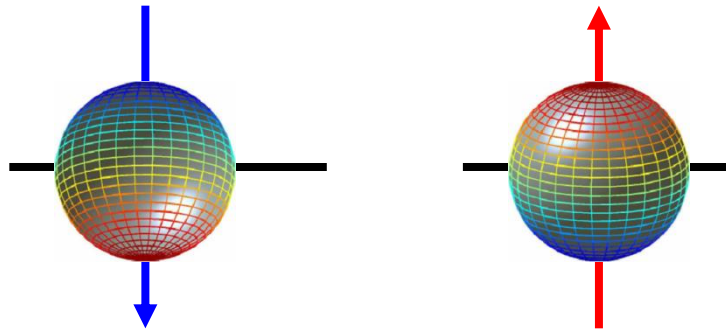
Splątane stany - EPR.

Układ cząstek

?

$$\Psi_{n_1, n_2, n_3, \dots}(r_1, r_2, r_3, \dots, t) = |n_1\rangle |n_2\rangle |n_3\rangle \dots$$

Np. spiny elektronów



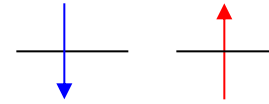
Opis wielu cząstek kwantowych

Jeden elektron:

baza: $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha_0 |\downarrow\rangle + \alpha_1 |\uparrow\rangle$$

$$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$$



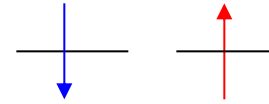
Opis wielu cząstek kwantowych

Jeden elektron:

baza: $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha_0 |\downarrow\rangle + \alpha_1 |\uparrow\rangle$$

$$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$$

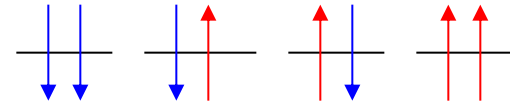


Dla dwóch elektronów:

baza: $|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha_{00} |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{01} |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{10} |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{11} |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$$

$$\alpha_{00}^2 + \alpha_{01}^2 + \alpha_{10}^2 + \alpha_{11}^2 = 1$$



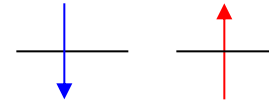
Opis wielu cząstek kwantowych

Jeden elektron:

baza: $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha_0 |\downarrow\rangle + \alpha_1 |\uparrow\rangle$$

$$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$$

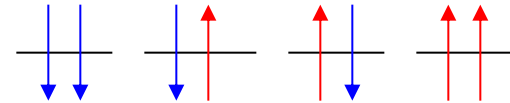


Dla dwóch elektronów:

baza: $|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha_{00} |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{01} |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{10} |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{11} |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$$

$$\alpha_{00}^2 + \alpha_{01}^2 + \alpha_{10}^2 + \alpha_{11}^2 = 1$$



Dla trzech elektronów:

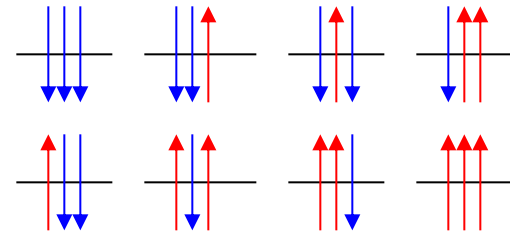
baza: $|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle,$

$|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle,$

$$|\Psi\rangle = \alpha_{000} |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{001} |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{010} |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{011} |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle +$$

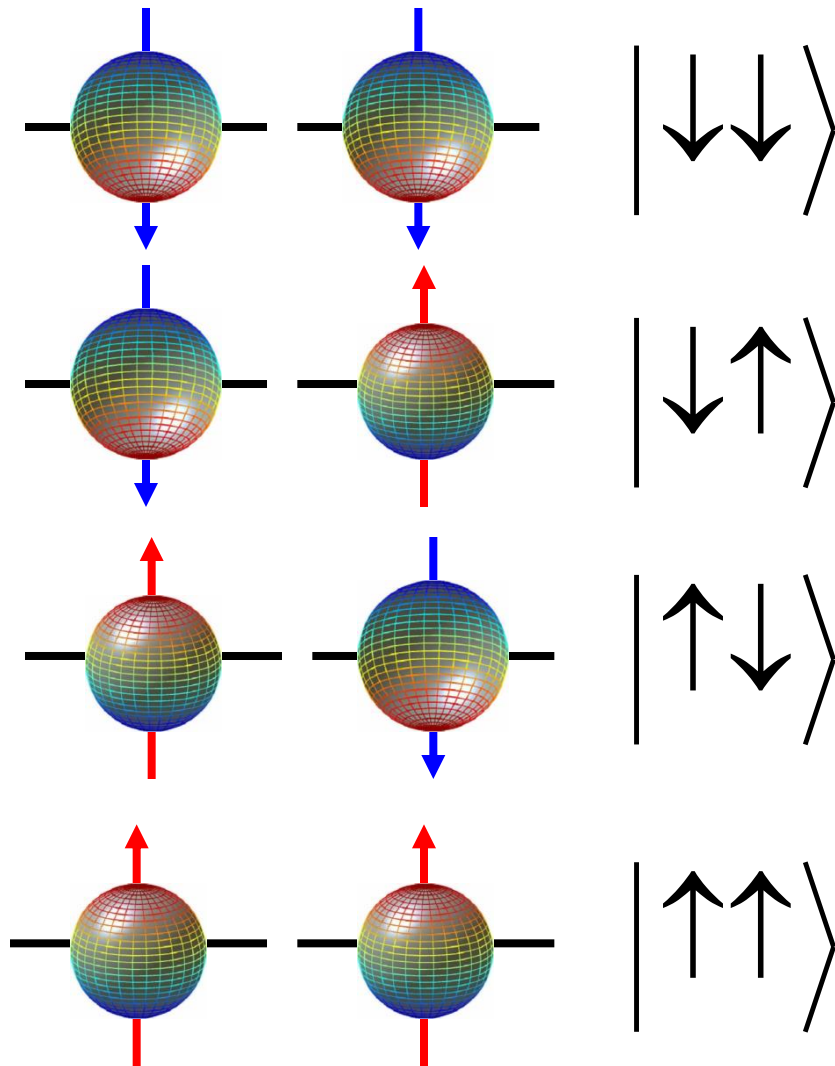
$$+ \alpha_{100} |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{101} |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{110} |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{111} |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$$

itd..



$$\alpha_{000}^2 + \alpha_{001}^2 + \alpha_{010}^2 + \alpha_{011}^2 + \alpha_{100}^2 + \alpha_{101}^2 + \alpha_{110}^2 + \alpha_{111}^2 = 1$$

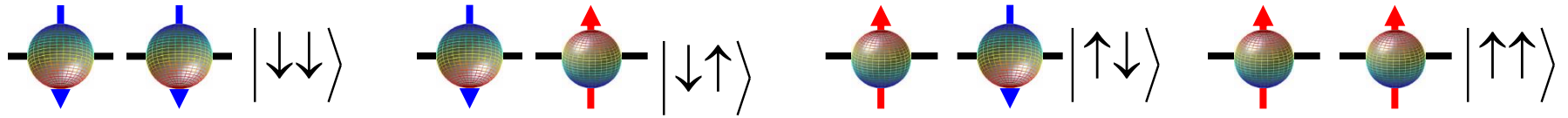
Opis wielu cząstek kwantowych



$$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|\downarrow\downarrow\rangle + \alpha_{01}|\downarrow\uparrow\rangle + \alpha_{10}|\uparrow\downarrow\rangle + \alpha_{11}|\uparrow\uparrow\rangle$$

$$\alpha_{00}^2 + \alpha_{01}^2 + \alpha_{10}^2 + \alpha_{11}^2 = 1$$

Opis wielu cząstek kwantowych



Stany Bella

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\rangle)$$

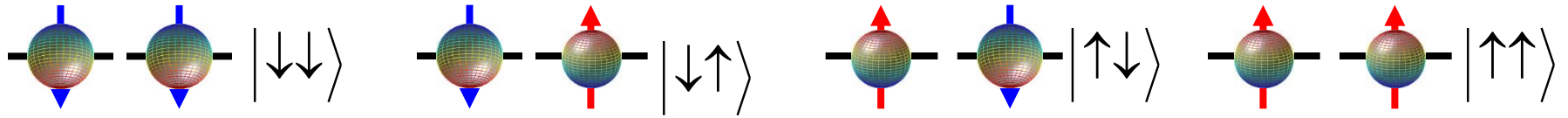
$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle)$$

po prostu inna baza...

np:

$$|\downarrow\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi^+\rangle + |\Phi^-\rangle)$$

Opis wielu cząstek kwantowych



Stany Bella

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle) & |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle) \\ |\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\rangle) & |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle) \end{aligned}$$

Ale stanów Bella nie da się przedstawić w postaci iloczynu dwóch funkcji

jednocząstkowych typu: $|\Phi\rangle = |\varphi_1\rangle|\varphi_2\rangle$ gdzie $|\varphi_i\rangle = a_{i1}|\uparrow\rangle + a_{i2}|\downarrow\rangle$

Stany Bella są **SPLĄTANE**

spiny, polaryzacja fotonów, atom + foton, dwa atomy, atom w różnych stanach...

Opis wielu cząstek kwantowych

Motto na dziś:

Stany splątane są splątane

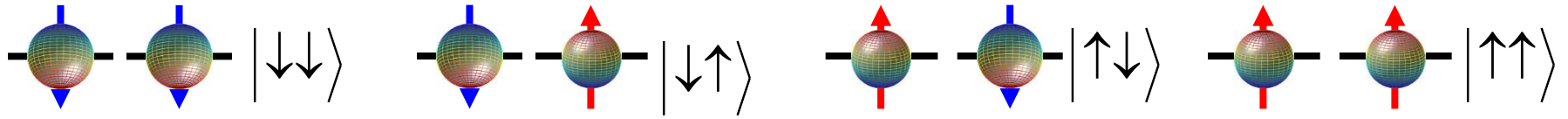
(w każdej bazie)

$$\begin{aligned} |\downarrow_\theta\rangle &= \cos\theta |\downarrow\rangle + \sin\theta |\uparrow\rangle \\ |\uparrow_\theta\rangle &= -\sin\theta |\downarrow\rangle + \cos\theta |\uparrow\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\downarrow\rangle &= \cos\theta |\downarrow_\theta\rangle - \sin\theta |\uparrow_\theta\rangle \\ |\uparrow\rangle &= \sin\theta |\downarrow_\theta\rangle + \cos\theta |\uparrow_\theta\rangle \end{aligned}$$

$$|\downarrow_\theta\downarrow_\theta\rangle + |\uparrow_\theta\uparrow_\theta\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle$$

Opis wielu cząstek kwantowych



Stany Bella

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle) \quad |\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\rangle) \quad |\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle) \quad |\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle)$$

.....

Observation of entanglement between a single trapped atom and a single photon

B. B. Blinov, D. L. Moehring, L.- M. Duan & C. Monroe

NATURE | VOL 428 | 11 MARCH 2004 | www.nature.com/nature

PHYSICAL REVIEW A **69**, 042316 (2004)

Atom-photon entanglement generation and distribution

B. Sun, M. S. Chapman, and L. You

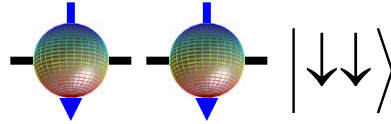
School of Physics, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia 30332, USA

(Received 21 August 2003; published 21 April 2004)

spiny, polaryzacja fotonów, atom + foton, dwa atomy, atom w różnych stanach...

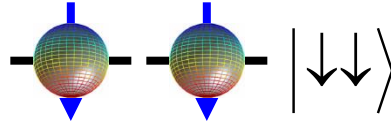
Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci

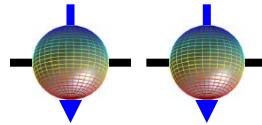


Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci

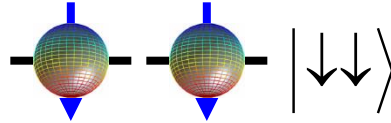


a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:

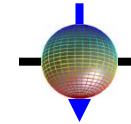
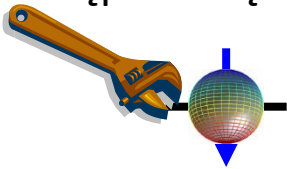


Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci



a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:

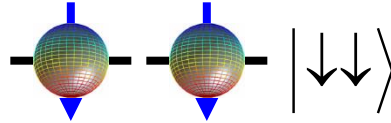


Prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\downarrow\rangle$ jest 1,

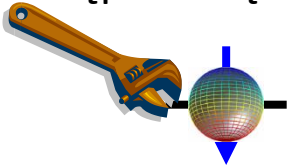
a prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\uparrow\rangle$ jest 0.

Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci



a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:



Prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\downarrow\rangle$ jest 1,

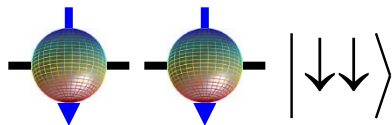
a prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\uparrow\rangle$ jest 0.

Łatwo więc możemy odgadnąć jaki wynik pomiaru uzyskamy na drugiej cząstce

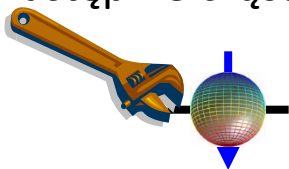


Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci



a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:



Prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\downarrow\rangle$ jest 1,

a prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\uparrow\rangle$ jest 0.

Łatwo więc możemy odgadnąć jaki wynik pomiaru uzyskamy na drugiej cząstce



A co będzie jeśli stanem wyjściowym jest stan Bella?

Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci stanu splątanego

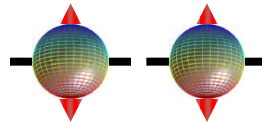
$$\text{---} \text{---} \left| \Phi^+ \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \downarrow \downarrow \right\rangle + \left| \uparrow \uparrow \right\rangle \right)$$

Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci stanu splątanego

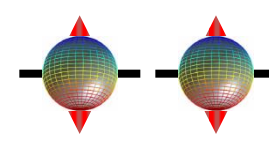
$$\text{---} \text{---} \left| \Phi^+ \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \downarrow \downarrow \right\rangle + \left| \uparrow \uparrow \right\rangle \right)$$

a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:

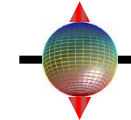
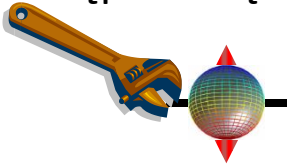


Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci stanu splątanego


$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$

a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:



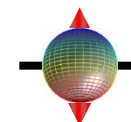
Prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\downarrow\rangle$ jest $1/2$,
i prawdopodobieństwo pomiaru wartości $|\uparrow\rangle$ jest $1/2$.

Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci stanu splątanego

$$\text{---} \text{---} \left| \Phi^+ \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \downarrow \downarrow \right\rangle + \left| \uparrow \uparrow \right\rangle \right)$$

a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:



Prawdopodobieństwo pomiaru wartości $\left| \downarrow \right\rangle$ jest $1/2$,
i prawdopodobieństwo pomiaru wartości $\left| \uparrow \right\rangle$ jest $1/2$.

Ale równie łatwo możemy odgadnąć jaki wynik pomiaru uzyskamy na drugiej cząstce

Jeśli dla pierwszej zmierzylimy $\left| \downarrow \right\rangle$ wtedy dla drugiej

$$P\left(\left| \downarrow \right\rangle\right)=1, \quad P\left(\left| \uparrow \right\rangle\right)=0$$

Jeśli dla pierwszej zmierzylimy $\left| \uparrow \right\rangle$ wtedy dla drugiej

$$P\left(\left| \downarrow \right\rangle\right)=0, \quad P\left(\left| \uparrow \right\rangle\right)=1$$

Splątane stany - EPR

Założmy, że przygotowaliśmy stan kwantowy w postaci stanu splątanego

$$\text{---} \text{---} \left| \Phi^+ \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \downarrow \downarrow \right\rangle + \left| \uparrow \uparrow \right\rangle \right)$$

a następnie cząstki rozsunęliśmy na znaczną odległość:



dla pierwszej

dla drugiej

$$\left| \downarrow \right\rangle \Rightarrow P\left(\left| \downarrow \right\rangle \right) = 1, \quad P\left(\left| \uparrow \right\rangle \right) = 0$$

$$\left| \uparrow \right\rangle \Rightarrow P\left(\left| \downarrow \right\rangle \right) = 0, \quad P\left(\left| \uparrow \right\rangle \right) = 1$$



niezależnie od odległości, czasu pomiędzy pomiarami, rodzaju splątanych cząstek

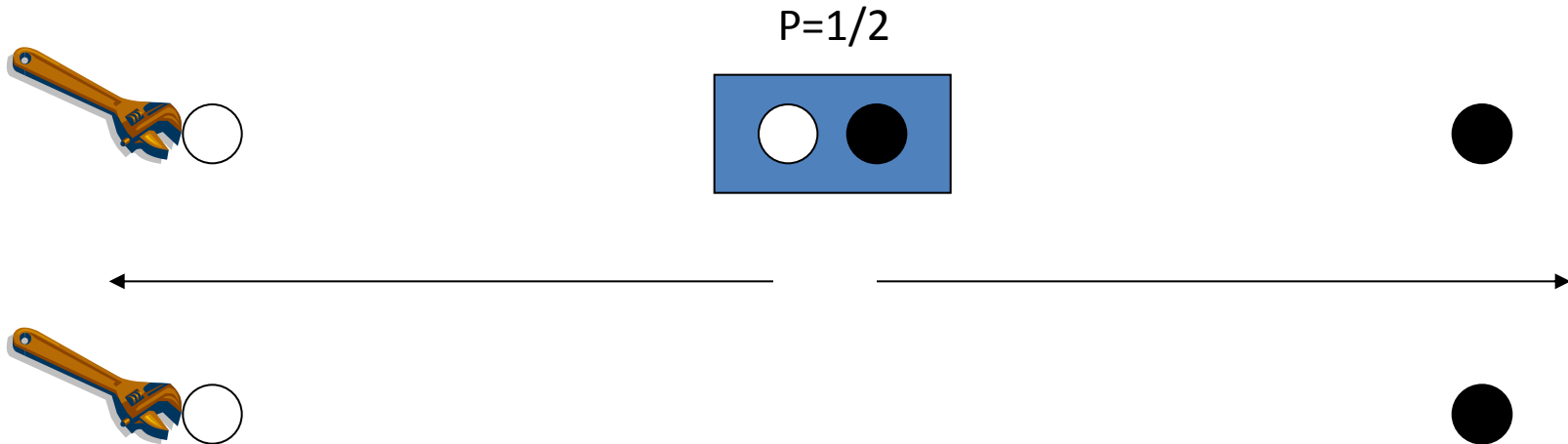
Kwantowo: w momencie pomiaru następuje *redukcja funkcji falowej*

Zdarzenia są ZALEŻNE

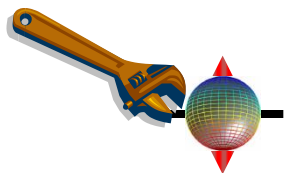
Splątane stany - EPR

Problem:

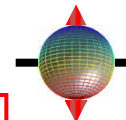
Czy cząstki splątane mają określone cechy (takie jak spin, polaryzacja itp.) już w momencie „narodzin”, czy nabywają je dopiero w chwili pomiaru?



Splątane stany - EPR



$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$



dla pierwszej

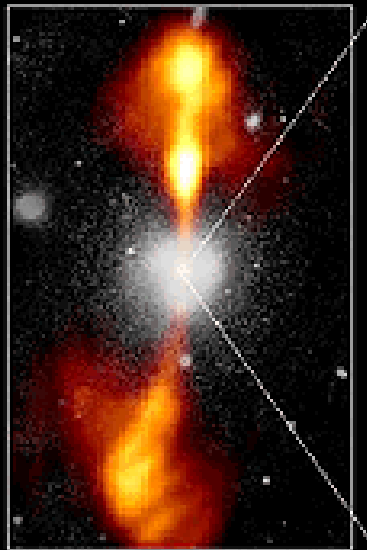
dla drugiej

$$|\downarrow\rangle \Rightarrow P(|\downarrow\rangle) = 1, \quad P(|\uparrow\rangle) = 0$$

$$|\uparrow\rangle \Rightarrow P(|\downarrow\rangle) = 0, \quad P(|\uparrow\rangle) = 1$$

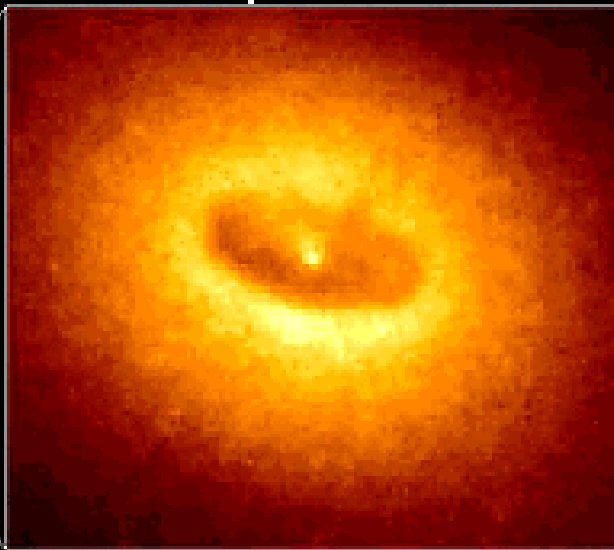
Obrazek klasyczny (niekwantowy): funkcja falowa jest opisana przy pomocy ukrytych parametrów

Ground-based Optical/Radio Image



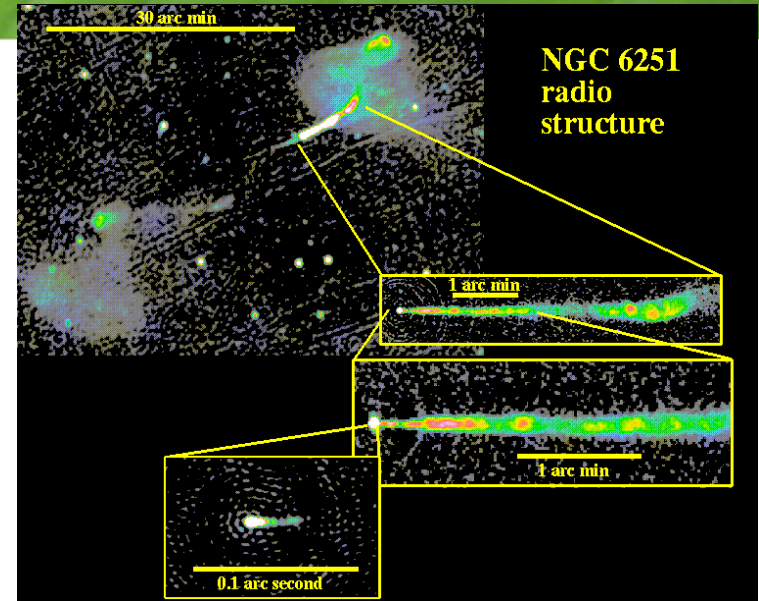
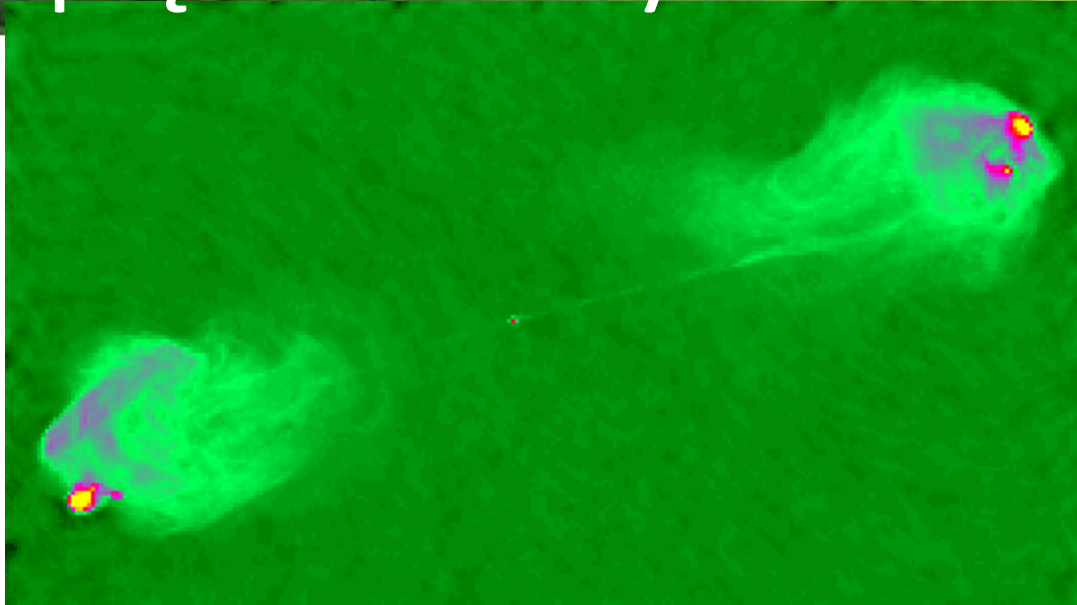
380 Arcseconds
88,000 Lightyears

HST Image of a Gas and Dust Disk

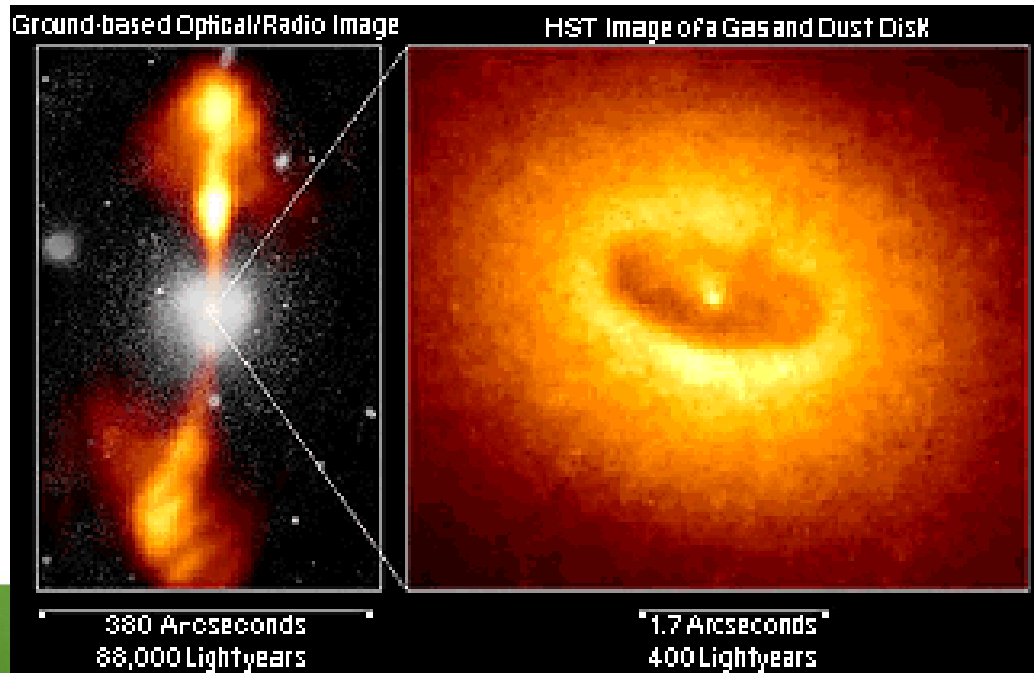


1.7 Arcseconds
400 Lightyears

Splątane stany - EPR



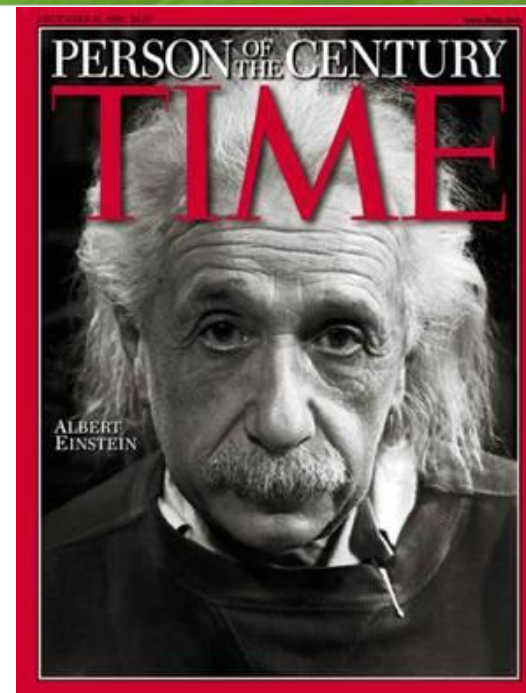
obrazek klasyczny
(niekwantowy)



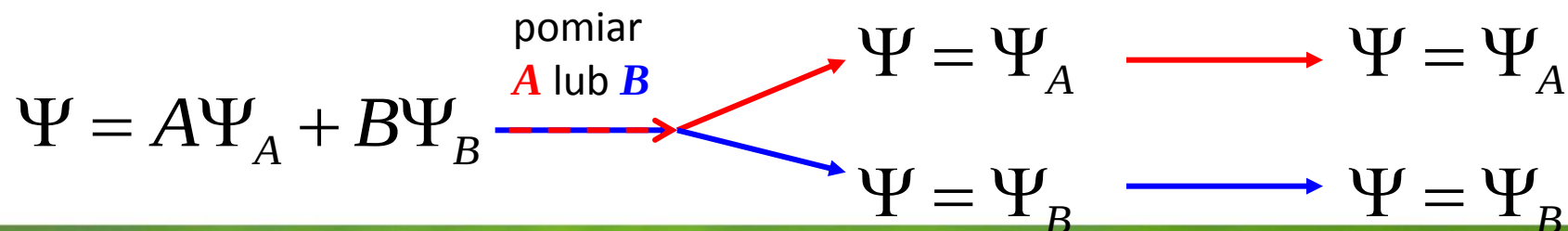
Splątane stany - EPR

Einstein:

1. informacja w przyrodzie nie porusza się szybciej niż światło w próżni
2. nie ma absolutnej równoczesności zdarzeń



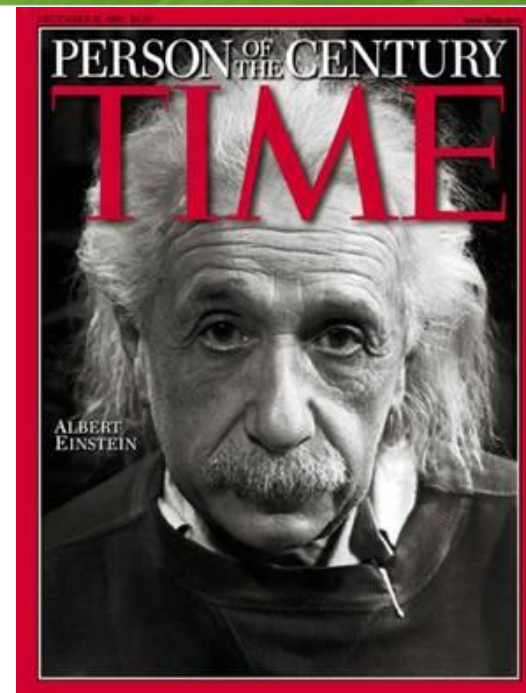
MQ: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)



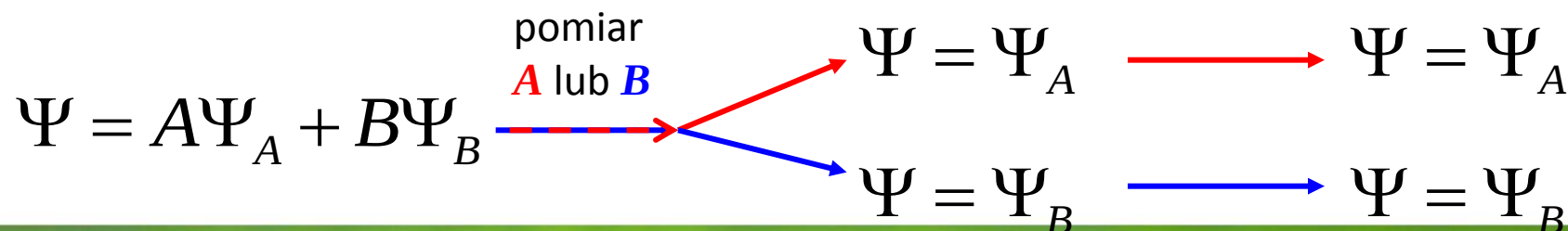
Splątane stany - EPR

Einstein:

1. informacja w przyrodzie nie porusza się szybciej niż światło w próżni
2. nie ma absolutnej równoczesności zdarzeń



MQ: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)



Splątane stany - EPR

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen – Gedankenexperiment (eksperyment myślowy)

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

While we have thus shown that the wave function does not provide a complete description of the physical reality, we left open the question of whether or not such a description exists. We believe, however, that such a theory is possible.

„spooky action-at-a-distance”, „local realism”

Splątane stany - EPR

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen – Gedankenexperiment (eksperyment myślowy)

obiekty fizyczne mają dobrze określone właściwości, niezależnie od tego czy są one obserwowane, czy też nie **realizm**
odległe obiekty są od siebie niezależne **lokalność**

While we have thus shown that the wave function does not provide a complete description of the physical reality, we left open the question of whether or not such a description exists. We believe, however, that such a theory is possible.

„spooky action-at-a-distance”, „local realism”

Splątane stany - EPR

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen – Gedankenexperiment (eksperyment myślowy)

„Wiemy już, że niemożliwe jest zrozumienie przewidywań kwantowo-mechanicznych w oparciu o klasyczny światopogląd głoszący, że:

obiekty fizyczne mają dobrze określone właściwości, niezależnie od tego czy są one obserwowane, czy też nie (realizm), oraz że

odległe obiekty są od siebie niezależne (lokalność, wynikająca w teorii względności Einsteina)” – prof. Marek Żukowski, kierownik Instytutu Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki Uniwersytetu Gdańskiego.

While we have thus shown that the wave function does not provide a complete description of the physical reality, we left open the question of whether or not such a description exists. We believe, however, that such a theory is possible.

„spooky action-at-a-distance”, „local realism”

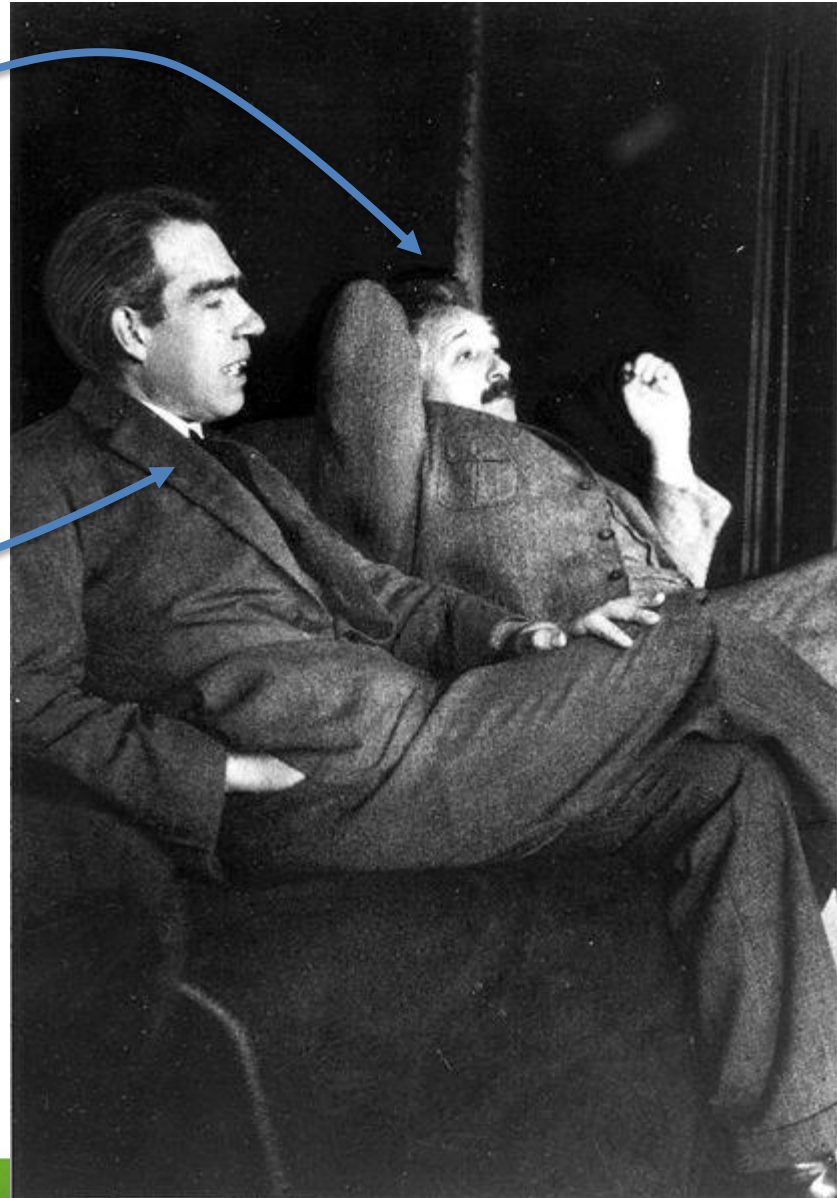
Splątane stany - EPR

"God does not play at dice with the universe."

A. Einstein

"Quit telling God what to do! "

N. Bohr



Nierówność Bella.

III.5 ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

JOHN S. BELL†

I. Introduction

THE paradox of Einstein, Podolsky and Rosen [1] was advanced as an argument that quantum mechanics could not be a complete theory but should be supplemented by additional variables. These additional variables were to restore to the theory causality and locality [2]. In this note that idea will be formulated mathematically and shown to be incompatible with the statistical predictions of quantum mechanics. It is the requirement of locality, or more precisely that the result of a measurement on one system be unaffected by operations on a distant system with which it has interacted in the past, that creates the essential difficulty. There have been attempts [3] to show that even without such a separability or locality requirement no “hidden variable” interpretation of quantum mechanics is possible. These attempts have been examined elsewhere [4] and found wanting. Moreover, a hidden variable interpretation of elementary quantum theory [5] has been explicitly constructed. That particular interpretation has indeed a grossly non-local structure. This is characteristic, according to the result to be proved here, of any such theory which reproduces exactly the quantum mechanical predictions.

Originally published in *Physics*, 1, 195-200 (1964).

Nierówność Bella.

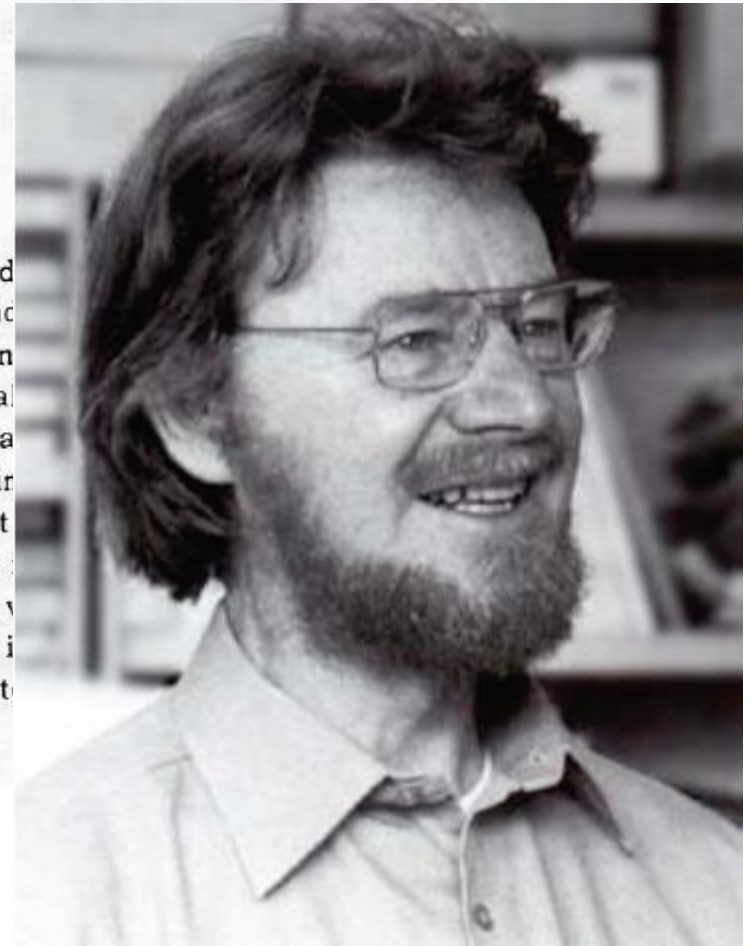
III.5 ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

JOHN S. BELL†

I. Introduction

THE paradox of Einstein, Podolsky and Rosen [1] was advanced because quantum mechanics could not be a complete theory but should be supplemented by additional variables were to restore to the theory causality and locality [2]. It was shown mathematically and shown to be incompatible with the statistical predictions of the requirement of locality, or more precisely that the result of a measurement on a system by operations on a distant system with which it has interacted in the past is independent of the choice of which operation is performed on the distant system. There have been attempts [3] to show that even without hidden variables, quantum mechanics cannot be interpreted as a local theory. However, no "hidden variable" interpretation of quantum mechanics has been examined elsewhere [4] and found wanting. Moreover, a hidden variable quantum theory [5] has been explicitly constructed. That particular theory is a local theory with a local structure. This is characteristic, according to the result of Bell, of any theory that reproduces exactly the quantum mechanical predictions.

Originally published in *Physics*, 1, 195-200 (1964).



Nierówność Bella.



John Bell

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają B +
ilość obiektów, które posiadają cechę B ale nie mają C
jest większa bądź równa
ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają C

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) \geq \text{ilość}(A, \text{not } C)$$

Nierówność Bella (*Bell's inequality*)

<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/BellsTheorem.html>

Nierówność Bella.



John Bell

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają B +
ilość obiektów, które posiadają cechę B ale nie mają C
jest większa bądź równa
ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają C

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) \geq \text{ilość}(A, \text{not } C)$$

$$\text{ilość}(A, \text{not } B, C) + \text{ilość}(\text{not } A, B, \text{not } C) \geq 0$$

Dodajemy stronami $\text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C)$

$$\text{ilość}(A, \text{not } B, C) + \text{ilość}(\text{not } A, B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C) \geq \\ 0 + \text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C)$$

<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/BellsTheorem.html>

Nierówność Bella.



A: mężczyźni

B: wzrost powyżej 185

C: oczy niebieskie

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają B +

ilość obiektów, które posiadają cechę B ale nie mają C

jest większa bądź równa

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają C

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) \geq \text{ilość}(A, \text{not } C)$$

John Bell

$$\text{ilość}(A, \text{not } B, C) + \text{ilość}(\text{not } A, B, \text{not } C) \geq 0$$

Dodajemy stronami $\text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C)$

$$\text{ilość}(A, \text{not } B, C) + \text{ilość}(\text{not } A, B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C) \geq 0 + \text{ilość}(A, \text{not } B, \text{not } C) + \text{ilość}(A, B, \text{not } C)$$

c.b.d.o.

<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/BellsTheorem.html>

Nierówność Bella.



John Bell

A: mężczyźni

B: wzrost powyżej 185

C: oczy niebieskie

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają B +

ilość obiektów, które posiadają cechę B ale nie mają C

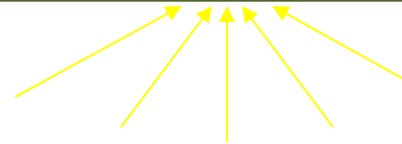
jest większa bądź równa

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają C

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) \geq \text{ilość}(A, \text{not } C)$$

Bell pokazał, że w pewnych przypadkach mechanika kwantowa daje

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) < \text{ilość}(A, \text{not } C)$$



<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/BellsTheorem.html>

Nierówność Bella.

Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers

Alain Aspect, Jean Dalibard,^(a) and Gérard Roger

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, F-91406 Orsay Cédex, France

(Received 27 September 1982)

Correlations of linear polarizations of pairs of photons have been measured with time-varying analyzers. The analyzer in each leg of the apparatus is an acousto-optical switch followed by two linear polarizers. The switches operate at incommensurate frequencies near 50 MHz. Each analyzer amounts to a polarizer which jumps between two orientations in a time short compared with the photon transit time. The results are in good agreement with quantum mechanical predictions but violate Bell's inequalities by 5 standard deviations.

PACS numbers: 03.65.Bz, 35.80.+s

Bell's inequalities apply to any correlated measurement on two correlated systems. For instance, in the optical version of the Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*,¹ a source emits pairs of photons (Fig. 1). Measurements of the correlations of linear polarizations are performed on two photons belonging to the same pair. For pairs emitted in suitable states, the correlations are strong. To account for these correlations, Bell² considered theories which invoke common properties of both members of the

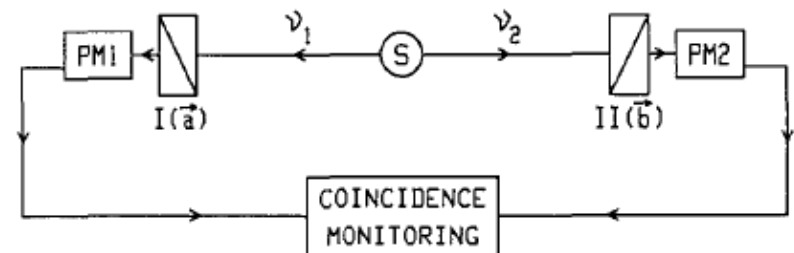


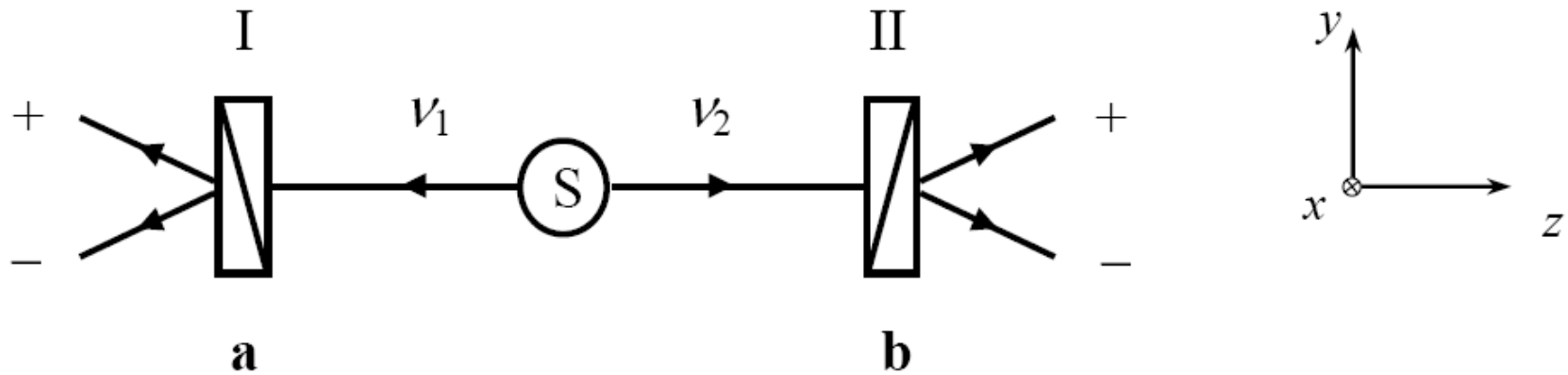
FIG. 1. Optical version of the Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*. The pair of photons ν_1 and ν_2 is analyzed by linear polarizers I and II (in orientations $\vec{a}$ and $\vec{b}$) and photomultipliers. The coincidence rate is monitored.

Nierówność Bella.

BELL'S THEOREM : THE NAIVE VIEW OF AN EXPERIMENTALIST†

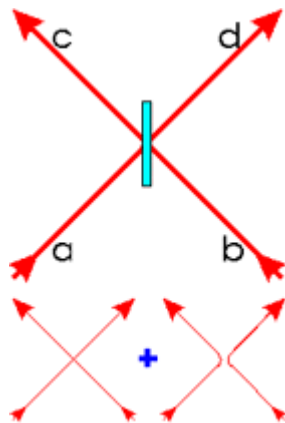
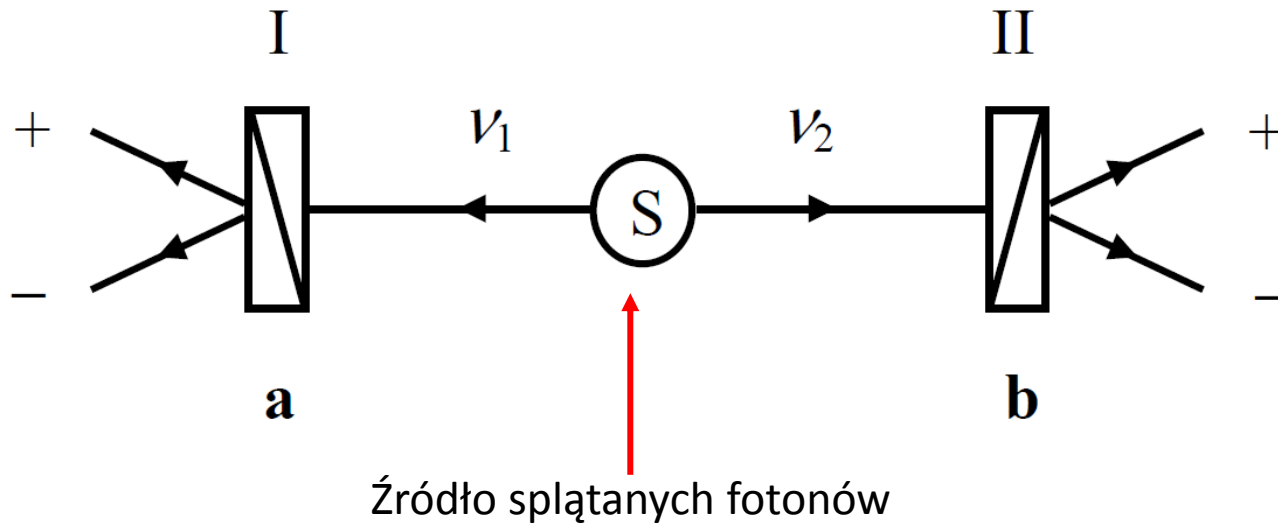
Alain Aspect

Institut d'Optique Théorique et Appliquée
Bâtiment 503-Centre universitaire d'Orsay
91403 ORSAY Cedex – France
alain.aspect@iota.u-psud.fr



*Figure 1. Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment with photons. The two photons v_1 and v_2 , emitted in the state $|\Psi(1,2)\rangle$ of Equation (1), are analyzed by linear polarizers in orientations **a** and **b**. One can measure the probabilities of single or joint detections in the output channels of the polarizers.*

Nierówność Bella.



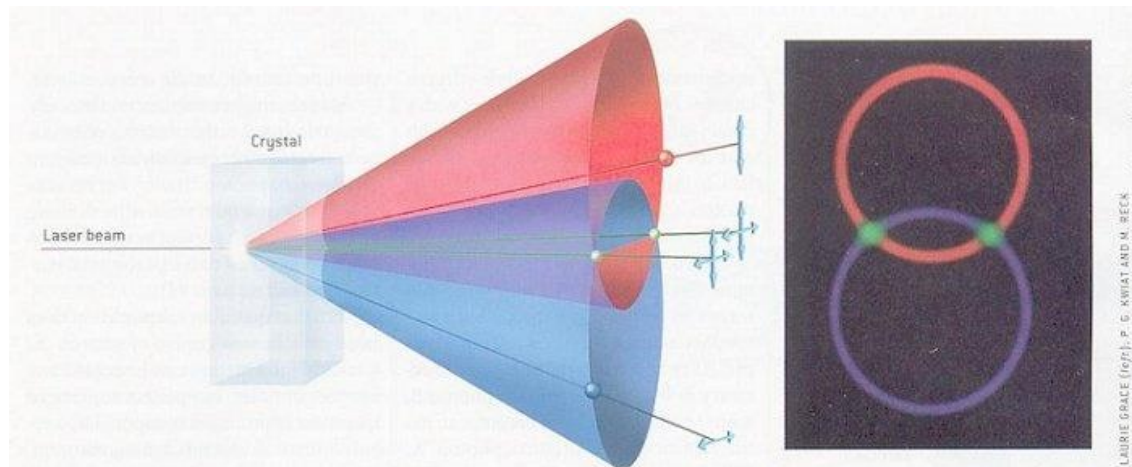
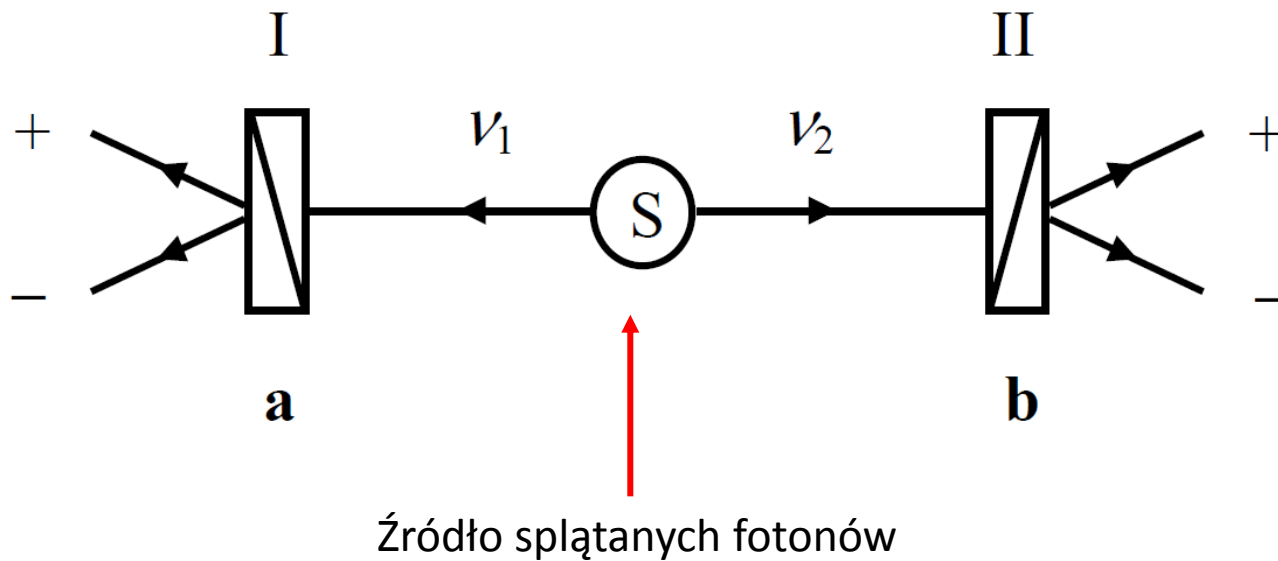
If one overlaps two particles at a beamsplitter, interference effects determine the probabilities to find the two particles incident one each from a and b either both in one of the two outputs c and d or to find one in each output.

Only if two photons are in the state

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle |V\rangle - |V\rangle |H\rangle)$$

they will leave the beamsplitter into different output arms. If one puts detectors there, a click in each of them, i.e. a coincidence, means the projection of the two photons onto the state

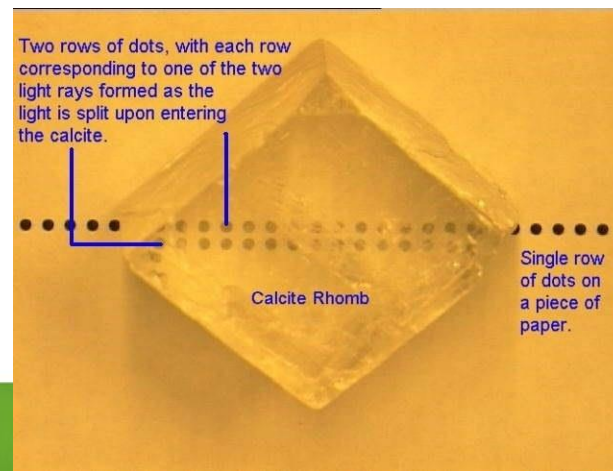
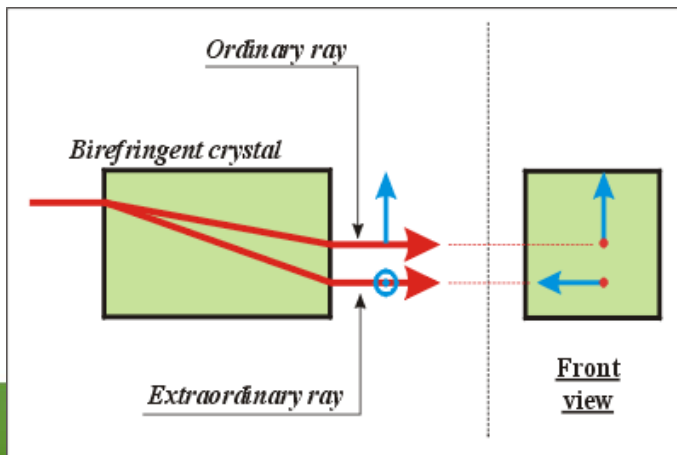
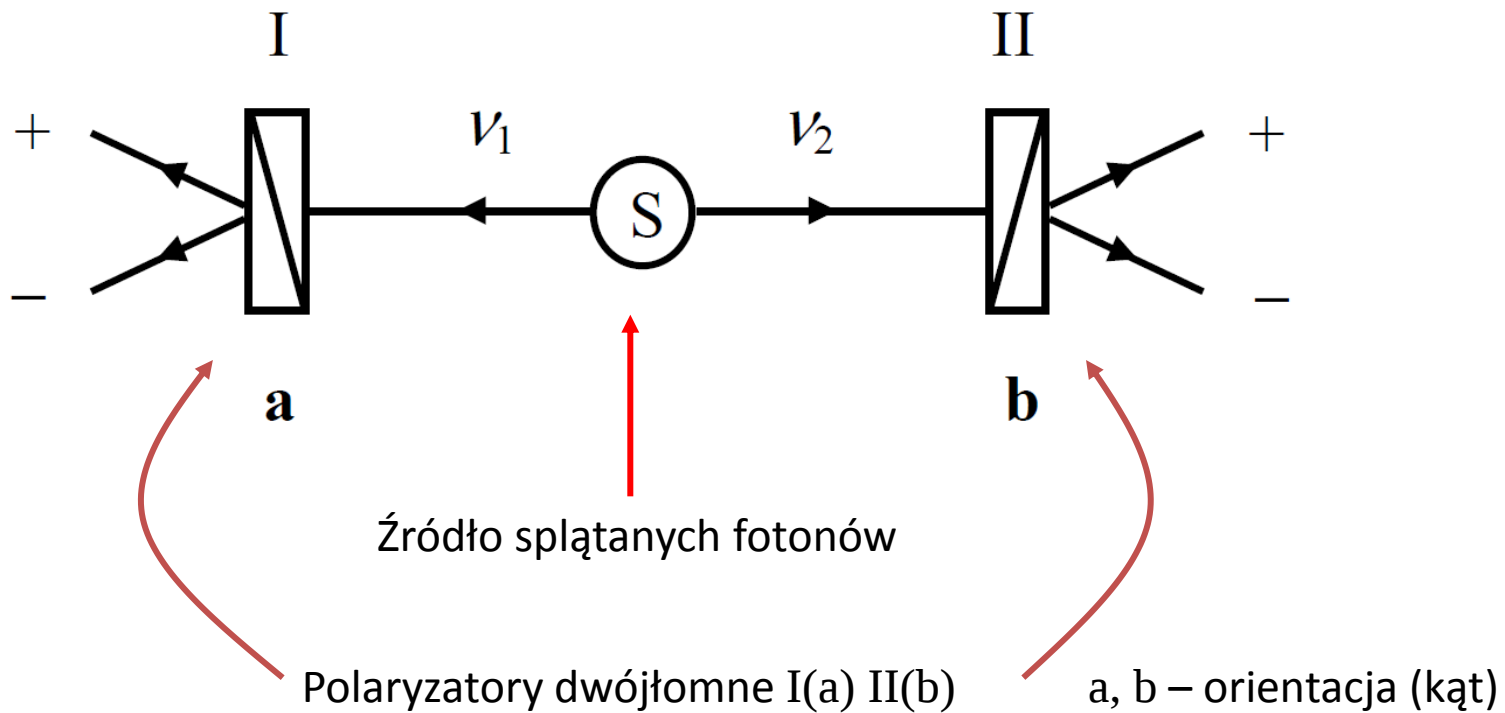
Nierówność Bella.



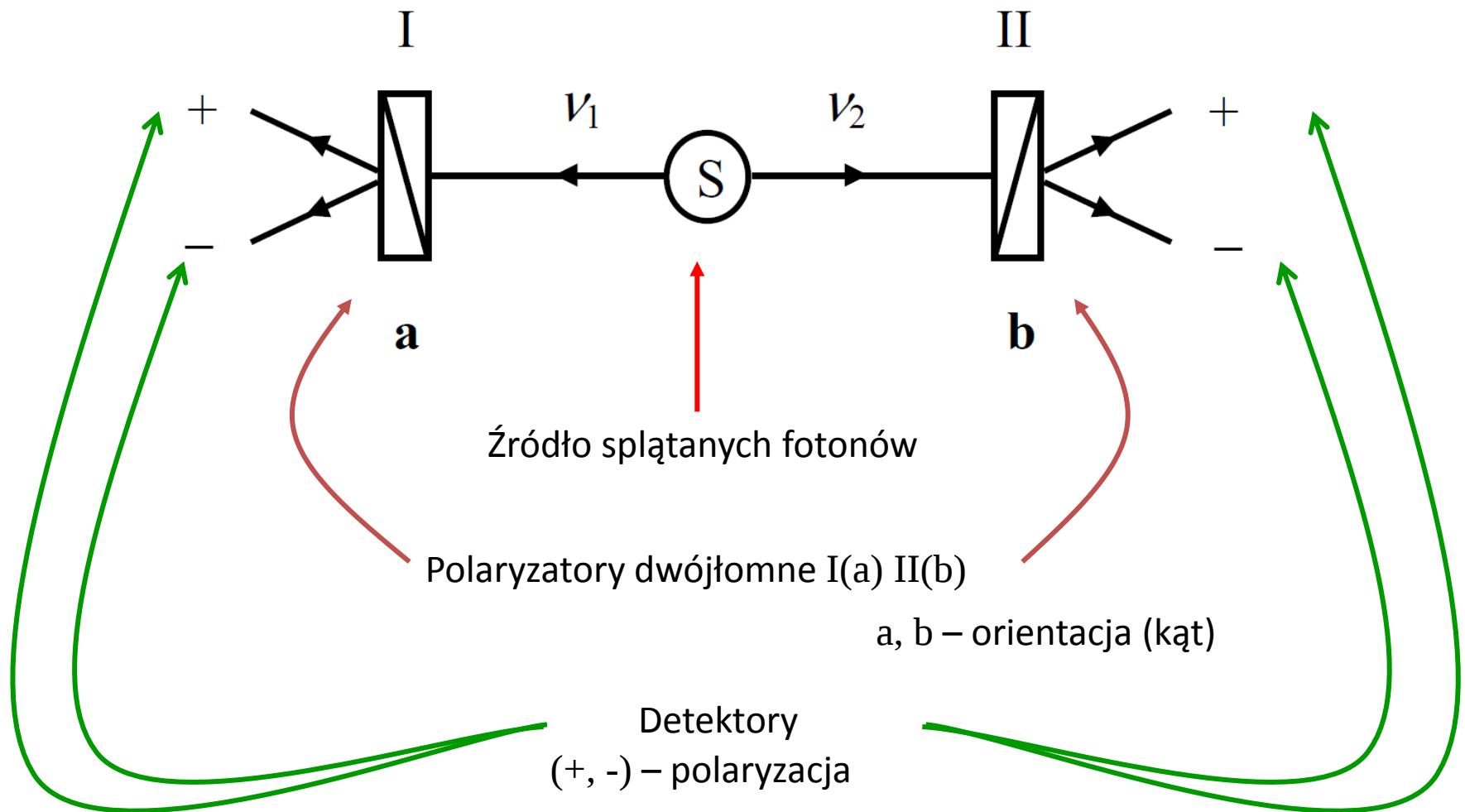
ENTANGLED PHOTON PAIRS are created when a laser beam passes through a crystal such as beta barium borate. The crystal occasionally converts a single ultraviolet photon into two photons of lower energy, one polarized vertically (on red cone), one polarized horizontally (on blue cone). If the photons

happen to travel along the cone intersections (green), neither photon has a definite polarization, but their relative polarizations are complementary; they are then entangled. Colorized image (at right) is a photograph of down-converted light. Colors do not represent the color of the light.

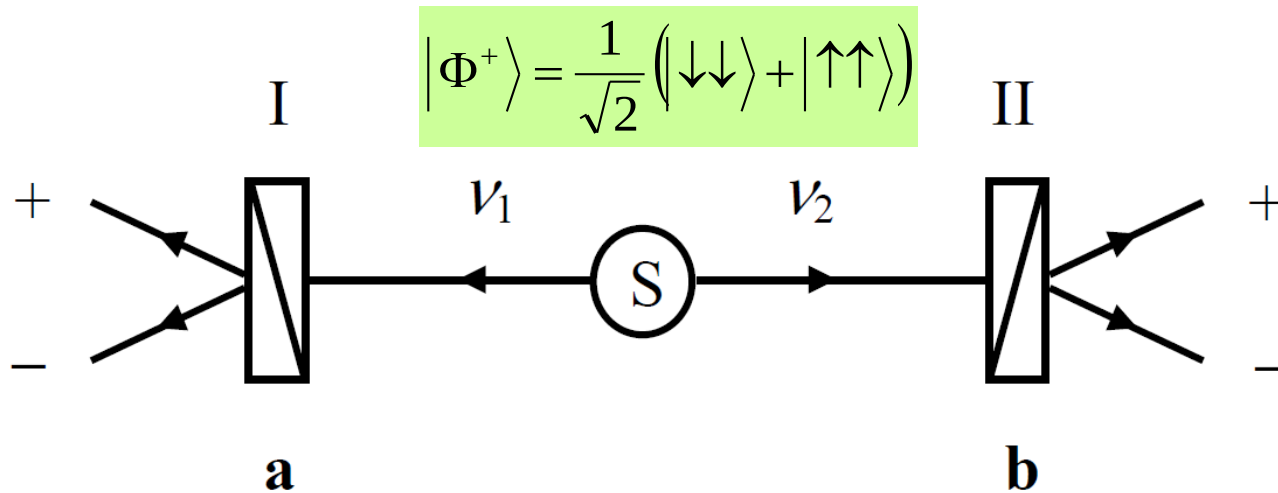
Nierówność Bella.



Nierówność Bella.



Nierówność Bella.



Dla pojedynczych cząstek:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = 1/2$$

$$P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = 1/2 \quad (\text{Q.M.})$$

Dla obu cząstek:

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (\text{Q.M.})$$

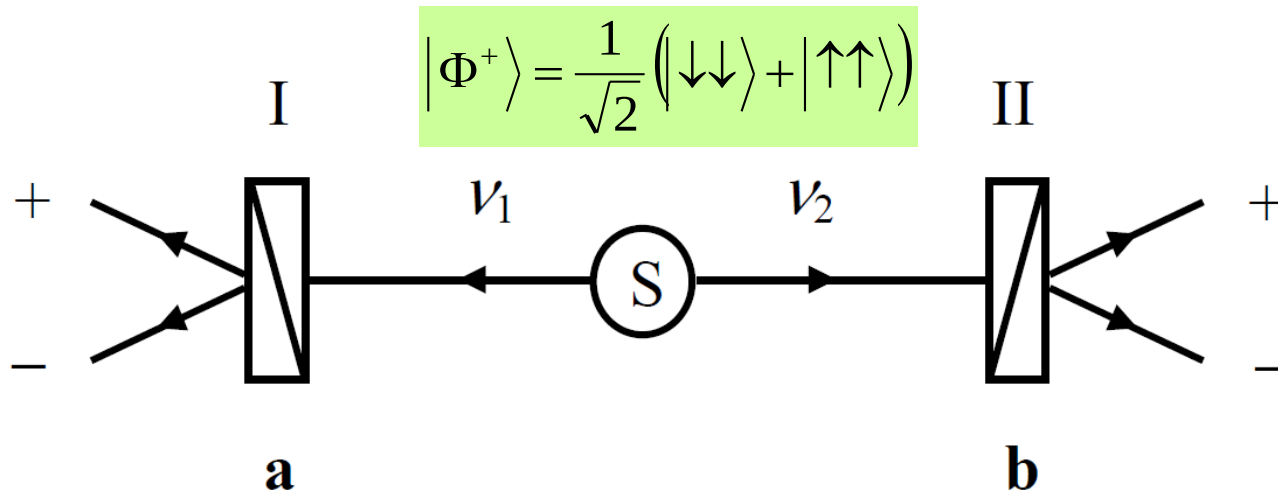
$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

Dla polaryzatorów $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$
ustawionych równolegle

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2}$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0$$

Nierówność Bella.



Dla pojedynczych cząstek:

$$P_+(a) = P_-(a) = \boxed{1/2}$$

$$P_+(b) = P_-(b) = \boxed{1/2}$$

(Q.M.)

Pełna korelacja!
(+,+) i (-,-)

Dla obu cząstek:

$$P_{++}(a, b) = P_{--}(a, b) = \frac{1}{2} \cos^2(a, b) \quad (\text{Q.M.})$$

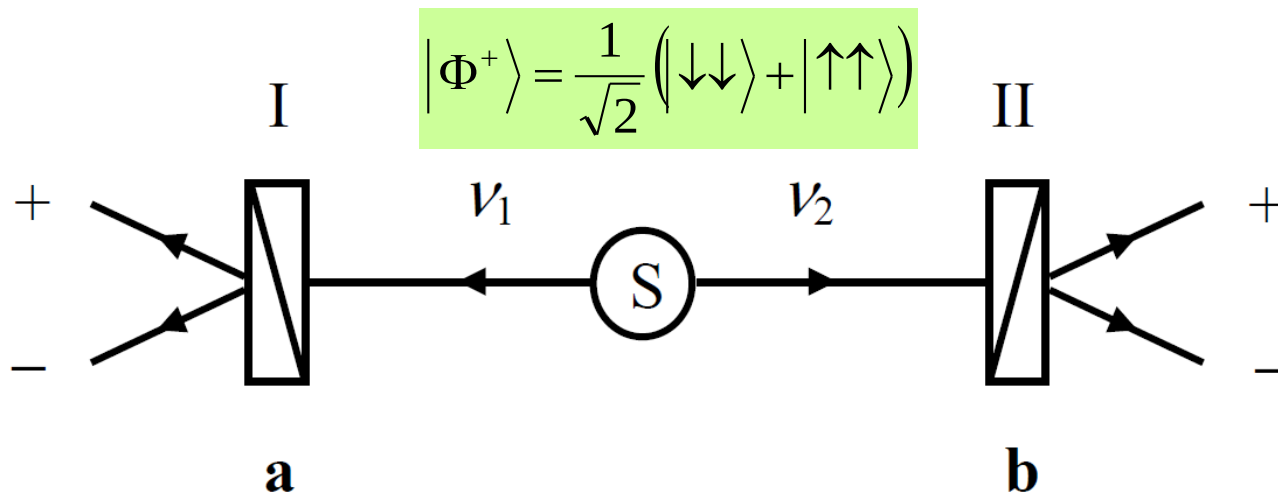
$$P_{+-}(a, b) = P_{-+}(a, b) = \frac{1}{2} \sin^2(a, b)$$

Dla polaryzatorów $(a, b) = 0$
ustawionych równolegle

$$P_{++}(a, a) = P_{--}(a, a) = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$P_{+-}(a, a) = P_{-+}(a, a) = 0$$

Nierówność Bella.

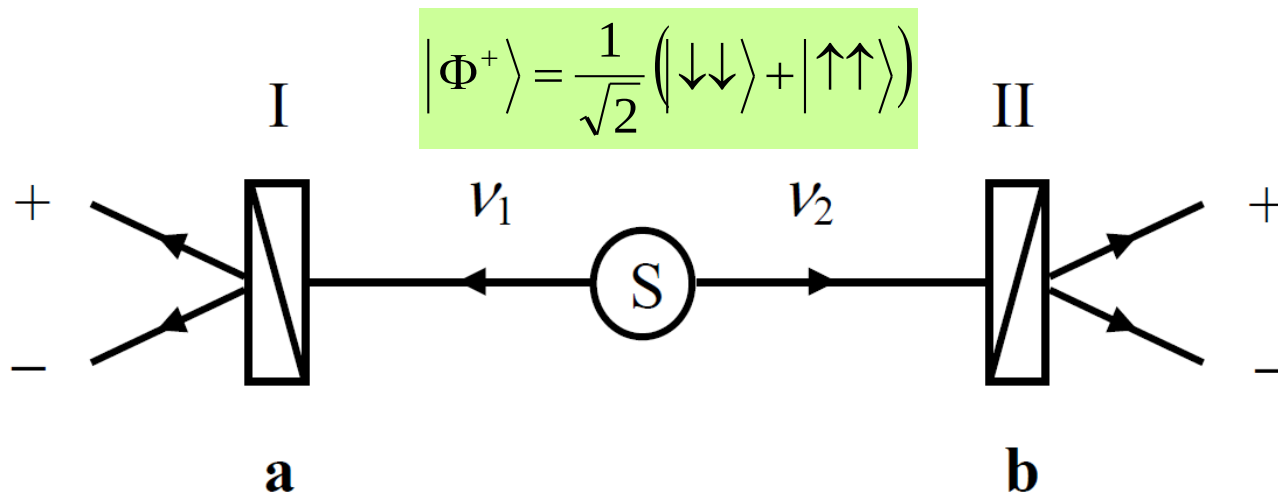


Funkcja korelacji

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

$$E_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad \text{np: } E_{QM}(0) = 1 \quad \text{dla } (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$$

Nierówność Bella.



Założmy teraz, że funkcja falowa obu fotonów jest określona przez pewne „ukryte parametry” (oznaczymy je λ) w momencie emisji. Dla danej pary fotonów i dla danego parametru λ wynik pomiaru jest dany przez funkcje

$$A(\lambda, \mathbf{a}) = \pm 1 \quad \text{at analyzer I (in orientation } \mathbf{a})$$

$$B(\lambda, \mathbf{b}) = \pm 1 \quad \text{at analyzer II (in orientation } \mathbf{b})$$

Rozkład parametrów λ , funkcje $A(\lambda, \mathbf{a})$ i $B(\lambda, \mathbf{b})$ określają konkretną Teorię Parametrów Ukrytych

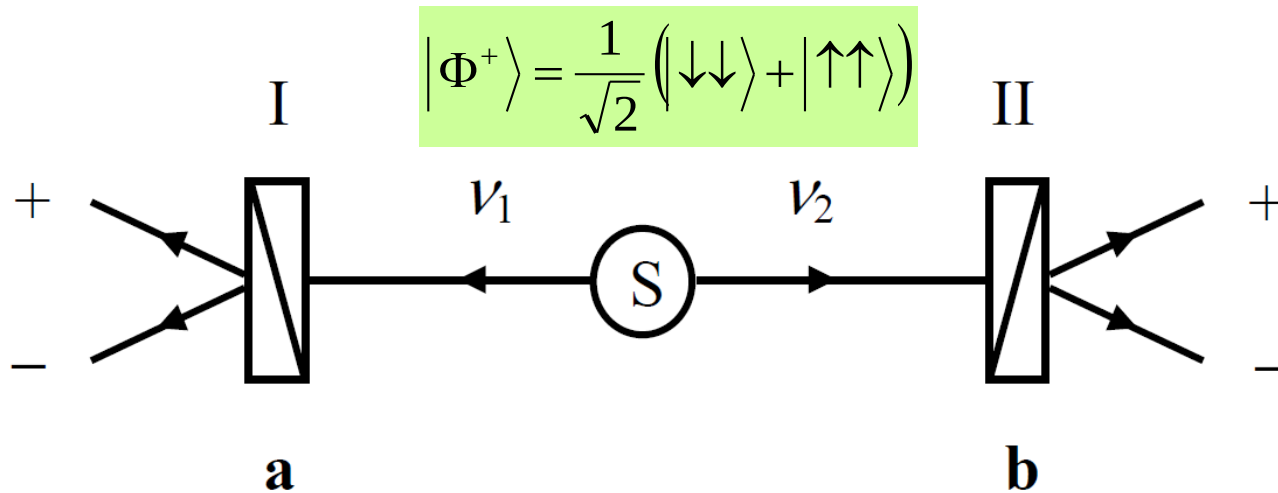
$$P_+(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2}$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2}$$

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b})$$

itd...

Nierówność Bella.



Nierówności Bella:

niech polaryzatory będą ustawione w czterech pozycjach **a**, **a'**, **b** i **b'**

$$\begin{aligned}
 s &= A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}') \\
 &= A(\lambda, \mathbf{a})[B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}')[B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')]
 \end{aligned}$$

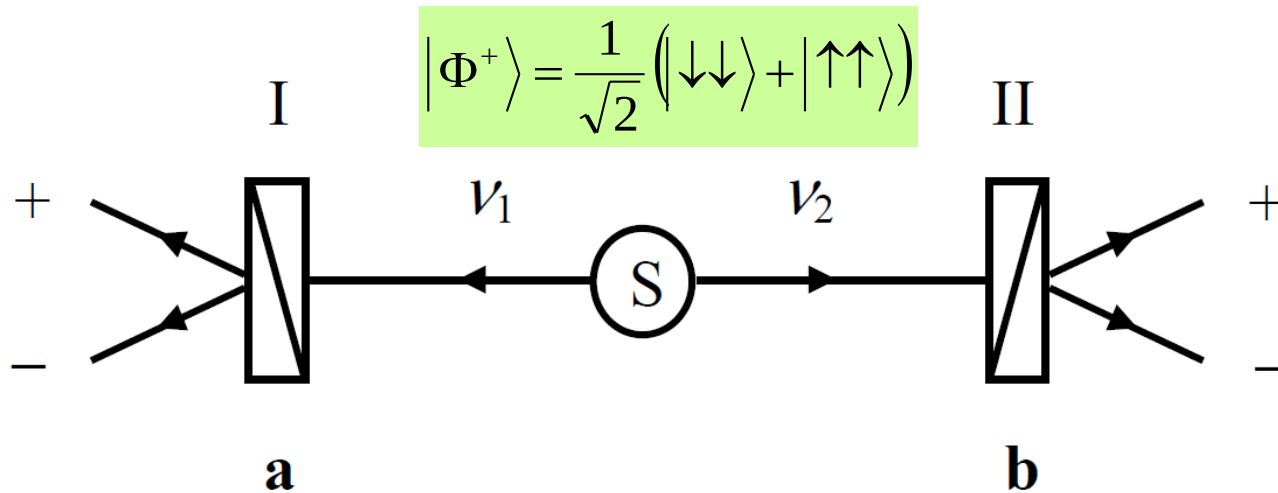
wtedy, z racji tego, że $A = \pm 1$ i $B = \pm 1$, dla Teorii Parametrów Ukrytych

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2$$

Korelacje (uśrednione): $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$

$$-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2$$

Nierówność Bella.



Nierówności Bella:

niech polaryzatory będą ustawione w czterech pozycjach **a**, **a'**, **b** i **b'**

Korelacje (uśrednione dla Teorii Parametrów Ukrytych): $-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2$

Okazuje się, że dla QM

$$S_{QM} = 2\sqrt{2}$$

!

Nierówność Bella.

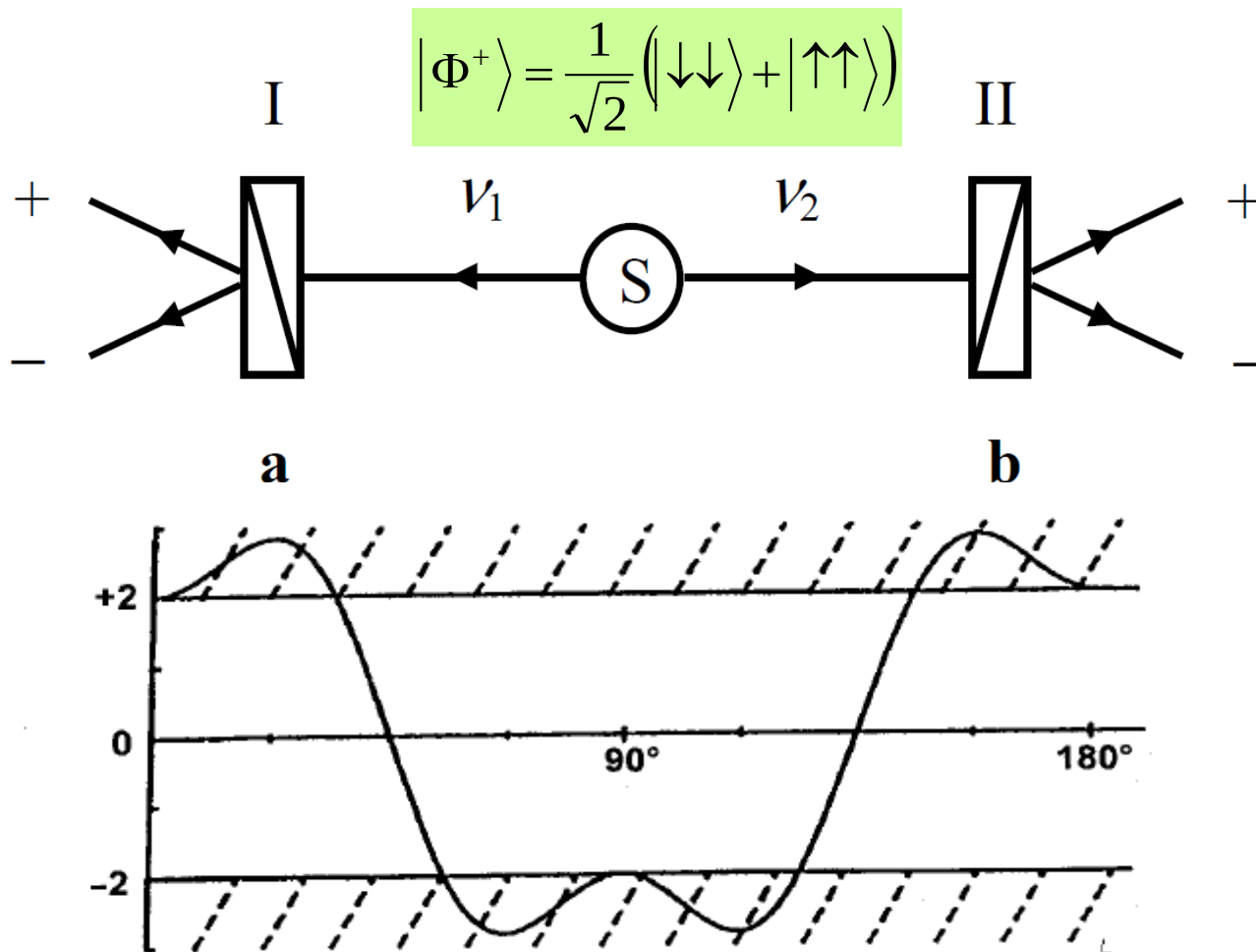


Figure 5 - $S(\theta)$ as predicted by Quantum Mechanics for EPR pairs. The conflict with Bell's inequalities happens when $|S|$ is larger than 2, and it is maximum for the sets of orientations of Figure 4.

Nierówność Bella.

$$S_{MQ} = 2\sqrt{2} \quad \text{for} \quad \theta = \pm \frac{\pi}{8}$$

$$S_{MQ} = -2\sqrt{2} \quad \text{for} \quad \theta = \pm \frac{3\pi}{8}$$

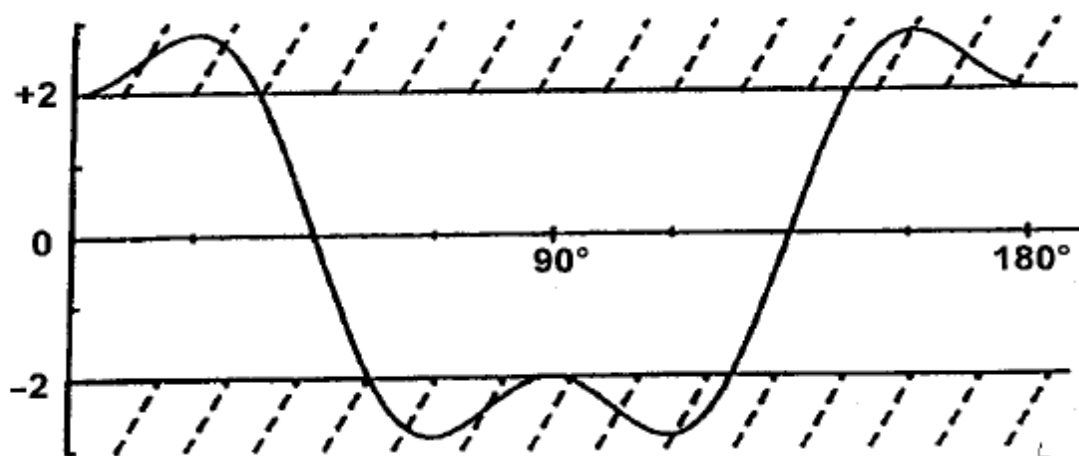
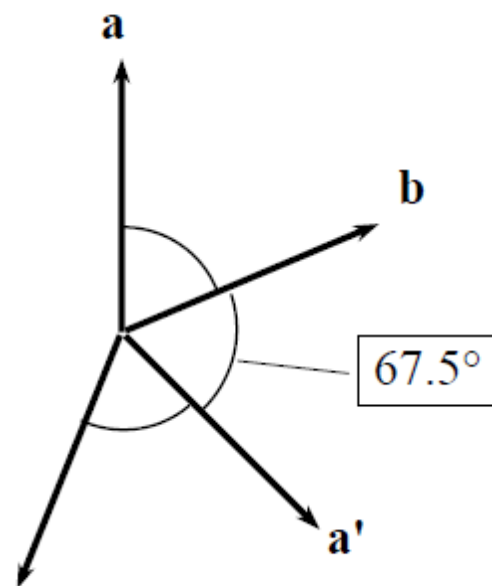
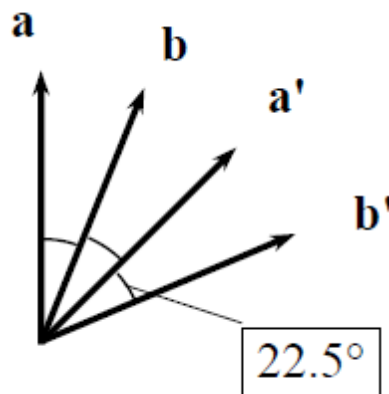
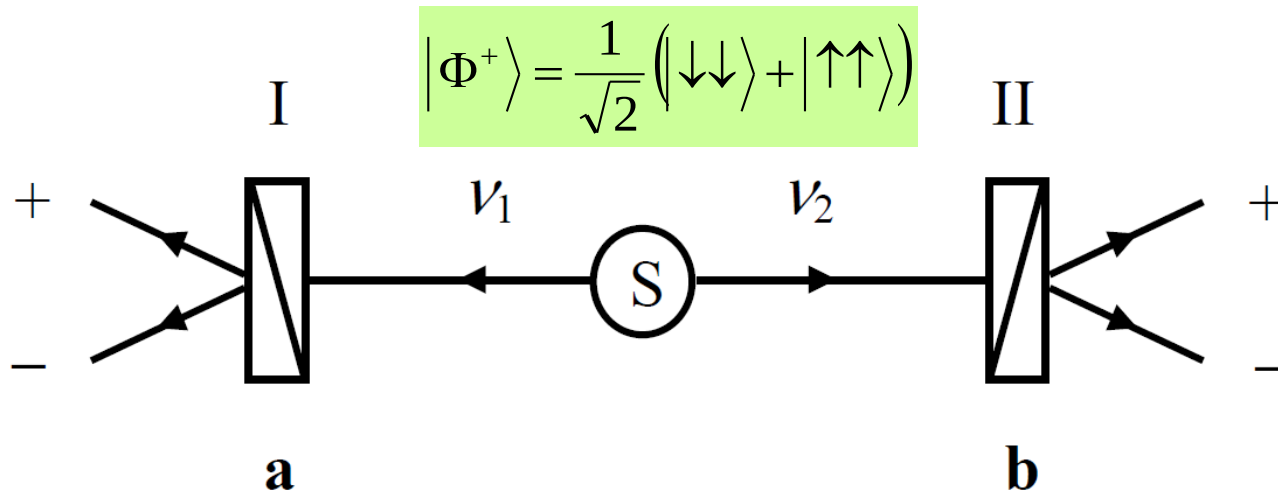


Figure 5 - $S(\theta)$ as predicted by Quantum Mechanics for EPR pairs. The conflict with Bell's inequalities happens when $|S|$ is larger than 2, and it is maximum for the sets of orientations of Figure 4.

Nierówność Bella.

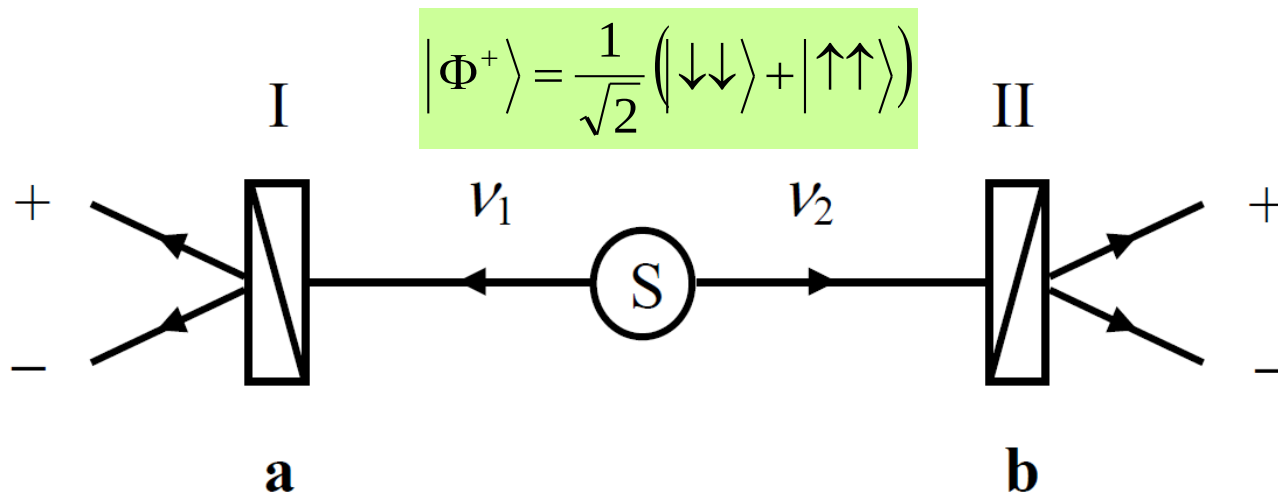


Kluczowe założenie odnośnie parametrów λ : **LOKALNOŚĆ**, czyli wynik pomiaru $A(\lambda, \mathbf{a})$ nie zależał od wyniku $B(\lambda, \mathbf{b})$ oraz rozkład prawdopodobieństwa parametru λ nie zależał od orientacji polaryzatorów **a** i **b**.

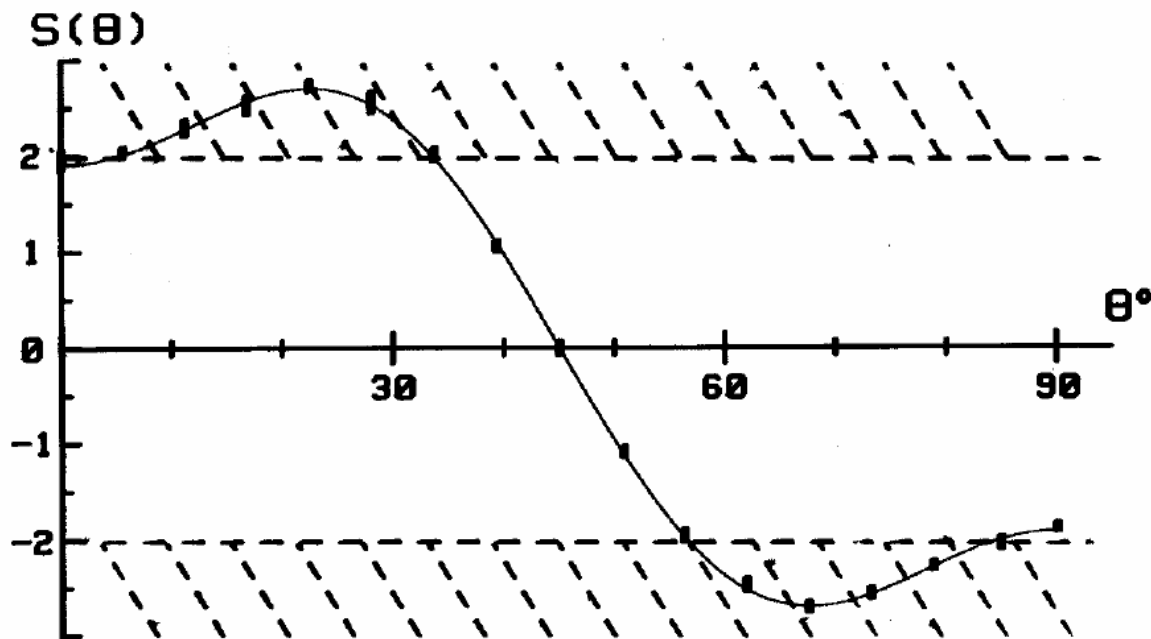
Wnioski:

1. Stan kwantowy splątanych cząstek nie jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich.
2. Redukcja funkcji falowej następuje w momencie pomiaru.

Nierówność Bella.



Eksperyment:



Nierówność Bella.

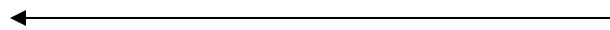
Splątanie? Bez paniki!



Nierówność Bella.

Założmy, że dysponujemy stanem

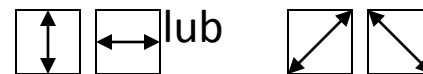
$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$



np. dwa fotony.

Wtedy $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

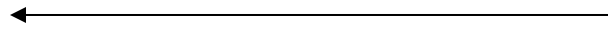
oznaczają dwie
ortogonalne
polaryzacje:



Nierówność Bella.

Założmy, że dysponujemy stanem

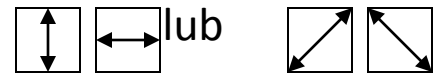
$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$



np. dwa fotony.

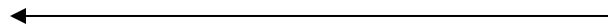
Wtedy $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

oznaczają dwie
ortogonalne
polaryzacje:



Założmy, że możemy na tym stanie
wykonać trzy różne pomiary:

A, B i C,



które dają wyniki „1” lub „0” z
prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$.

np. polaryzatory w



$0^\circ, 60^\circ, 120^\circ$

A, B i C

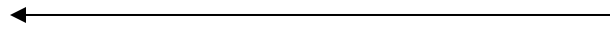
Uwaga (ale bez znaczenia)

W tym przykładzie wybraliśmy stan Bella w taki sposób, że wyniki TYCH SAMYCH pomiarów na OBU składnikach pary są w pełni skorelowane (np. pomiar A na obu daje w wyniku tylko pary „00” lub „11”). Ale mogliśmy też wybrać pełną anty-korelację („01” lub „10”) – nie ma to znaczenia.

Nierówność Bella.

Założmy, że dysponujemy stanem

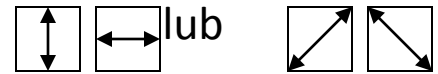
$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$



np. dwa fotony.

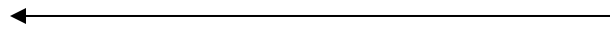
Wtedy $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$

oznaczają dwie
ortogonalne
polaryzacje:



Założmy, że możemy na tym stanie
wykonać trzy różne pomiary:

A, B i C,



które dają wyniki „1” lub „0” z
prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$.

np. polaryzatory w



0°, 60°, 120°

A, B i C

Możemy teraz odseparować oba składniki stanu splątanego i niezależnie wykonać na nich
pomiary **A, B i C,**

pierwszy

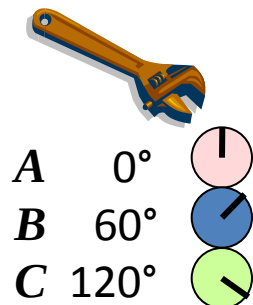


drugi

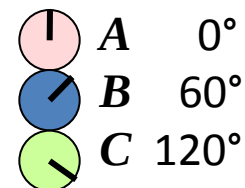


Nierówność Bella.

pierwszy



$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$



drugi



Nierówność Bella.

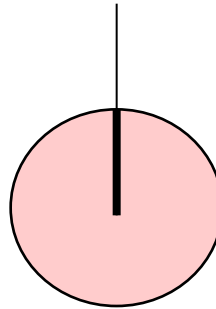


A	0°	
B	60°	
C	120°	

Uwaga:

Możemy wykonać na raz tylko JEDEN z pomiarów (różne polaryzacje nie są współmieralne).

Niespolaryzowany
foton.



$$P = \frac{1}{2}$$



Nierówność Bella.

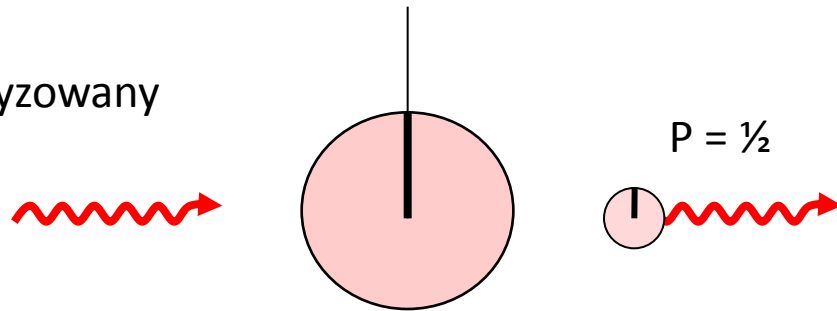


A	0°	
B	60°	
C	120°	

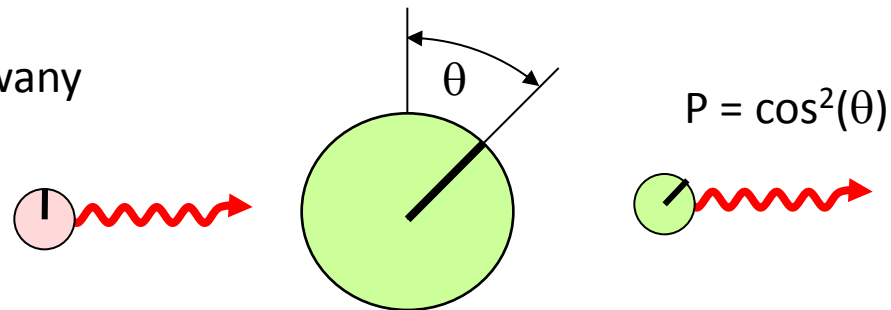
Uwaga:

Możemy wykonać na raz tylko JEDEN z pomiarów (różne polaryzacje nie są współmieralne).

Niespolaryzowany foton.



Spolaryzowany foton.



Prawo Malusa

Nierówność Bella.



A 0° 
B 60° 
C 120° 

Uwaga:

Możemy wykonać na raz tylko JEDEN z pomiarów (różne polaryzacje nie są współmieralne).

Dla stanu:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$

1. Pomiar dokonany tylko na jednej cząstce daje wynik „1” lub „0” z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$
2. Jeśli oba pomiary zostały wykonane dla tej samej polaryzacji, to oba wyniki są skorelowane

pierwszy	drugi
 0 1	 0 1
 0 1	 0 1
 0 1	 0 1

Mechanika kwantowa o pkt 2. „dba sama”. W mechanice klasycznej my musimy o to zadbać (ukryte parametry)!

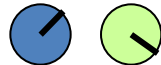
Nierówność Bella.

Skoro możemy na tym stanie wykonać trzy różne pomiary A , B i C , które dają wyniki „1” lub „0” z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$, to jak wyglądają korelacje między nimi?

Np. pytamy: jeśli na pierwszym składniku wynik był „1” dla A to znaczy, że dla drugiego był:

„1” dla A ,

i dowolny („0” lub „1”) dla B i C



z prawd. $P = \cos^2(\theta)$

$$\cos^2(\theta) = \cos^2(60^\circ) = \cos^2(120^\circ) = \frac{1}{4}$$



drugi



pierwszy



	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

KWANTOWO:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$$

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{4}) / 9 = \frac{1}{2}$$

Gdy oba eksperymenty wybrane zostaną przypadkowo

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C

			
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

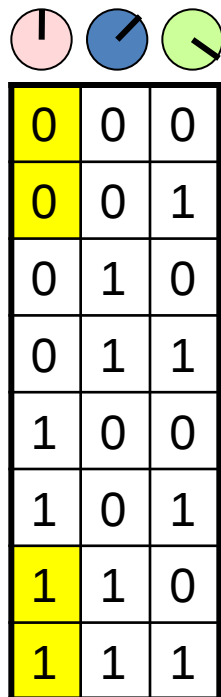
	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

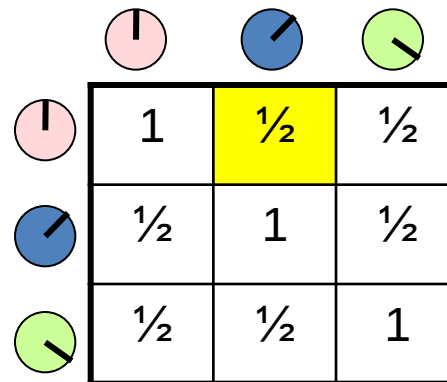
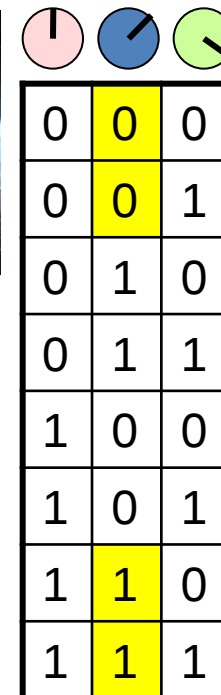
Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy


$$A, B \text{ i } C$$


drugi


$$A, B \text{ i } C$$


$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

Założmy że stan kwantowy splątanych cząstek jest ustalony oddzielnie dla każdej z nich, a redukcja funkcji falowej nastąpiła w momencie rozdzielenia cząstek. Jakie są „klasyczne” wyniki pomiaru?

pierwszy



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

drugi



A, B i C



0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

	1	1/2	1/2
	1/2	1	1/2
	1/2	1/2	1

$$\text{Średni rozkład} = (3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}) / 9 = 2/3$$

Nierówność Bella.

 (QM) = $a+b+g+h = \frac{1}{4}$

pierwszy

A, B i C



			
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1
g	1	1	0
h	1	1	1

drugi

A, B i C



			
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1
g	1	1	0
h	1	1	1

			
	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

Nierówność Bella.

  (QM) = $a+b+g+h = \frac{1}{4}$

  (QM) = $a+c+f+h = \frac{1}{4}$

pierwszy

A, B i C



			
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1
g	1	1	0
h	1	1	1

drugi

A, B i C



			
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1
g	1	1	0
h	1	1	1

			
	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

Nierówność Bella.

  (QM) = $a+b+g+h = \frac{1}{4}$

  (QM) = $a+c+f+h = \frac{1}{4}$

  (QM) = $a+d+e+h = \frac{1}{4}$

pierwszy

A, B i C



			
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1
g	1	1	0
h	1	1	1

drugi

A, B i C



			
0	0	0	0
0	0	0	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

			
	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Nierówność Bella.

$$\begin{array}{|} \hline \text{I} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{II} \\ \hline \end{array} \text{ (QM) } = a+b+g+h = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{|} \hline \text{I} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{III} \\ \hline \end{array} \text{ (QM) } = a+c+f+h = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{|} \hline \text{II} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{III} \\ \hline \end{array} \text{ (QM) } = a+d+e+h = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{|} \hline \text{I} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{II} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|} \hline \text{I} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{III} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|} \hline \text{II} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|} \hline \text{III} \\ \hline \end{array} = a+b+g+h + a+c+f+h + a+d+e+h =$$

$$= 2(a+h) + (a+b+c+d+e+f+g+h) = \frac{3}{4}$$

$$2(a+h) + (a+b+c+d+e+f+g+h) = \frac{3}{4}$$

$$2(a+h) + \text{---} \mathbf{1} \text{---} = \frac{3}{4}$$

$$a+h = \frac{1}{8} < 0$$

Nie ma klasycznych prawdopodobieństw dla NIEZALEŻNYCH zdarzeń



Żadna LOKALNA teoria parametrów ukrytych nie może odtworzyć wyników QM.

Nierówność Bella.



John Bell

A: mężczyźni

B: wzrost powyżej 190

C: oczy niebieskie

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają B +

ilość obiektów, które posiadają cechę B ale nie mają C

jest większa bądź równa

ilość obiektów, które posiadają cechę A ale nie mają C

$$\text{ilość}(A, \text{not } B) + \text{ilość}(B, \text{not } C) \geq \text{ilość}(A, \text{not } C)$$

Nierówność Bella (*Bell's inequality*)

Cechy A, B i C nie istnieją równocześnie (niezależnie od siebie) w QM.

A: polaryzacja 

B: polaryzacja 

C: polaryzacja 

Za to stają się określone w momencie pomiaru (w przypadku stanów splątanych niezależnie od dzielącej cząstki odległości)! Mechanika kwantowa jest NIELOKALNA.

Nierówność Bella.

Twierdzenie Bella - Wikipedia, wolna encyklopedia - Mozilla Firefox

Plik Edycja Widok Historia Zakładki Narzędzia Pomoc

W http://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Bella

Google

Logowanie / rejestracja

artykuł dyskusja edytuj historia i autorzy

 WIKIPEDIA
Wolna encyklopedia

Strona główna
Kategorie artykułów
Losuj stronę
Bieżące wydarzenia
Pomoc
Donate

techniczne

Portal wikipedystów
Kontakt z Wikipedią
Zgłoś błąd

Ostatnie zmiany
Zmiany tematyczne

szukaj

Przejdź Szukaj

narzędzia

Linkujące
Zmiany w

22 058 osób przekazało dary pieniężne

Właśnie ty możesz pomóc Fundacji Wikimedia zmienić świat!

» Złóż darowiznę!

"Wonderful site! I recommend it to all of my students." – Michael R.

Twierdzenie Bella

Twierdzenie Bella jest jednym z najważniejszych odkryć naukowych dotyczących podstaw [mechaniki kwantowej](#) i teorii [pomiaru](#), pokazującym w jaki sposób jej przewidywania różnią się od klasycznej intuicji. Jego autorem jest Irlandzki fizyk [John Stewart Bell](#). Można je sformułować następująco:

*Zadna **teoria zmiennych ukrytych** zgodna z teorią względności nie może opisać wszystkich zjawisk mechaniki kwantowej.*

Bell sformułował to twierdzenie w 1964 roku w pracy "On the Einstein Podolsky Rosen paradox" (patrz [Paradoks EPR](#)). Einstein zakładał **realizm lokalny** – czyli że parametry cząstek kwantowych mają wartości niezależne od aktów obserwacji i że oddziaływania fizyczne zachodzą ze skończoną prędkością. Bell pokazał że to założenie prowadzi do mierzalnych efektów, które nie występują w mechanice kwantowej. Udowodnił, że wszystkie teorie lokalne i realistyczne muszą spełniać tzw. **nierówności Bella**. Natomiast mechanika kwantowa ich nie spełnia.

Nierówności Bella otrzymujemy jeżeli założymy, że wyniki pomiarów przeprowadzanych przez dwóch odległych od siebie obserwatorów na parach cząstek mają spełniać zasady lokalnego realizmu (oraz, że

Znajdź: lokal

Następne Poprzednie Podświetl Uwzględniaj wielkość liter

Zakończono

Opis wielu cząstek kwantowych

Concurrence

W.K. Wootters, Phys. Rev. Lett. 80, 2245 (1998)

$$\mathcal{C} = \max \left(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \right)$$

$\{\lambda_i\}$ — wartości własne macierzy $R = \rho \tilde{\rho}$

$$\tilde{\rho} = \sigma_y \otimes \sigma_y \rho^* \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$0 \leq \mathcal{C} \leq 1$$

Negativity

A. Peres, Phys. Rev. Lett. 77, 1413 (1996)

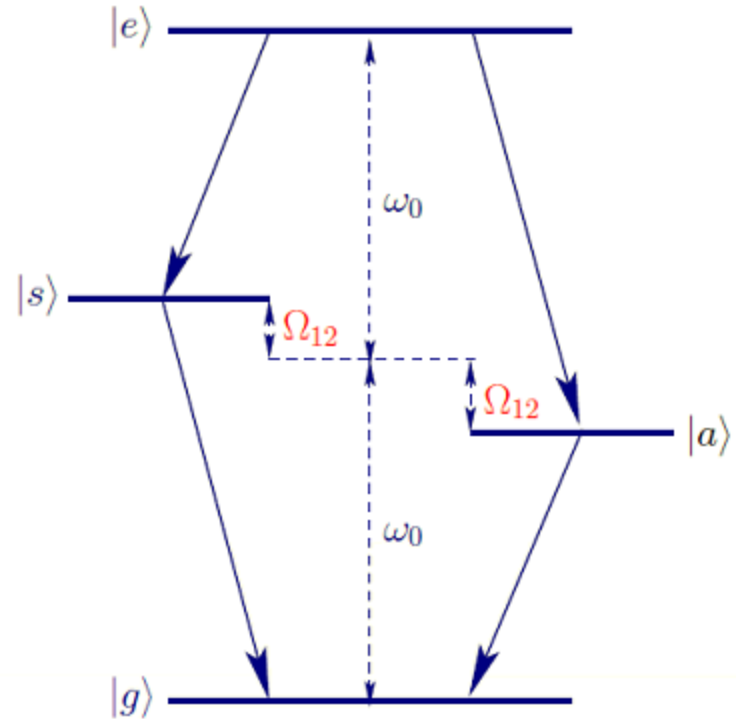
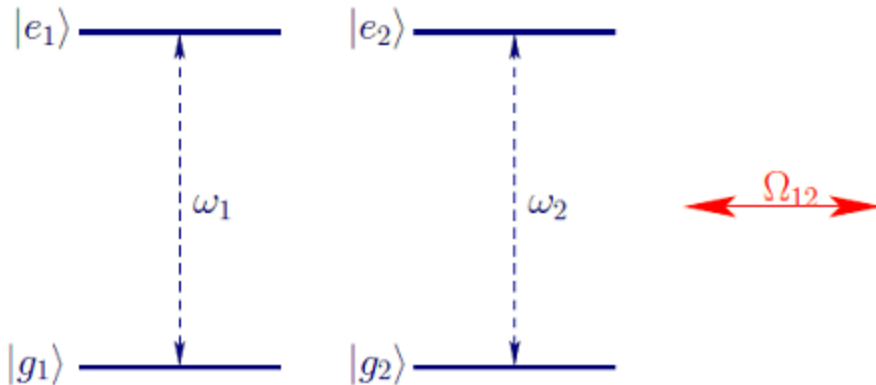
P. Horodecki, Phys. Lett. A 232, 333 (1997)

$$\mathcal{N} = \max \left(0, -2 \sum_i \nu_i \right)$$

$\{\nu_i\}$ — ujemne wartości własne częściowo transponowanej macierzy gęstości ρ^{T1}

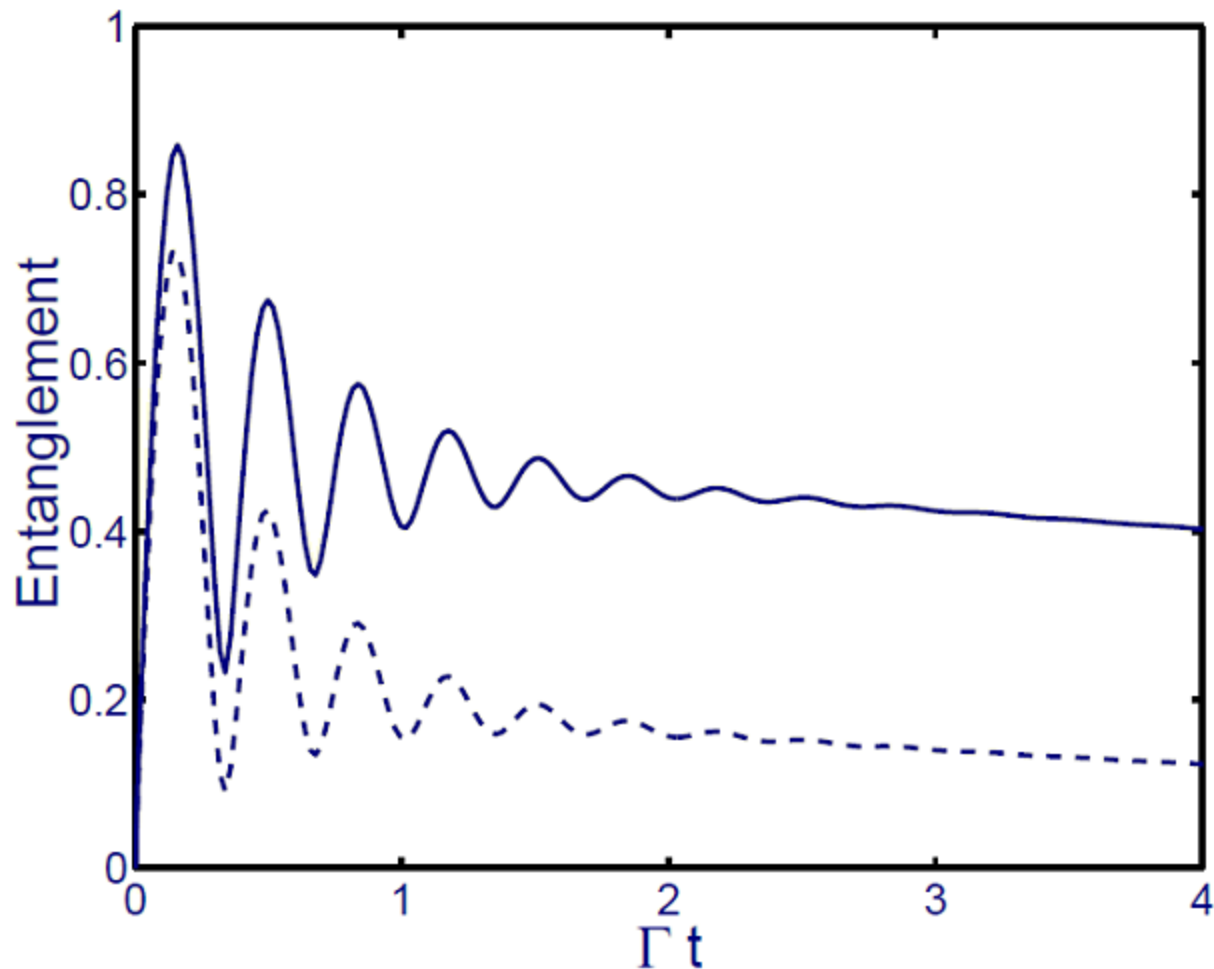
$$0 \leq \mathcal{N} \leq 1$$

Opis wielu cząstek kwantowych



$$\begin{aligned}
 |1\rangle &= |g_1\rangle \otimes |g_2\rangle & |g\rangle &= |1\rangle \\
 |2\rangle &= |e_1\rangle \otimes |e_2\rangle & |e\rangle &= |2\rangle \\
 |3\rangle &= |g_1\rangle \otimes |e_2\rangle & |s\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|4\rangle + |3\rangle) \\
 |4\rangle &= |e_1\rangle \otimes |g_2\rangle & |a\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|4\rangle - |3\rangle)
 \end{aligned}$$

Opis wielu cząstek kwantowych



Concurrence $\mathcal{C}(t)$ (ciągła) i negativity $\mathcal{N}(t)$ (kreski)

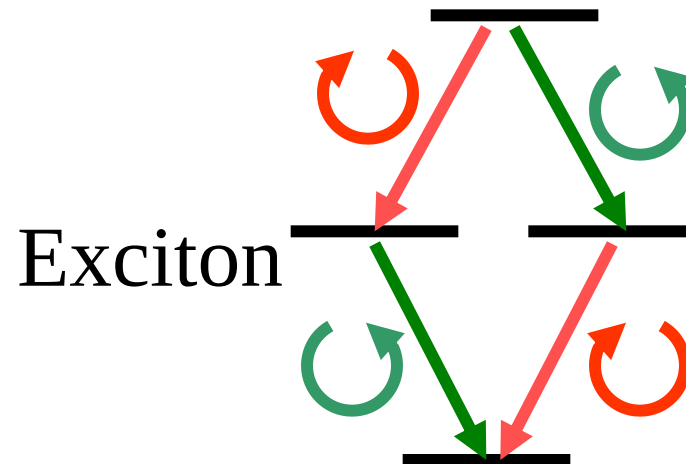
Badanie na Hożej: splątane fotony

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+,-\rangle + |-,+\rangle) \quad \text{or} \quad |\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V,V\rangle + |H,H\rangle)$$

Metoda: kaskada

Biekscyton -
ekscyton w kropce
kwantowej

Biexciton



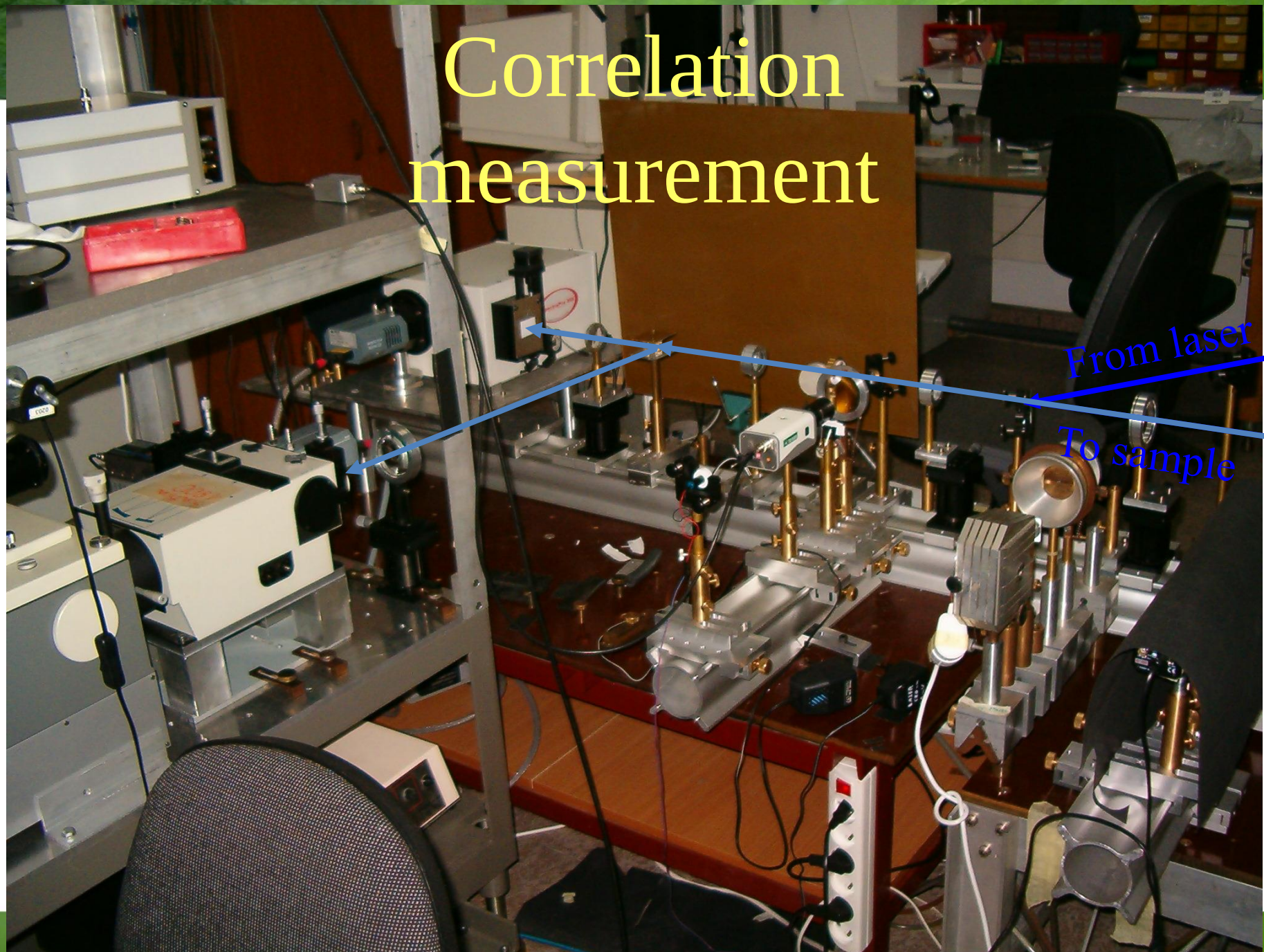
Ground state

prof. M. Nawrocki
dr hab. A. Golnik
dr P. Kossacki

mgr W. Maślana
mgr J. Suffczyński
mgr K. Kowalik
mgr W. Pacuski

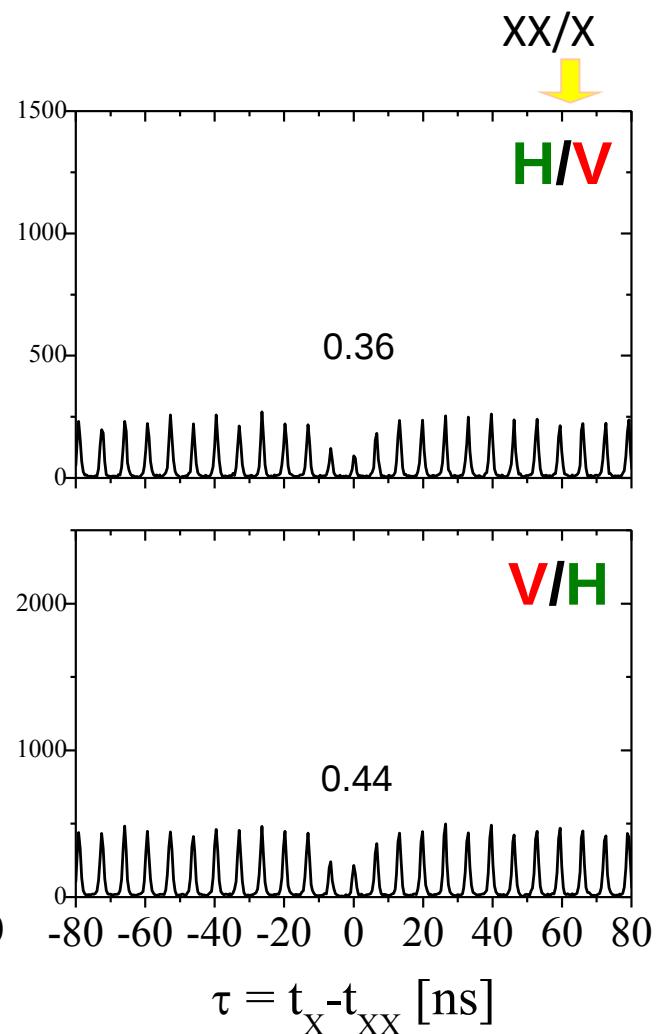
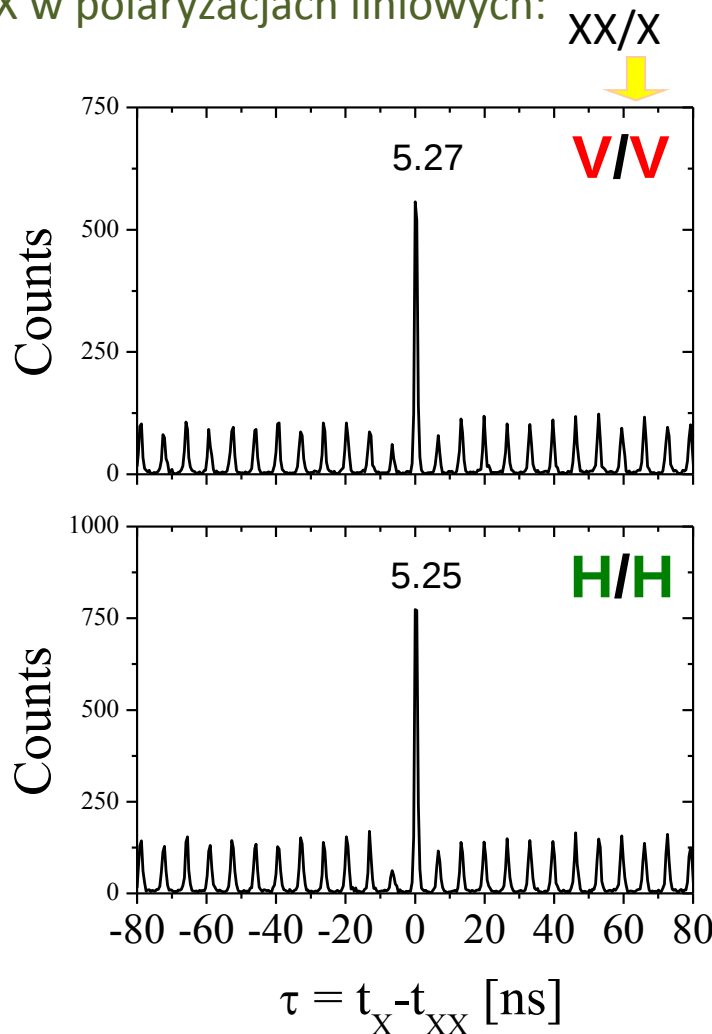
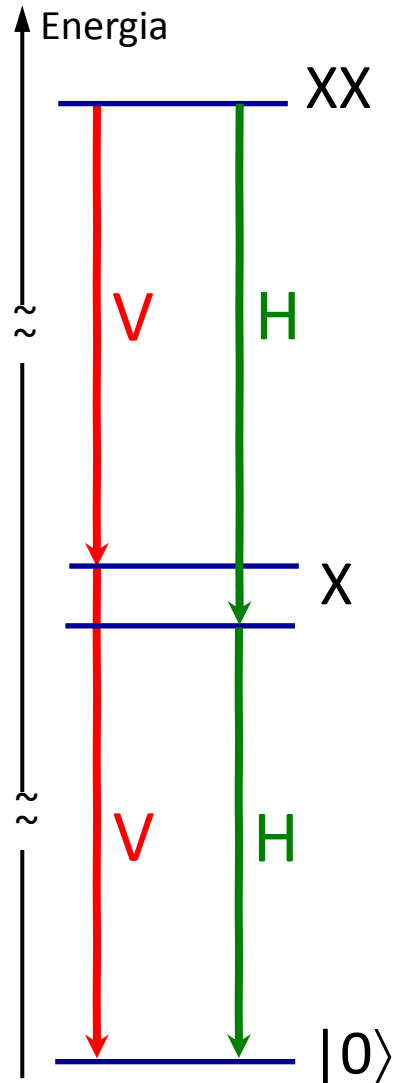
mgr A. Trajnerowicz
mgr B. Piechal
M. Goryca
T. Kazimierzczuk

Correlation measurement



Skorelowane pary fotonów z QD na żądanie

Korelacja XX-X w polaryzacjach liniowych:

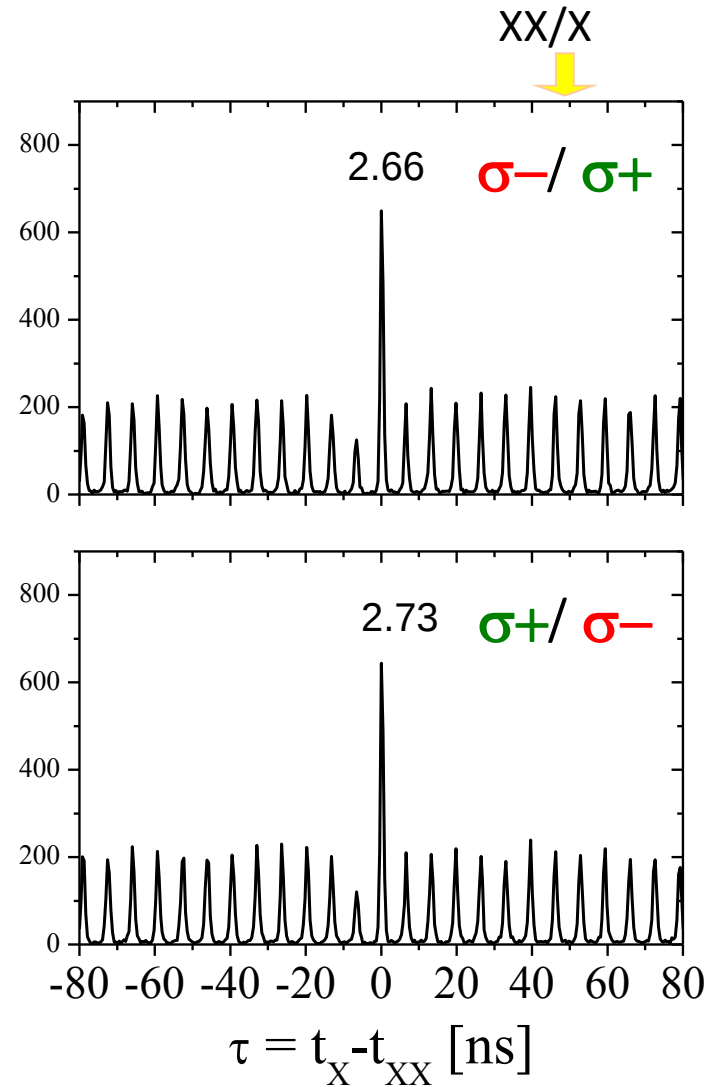
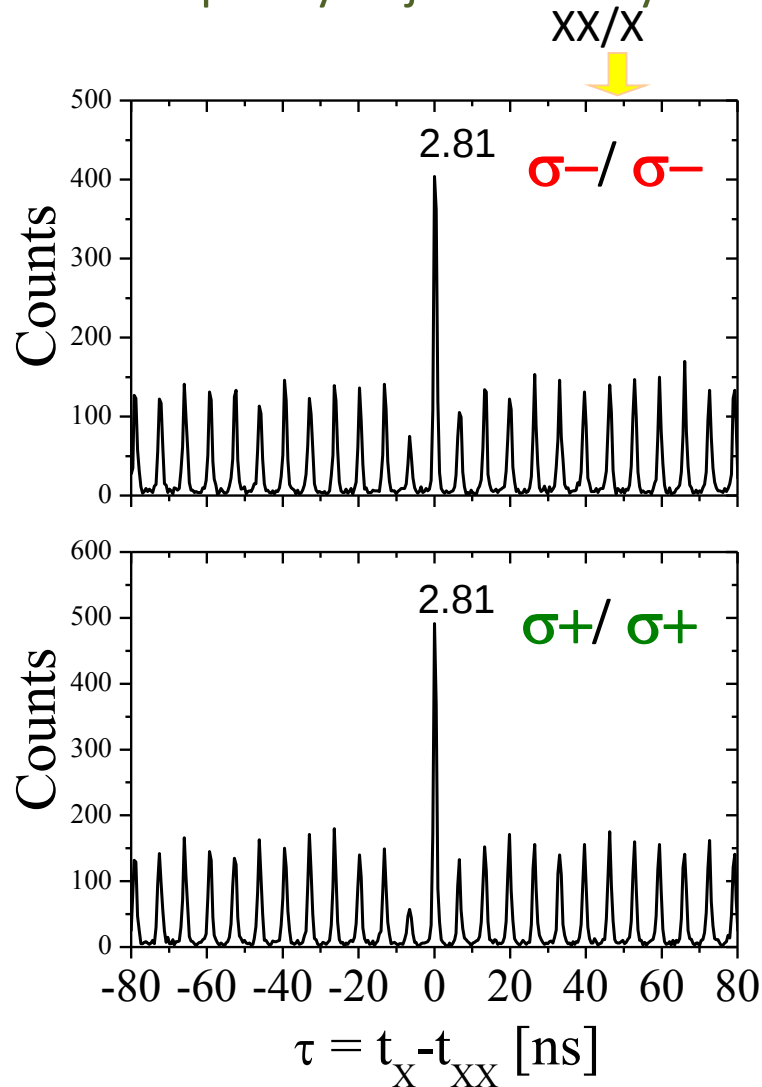
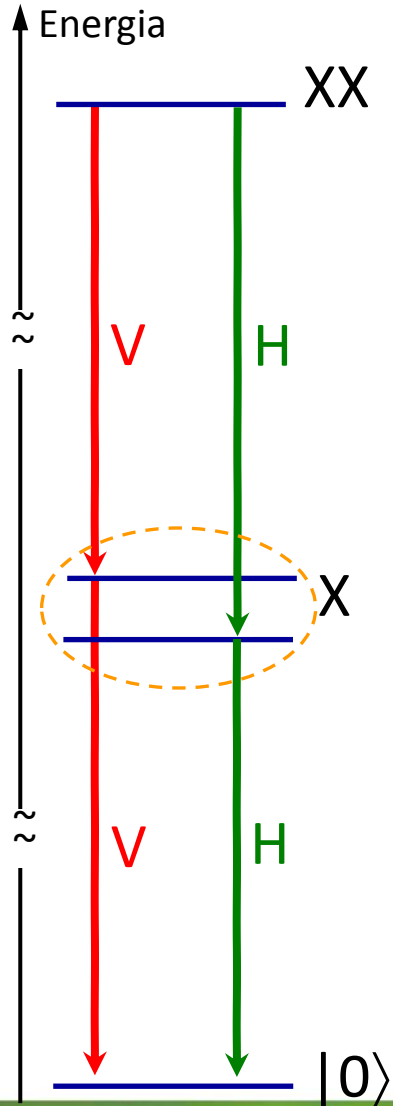


Współczynnik
korelacji polaryzacyjnej:

$$\chi_{HV} = \frac{\sqrt{C_{HH}C_{VV}} - \sqrt{C_{HV}C_{VH}}}{\sqrt{C_{HH}C_{VV}} + \sqrt{C_{HV}C_{VH}}} = 0.86$$

W poszukiwaniu splątania

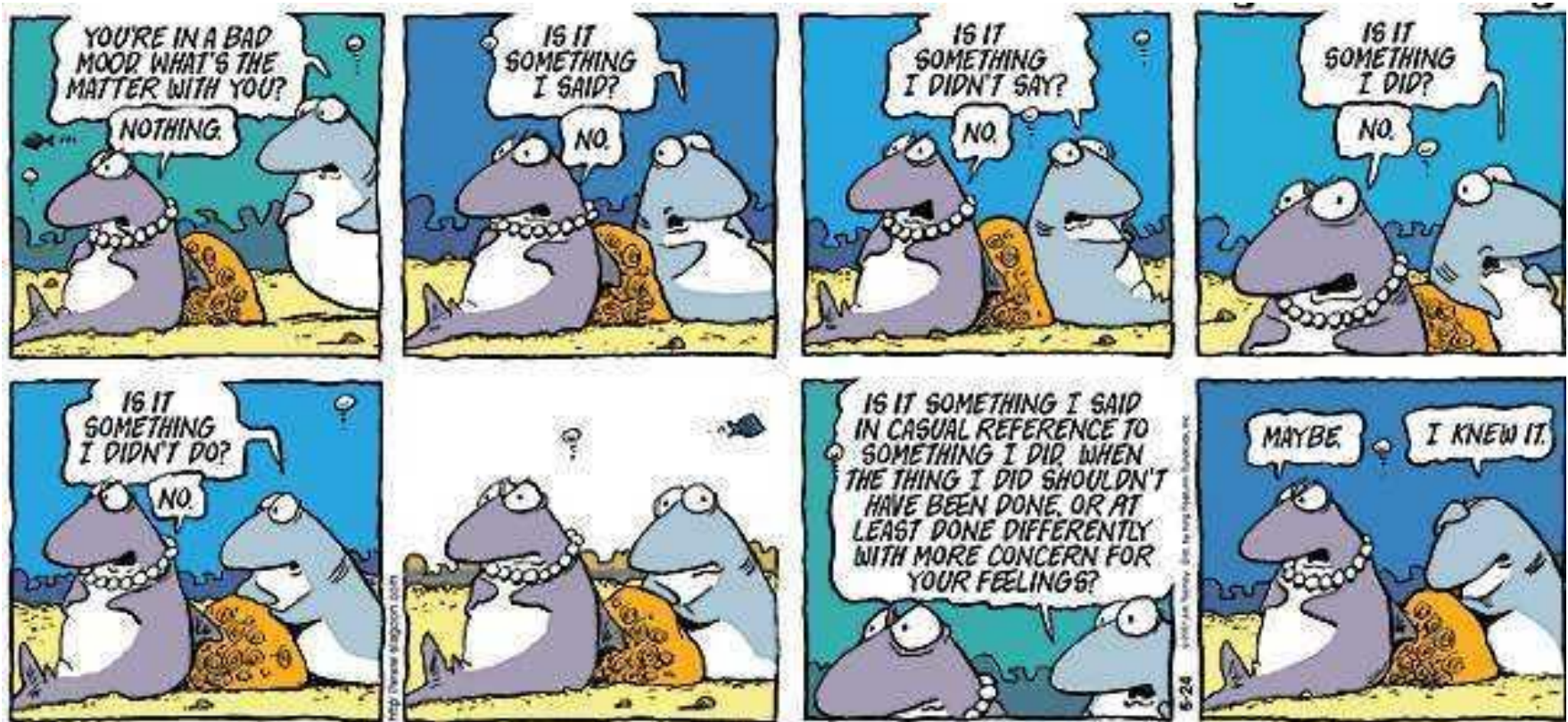
Korelacja XX-X w polaryzacjach kołowych:



→ brak splątania... 93

Splątane stany - EPR

POJEDYNCZE POMIARY NIE DAJĄ INFORMACJI O CAŁEJ FUNKCJI FALOWEJ



odpowiedź probabilistyczna