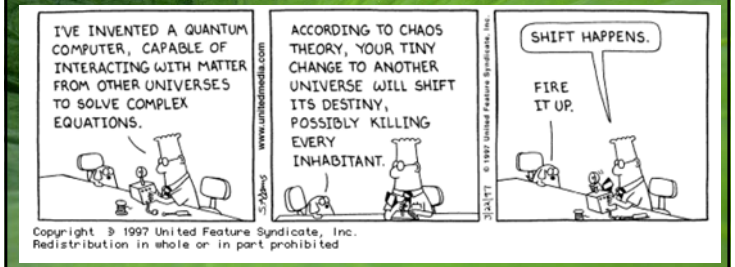
Obliczenia kwantowe



Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl Wydział Fizyki UW

Obliczenia kwantowe

1. **Bity, P-bity, Q-bity**
2. **Bramki Qbitowe**
3. **Kwantowe procedury**
4. **Poważny problem**
5. Jak zbudować taki komputer?

D-Wave The Quantum Computing Company™

Sprawy bieżące

1. Esej na temat przyszłości – do 10 stycznia!
2. Nowy przedmiot „**Od pomysłu do patentu - Trendy, nowe technologie i zarządzanie innowacjami**” (Jacek Szczytko, Piotr Nieżurawski)– kwalifikacje na podstawie EGZAMINU! 1100-2`TNT (2 i 3 rok FIZ), 3 ECTS

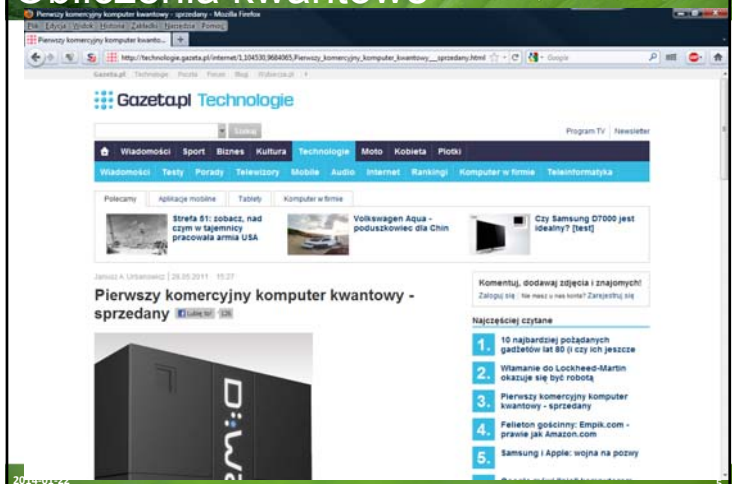
Obliczenia kwantowe

"Where a calculator on the Eniac is equipped with 18000 vacuum tubes and weighs 30 tons, computers in the future may have only 1000 tubes and weigh only 1/2 tons"

Popular Mechanics, March 1949

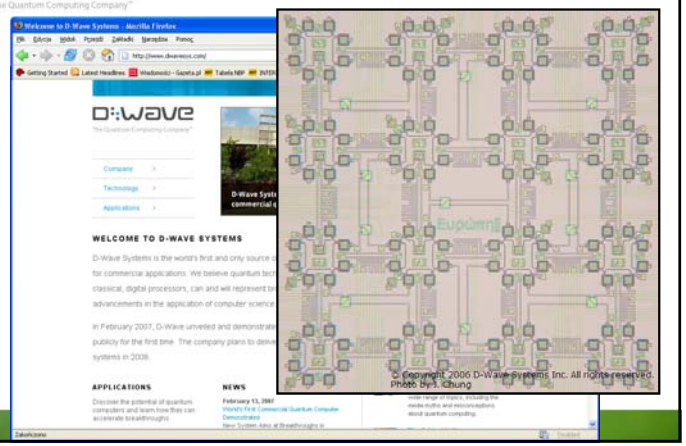
„Podczas gdy kalkulator Eniac jest wyposażony w 18000 lamp próżniowych i waży 30 ton, przyszłe komputery mogą mieć tylko 1000 lamp i ważyć tylko 1/2 tony"

Obliczenia kwantowe



Quantum Computer II (QC)

HARDWARE



Obliczenia kwantowe

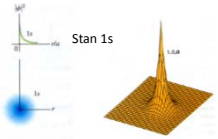
http://www.gizmag.com/first-electronic-quantum-processor/12125/

Zapis skrócony

DYGRESJA

Stan pojedynczej cząstki:

Np.: funkcja falowa atomu wodoru



$$\Psi = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi)$$

$$R_{n,l}(r) = \sqrt{\frac{(n-l+1)!}{2n(n+l)!}}\left(\frac{2Z}{na_0}\right)^{3/2} e^{-\rho/2}\rho^l G^{2l+1}_{n-l-1}(\rho)$$

$$\Theta_{l,m}(\theta) = (-1)^m\sqrt{\frac{2l+1}{2\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_l^m(\cos\theta)$$

$$\Phi_m(\phi) = Ce^{im\phi}$$

Liczby kwantowe!

$$\Psi = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi) = |n,l,m\rangle$$

Zapis skrócony

DYGRESJA

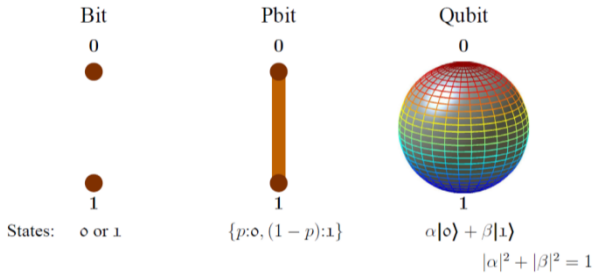
(czyli tak naprawdę)

$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r},t) = \left\langle \vec{r} \middle| n,l,m \right\rangle = |n,l,m\rangle$$

Reprezentacja położeniowa

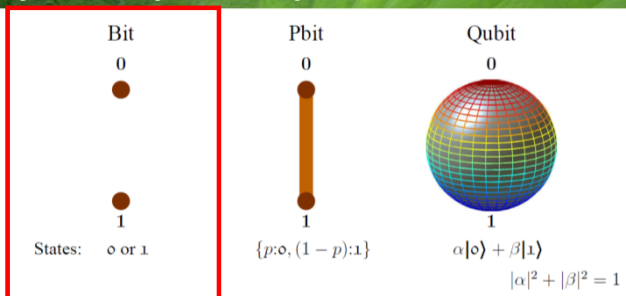
Zapis skrócony

Bity, P-bity, Q-bity



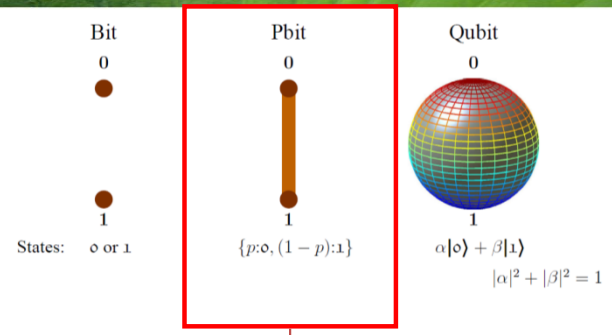
> ***Introduction to Quantum Information Processing***
> E. Knill, R. Laflamme, H. Barnum, D. Dalvit, J. Dziarmaga,
> J. Gubernatis, L. Gurvits, G. Ortiz, L. Viola and W. H. Zurek
> ▌

Bity, P-bity, Q-bity



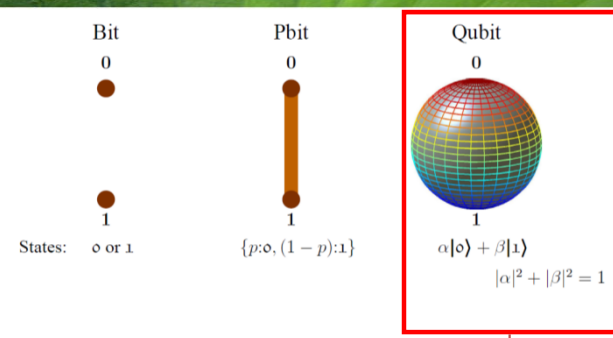
> komputery (maszyny Turinga)
> standardowe programy
> ▌

Bity, P-bity, Q-bity



> „logika rozmyta"
> metody obliczeniowe typu Monte Carlo
> algorytmy genetyczne
> metody optymalizacji ▌

Bity, P-bity, Q-bity



> komputery kwantowe
> algorytmy kwantowe
> ▌

Bity, P-bity, Q-bity

Kwantowym odpowiednikiem klasycznego bitu jest dowolny układ dwustanowy:

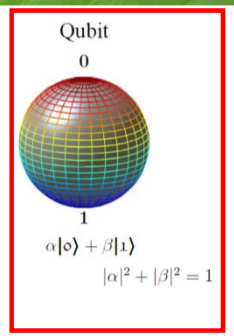
dwa poziomy atomu $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ np. $g = 1s$, $e = 2s$

spin elektronu $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$

foton o dwóch wzajemnie ortogonalnych stanach polaryzacji $\{|\rightarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$

itp.

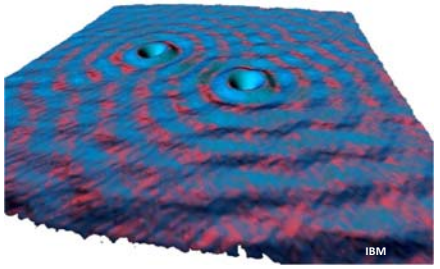
Taki układ to qubit (quantum bit); po polsku kubit.

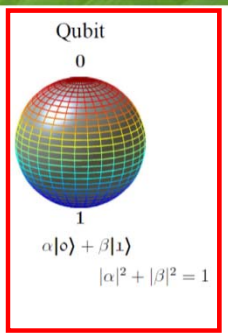


Dwa stany układu, które mozemy nazwac $|0\rangle$ i $|1\rangle$ przez analogie do klasycznego bitu, {0, 1}, tworza baze standardowa albo obliczeniowa — $\{|0\rangle, |1\rangle\}$

Bity, P-bity, Q-bity

Obliczenia kwantowe bazują na dwóch własnościach świata kwantowego:
1. splątaniu kwantowym (kodowanie)
2. interferencji stanów (obliczenia)





Bity, P-bity, Q-bity

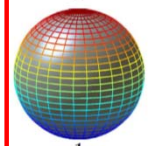
$$|\text{kubit}\rangle = |\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \underbrace{|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1}$$

ponieważ α i β zespolone – równanie sfery

$$|\Psi\rangle = e^{i\alpha}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle\right)$$

Qubit



$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

$$(a_x, a_y, a_z) = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$$

$$|a_x|^2 + |a_y|^2 + |a_z|^2 = 1$$

Bity, P-bity, Q-bity

$$|\text{kubit}\rangle = |\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \underbrace{|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1}$$

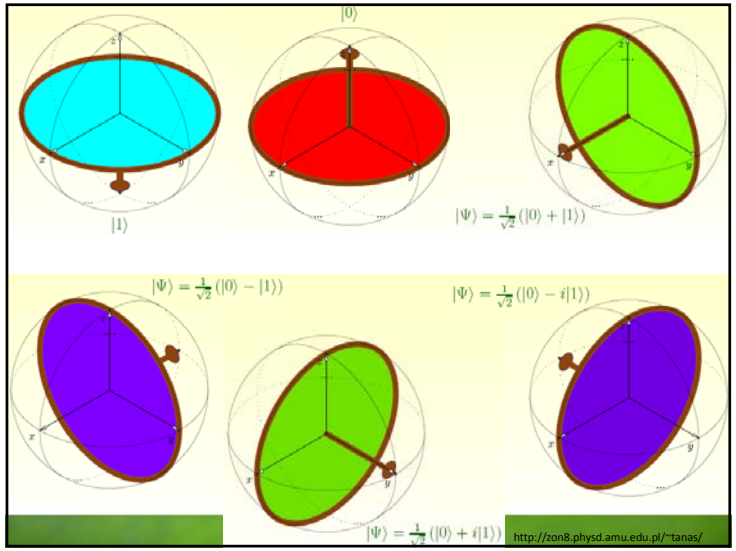
ponieważ α i β zespolone – równanie sfery

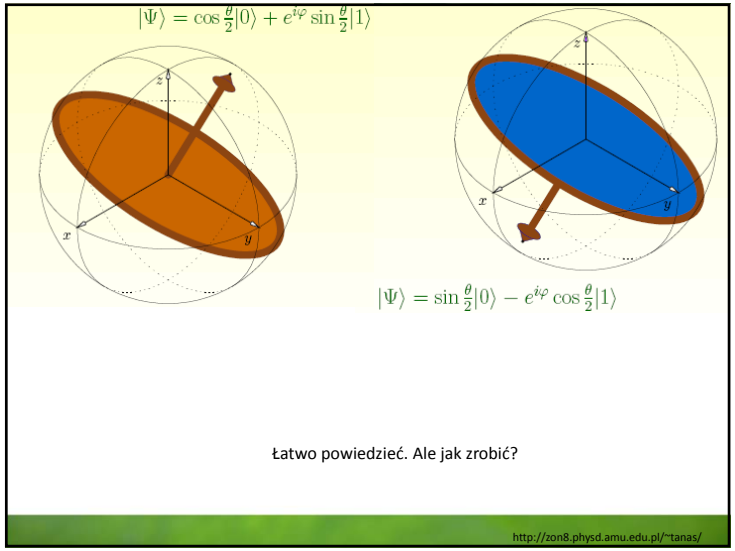
$$|\Psi\rangle = e^{i\alpha}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle\right)$$

$$(a_x, a_y, a_z) = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$$

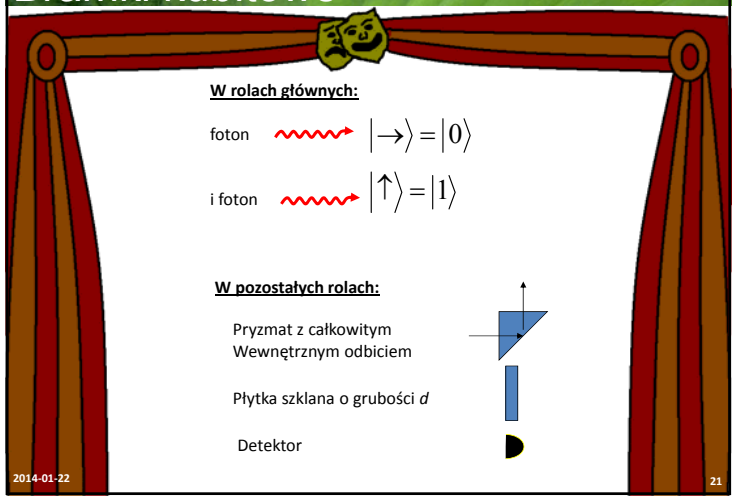
$$|a_x|^2 + |a_y|^2 + |a_z|^2 = 1$$

$$|\Psi\rangle = |0\rangle$$
$$|\Psi\rangle = |1\rangle$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(|0\rangle - 2|1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{5}(3|0\rangle - 4|1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{5}(4|0\rangle - 3i|1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle)$$
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\theta}|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle)$$





Bramki kubitowe



W rolach głównych:

foton $|{\rightarrow}\rangle = |0\rangle$

i foton $|{\uparrow}\rangle = |1\rangle$

W pozostałych rolach:

Pryzmat z całkowitym Wewnętrznym odbiciem

Płytka szklana o grubości *d*

Detektor

Bramki kubitowe

$|0\rangle \rightarrow 1|0\rangle$

$|0\rangle \rightarrow e^{i\theta}|0\rangle$

Płytka szklana na drodze optycznej zmienia fazę fotonu W PORÓWNANIU do fazy fotonu bez płytki.

Bramki kubitowe

$|0\rangle \rightarrow 1|0\rangle$

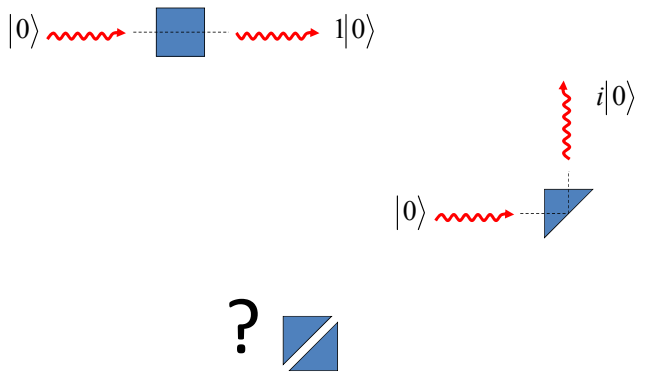
Bramki kubitowe

$|0\rangle \rightarrow 1|0\rangle$

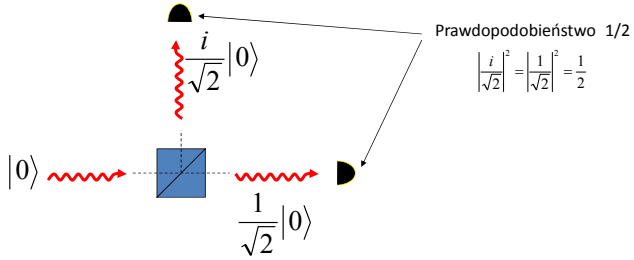
$i|0\rangle$

$|0\rangle$

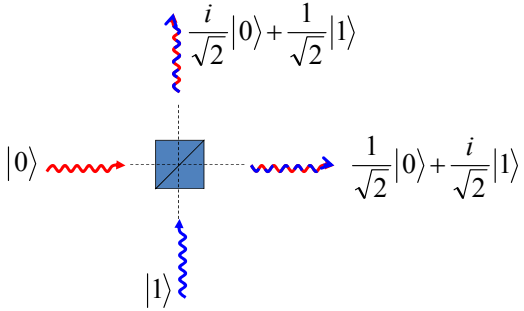
Bramki kubitowe



Bramki kubitowe



Bramki kubitowe

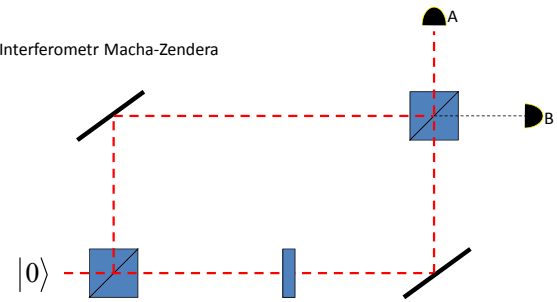


Umiemy zmieszać stany!

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

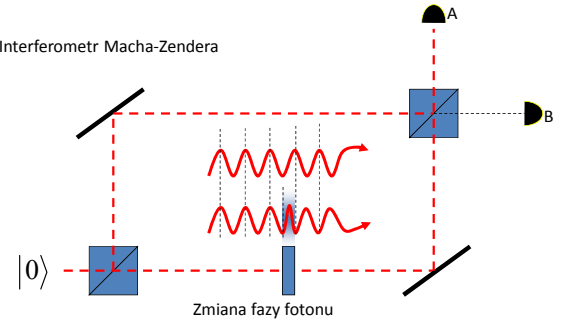
Interferometr Macha-Zendera



Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

Interferometr Macha-Zendera



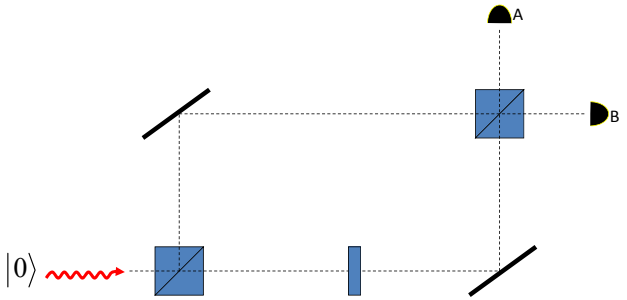
Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

Liczymy!

Bramki kubitowe

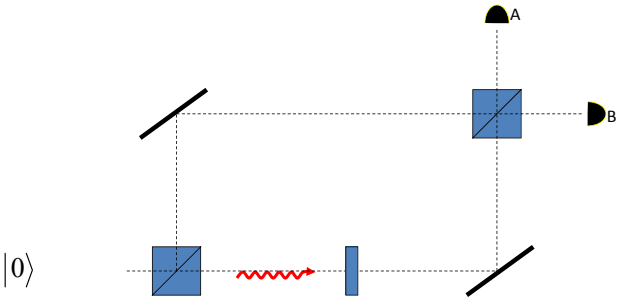
Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?



Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

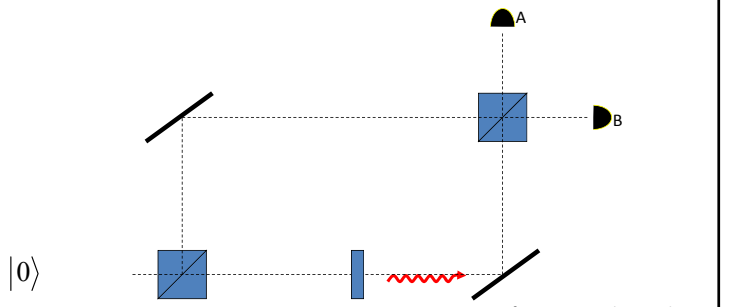
$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle$



Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} |0\rangle$$

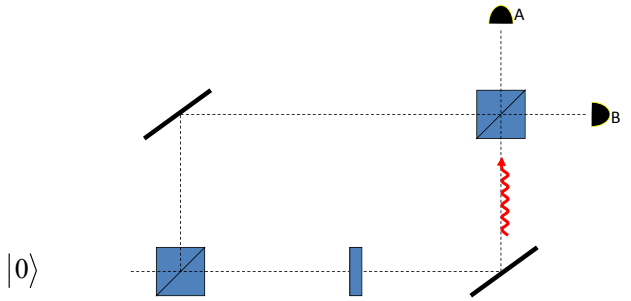


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} |0\rangle$$

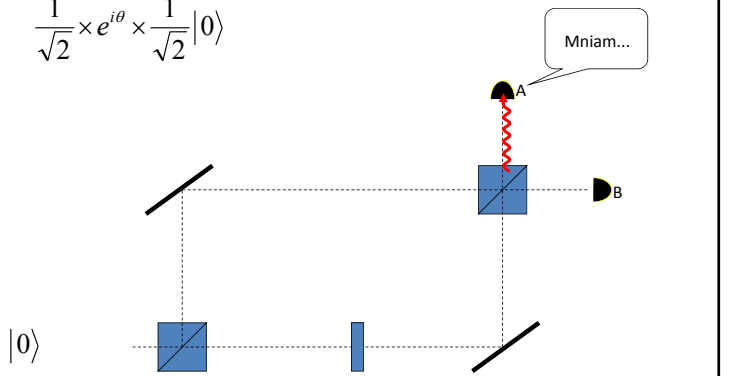


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle$$

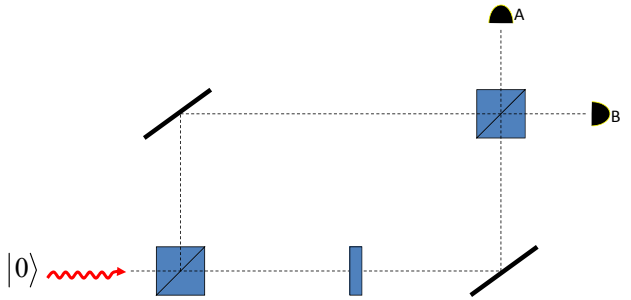


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle +$$ druga droga

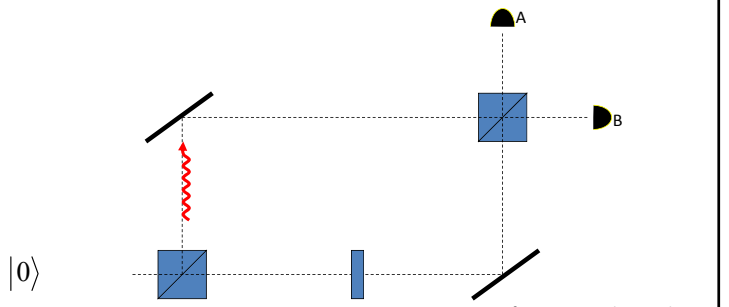


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle$$

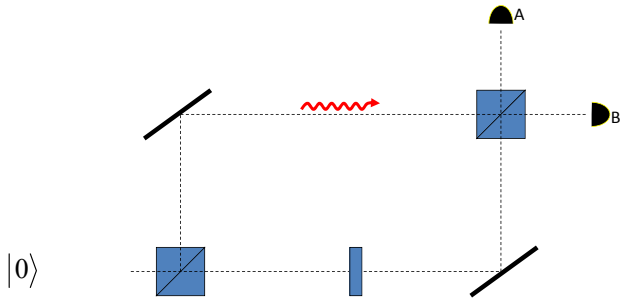


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle$$

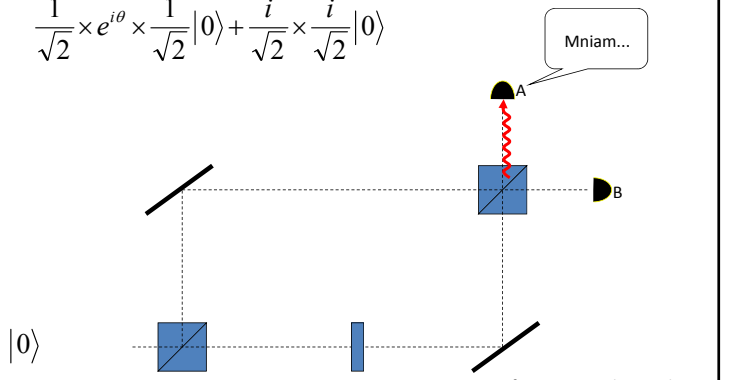


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} \times \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle$$

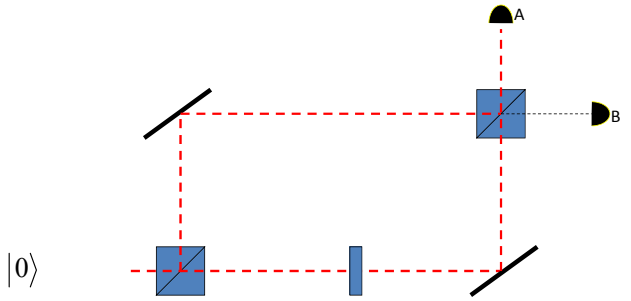


Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times e^{i\theta} \times \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} \times \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} - 1\right)|0\rangle$$



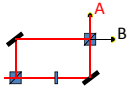
Interferometr Macha-Zendera

Bramki kubitowe

Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\times e^{i\theta}\times\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}\times\frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle=\frac{1}{2}\left(e^{i\theta}-1\right)|0\rangle$$

Prawdopodobieństwo: $P_{0A}=\left|\frac{1}{2}\left(e^{i\theta}-1\right)\right|^2=\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$

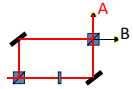


Bramki kubitowe

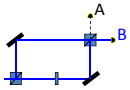
Jakie jest prawdopodobieństwo, że foton znajdzie się w detektorze A?

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\times e^{i\theta}\times\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}\times\frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle=\frac{1}{2}\left(e^{i\theta}-1\right)|0\rangle$$

Prawdopodobieństwo: $P_{0A}=\left|\frac{1}{2}\left(e^{i\theta}-1\right)\right|^2=\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$



Analogiczne: $P_{0B}=\left|\frac{i}{2}\left(e^{i\theta}+1\right)\right|^2=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

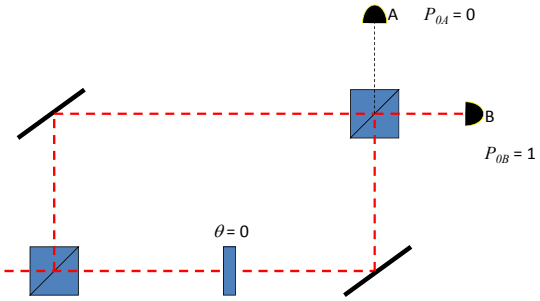


Dla $\theta=0$ mamy $P_{0A}=0$ i $P_{0B}=1$, a więc foton NIGDY nie trafi do detektora A, tylko na pewno trafi do B! Oczywiście dla $\theta=180^o$ jest odwrotnie!

Dygresja: pomiar BEZ oddziaływania

Dla $\theta=0$ mamy $P_{0A}=0$ i $P_{0B}=1$, a więc foton NIGDY nie trafi do detektora A, tylko na pewno trafi do B!

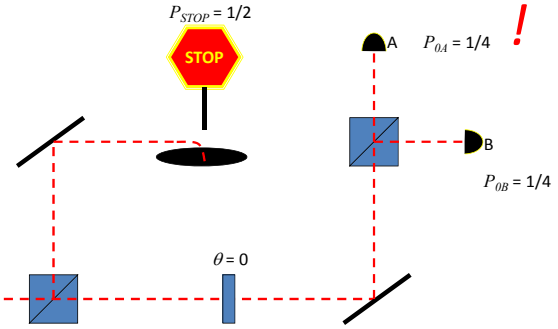
Foton interferuje SAM ZE SOBĄ!



Interferometr Macha-Zendera

Dygresja: pomiar BEZ oddziaływania

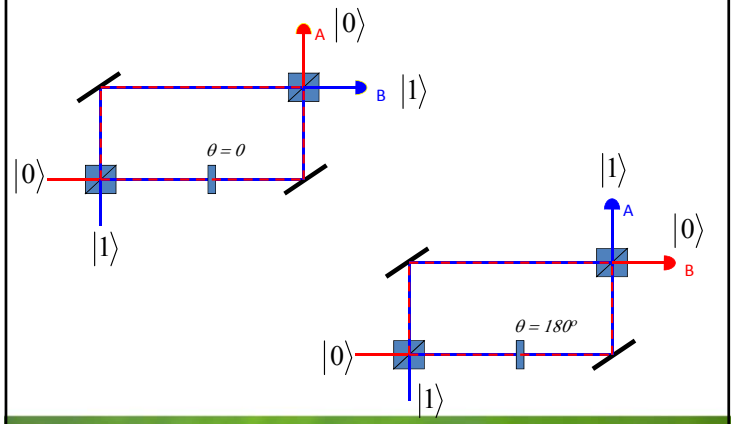
Ale co się stanie gdy na jednej z dróg interferometru stanie przeszkoda?



Interferometr Macha-Zendera

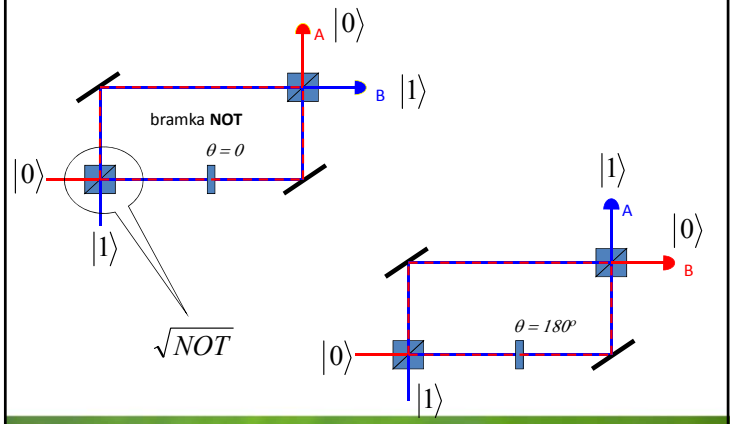
Bramki kubitowe

W zależności od fazy θ możemy otrzymać wynik:



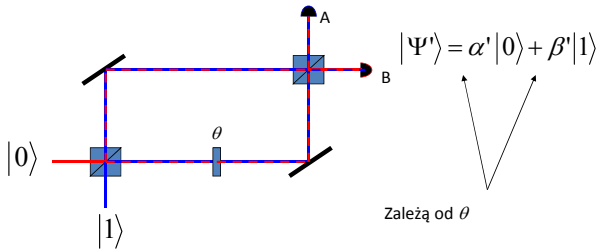
Bramki kubitowe

W zależności od fazy θ możemy otrzymać wynik:



Bramki kubitowe

Ogólnie $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$



Matematycznie:

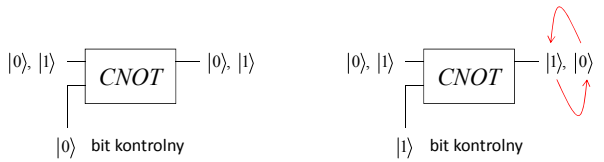
$$\begin{pmatrix} |\Psi\rangle \\ |\Psi'\rangle \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{vmatrix} \begin{pmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{pmatrix} = \left| \; U \; \right| \begin{pmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{pmatrix}$$

przekształcenie unitarne

Bramki kubitowe

$$\sqrt{NOT} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{vmatrix}$$

$$NOT = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |1\rangle \\ |0\rangle \end{pmatrix}$$



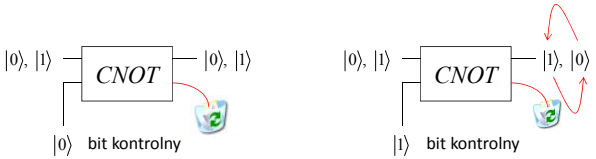
Bramki CNOT są bramkami „uniwersalnymi" – można za ich pomocą zbudować dowolny obwód logiczny.

Bramki kubitowe

$$\sqrt{NOT} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{vmatrix}$$

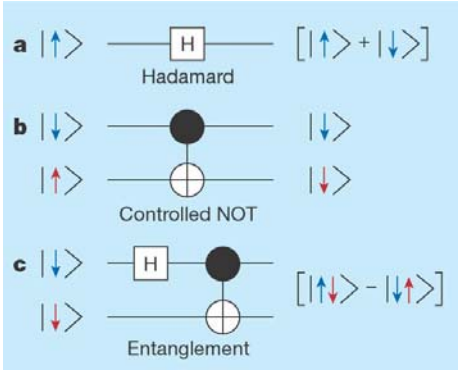
$$NOT = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}\left(\begin{vmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix} |1\rangle \\ |0\rangle \end{vmatrix}$$

Bramki kwantowe muszą być odwracalne!



Bramki CNOT są bramkami „uniwersalnymi” – można za ich pomocą zbudować dowolny obwód logiczny.

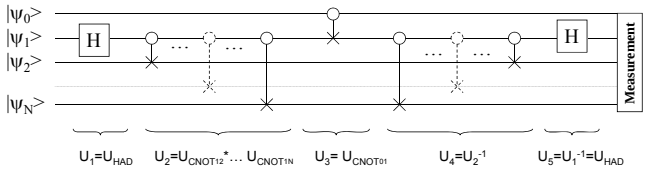
Bramki kubitowe



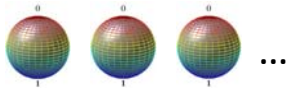
Quantum computing: The qubit duet
Gianni Blatter
Nature 421, 796-797 (20 February 2003)

Bramki kubitowe

Program:



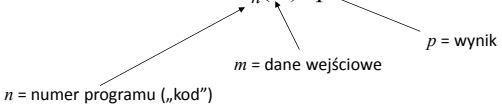
Różne pomysły



1. Kubity ze spinów
2. Kubity z atomów
3. Kubity jądrowe
4. Kubity krzemowe
5. Kubity z kropek
6. Kubity z ekscytonów
7. Kubity nadprzewodzące
8. Kubity świetlne

Kwantowe procedury:

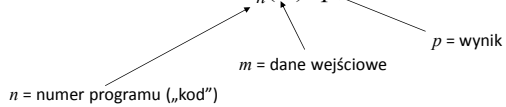
Komputer klasyczny: $T_n(m)=p$



n = 00101110101101001001000111101101110101 1...
m = 01010010101010101111111000000000000000...
p = 01010010101010101111110100000000000000...

Kwantowe procedury:

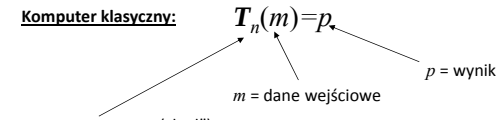
Komputer klasyczny: $T_n(m)=p$



n = 00101110101101001001000111101101110101 1...
m = tak samo, ale zamiast bitów mamy kubity Ψ
p = 01010010101010101111110100000000000000...

Kwantowe procedury:

Komputer klasyczny: $T_n(m)=p$



n = 00101110101101001001000111101101110101 1...
m = tak samo, ale zamiast bitów mamy kubity Ψ
p = 01010010101010101111110100000000000000...

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

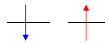
Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Jeden kubit:

baza: $|0\rangle, |1\rangle$



rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$

$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$

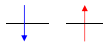
Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Jeden kubit:

baza: $|0\rangle, |1\rangle$



rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$

$$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$$

Dla dwóch kubitów:

baza: $|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle$

rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$

$$\alpha_{00}^2 + \alpha_{01}^2 + \alpha_{10}^2 + \alpha_{11}^2 = 1$$

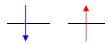
Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Jeden kubit:

baza: $|0\rangle, |1\rangle$



rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$

$$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 = 1$$

Dla dwóch kubitów:

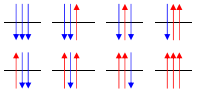
baza: $|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle$

rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$

$$\alpha_{00}^2 + \alpha_{01}^2 + \alpha_{10}^2 + \alpha_{11}^2 = 1$$

Dla trzech kubitów:

baza: $|0\rangle|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|0\rangle|1\rangle, |0\rangle|1\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle|1\rangle,$
$|1\rangle|0\rangle|0\rangle, |1\rangle|0\rangle|1\rangle, |1\rangle|1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle|1\rangle,$



rejestr: $|\Psi\rangle = \alpha_{000}|0\rangle|0\rangle|0\rangle + \alpha_{001}|0\rangle|0\rangle|1\rangle + \alpha_{010}|0\rangle|1\rangle|0\rangle + \ldots + \alpha_{111}|1\rangle|1\rangle|1\rangle$

$$\alpha_{000}^2 + \alpha_{001}^2 + \alpha_{010}^2 + \ldots + \alpha_{111}^2 = 1$$

Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Ogólnie jeden rejestr N-kubitowy może przechować 2^N „klasycznych" liczb!

Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Ogólnie jeden rejestr N-kubitowy może przechować 2^N „klasycznych" liczb!

Dla dwóch kubitów baza obliczeń: $|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle$

0 1 2 3

Na przykład:

$$|\Psi\rangle = |2\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - i|3\rangle\right)$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle + |3\rangle\right)$$ ← Wszystkie stany jednakowo prawdopodobne (maksymalne splątanie kwantowe)

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle - |1\rangle + i|2\rangle - |3\rangle\right)$$ ← i tu też wszystkie stany jednakowo prawdopodobne

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{529}}\left(|0\rangle + \frac{i}{23}|1\rangle + \frac{8}{234323}|2\rangle + \frac{\sqrt{12}}{13123133}|3\rangle\right)$$

Kwantowe procedury:

Jak zbudować rejestr z kubitów?

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Ogólnie jeden rejestr N-kubitowy może przechować 2^N „klasycznych” liczb!

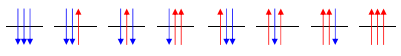
Dla **trzech** kubitów baza obliczeń:

baza: $|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle,$

$|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle,$

$$|\Psi\rangle = \alpha_{000}|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{001}|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{010}|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{011}|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle +$$
$$+ \alpha_{100}|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{101}|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \alpha_{110}|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \alpha_{111}|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$$

$$\alpha_{000}^2 + \alpha_{001}^2 + \alpha_{010}^2 + \alpha_{011}^2 + \alpha_{100}^2 + \alpha_{101}^2 + \alpha_{110}^2 + \alpha_{111}^2 = 1$$



0 1 2 3 4 5 6 7

itd..

Kwantowe procedury:

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Ogólnie jeden rejestr N-kubitowy może przechować 2^N „klasycznych” liczb!

Przy N=300 liczba 2^{300} przekracza ilość protonów we Wszechświecie (widzialnym)!

Komputer kwantowy wykonuje operacje na całym rejestrze, czyli na wszystkich 2^N liczbach jednocześnie.Nazywa się to **kwantowym paralelizmem**.

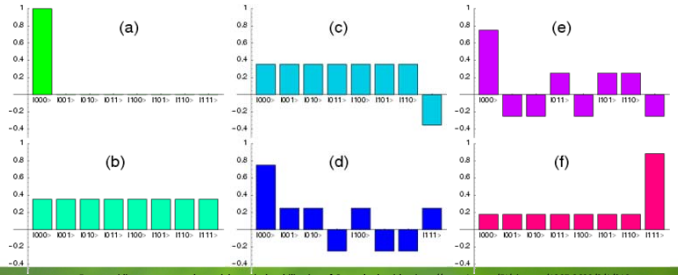
Pewne algorytmy będą działały szybciej na komputerze kwantowym.
Przede wszystkim te wymagające obliczeń równoległych: łamanie kodów, gra w szachy, przeszukiwanie baz danych, symulacje pogody, trzęsień ziemi, wybuchów jądrowych itp.

Aby móc odczytać wynik końcowy trzeba go jeszcze odseparować od wszystkich możliwych wyników. Wykorzystuje się kwantową interferencję stanów.

Kwantowe procedury:

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

- Program zaczyna się od przygotowania superpozycji wszystkich możliwych danych wejściowych
- Wykonanie programu daje superpozycje wszystkich możliwych wyników (każdy ze składników superpozycji kwantowej działa niezależnie od innych)
- Oddzielenie wyników następuje na skutek kwantowej intereferencji. Faza składników superpozycji kwantowej jest przygotowywana w ten sposób, aby najbardziej prawdopodobny wynik pomiaru odpowiadał interesującemu nas wynikowi.



Error avoiding quantum codes and dynamical stabilization of Grover's algorithm http://www.iop.org/EJ/abstract/1367-2630/2/1/319

Kwantowe procedury:

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

Przykład:

Systemy kryptograficzne z kluczem publicznym wykorzystują fakt, że rozkład dużej liczby na czynniki jest trudny (czasochłonny)

- Najszybszy obecnie algorytm (GNFS – General Number Field Sieve) wymaga czasu

$$\sim \exp\left[\left(\frac{64}{9}N\right)^{1/3}(\ln N)^{2/3}\right]$$

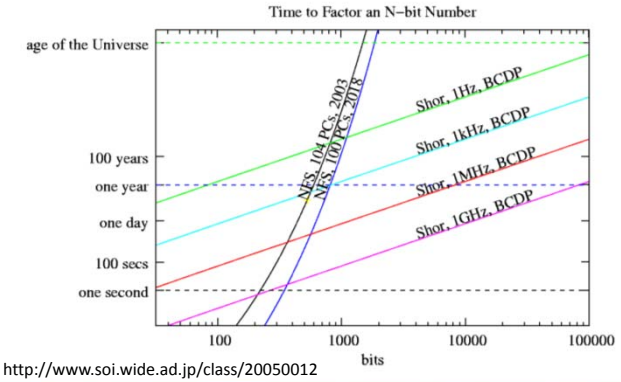
faktoryzacja liczby 400 cyfrowej wymagałaby 10^{10} lat!

- W 1994 r. RSA 129 został złamany na 1600 stacjach roboczych w ciagu 8 miesiecy
- Algorytm kwantowy Petera Shora wymaga czasu

$$\sim (\ln N)^{2+\varepsilon}$$

Komputer kwantowy, który faktoryzowałby liczbe 130 cyfrowa w ciagu miesiaca, sfaktoryzowałby liczbe 400 cyfrowa w czasie krótszym niz 3 lata

Algorytm Shora



http://www.soi.wide.ad.jp/class/20050012

Algorytm Shora

Peter Shor
http://www-math.mit.edu/~shor/

arXiv:quant-ph/9508027 v2 25 Jan 1996

Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer*

Peter W. Shor†

Abstract

A digital computer is generally believed to be an efficient universal computing device; that is, it is believed able to simulate any physical computing device with an increase in computation time by at most a polynomial factor. This may not be true when quantum mechanics is taken into consideration. This paper considers factoring integers and finding discrete logarithms, two problems which are generally thought to be hard on a classical computer and which have been used as the basis of several proposed cryptosystems. Efficient randomized algorithms are given for these two problems on a hypothetical quantum computer. These algorithms take a number of steps polynomial in the input size, e.g., the number of digits of the integer to be factored.

Keywords: algorithmic number theory, prime factorization, discrete logarithms, Church's thesis, quantum computers, foundations of quantum mechanics, spin systems, Fourier transforms

AMS subject classifications: 81P10, 11Y05, 68Q10, 03D10

*A preliminary version of this paper appeared in the Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Santa Fe, NM, Nov. 20–22, 1994, IEEE Computer Society Press, pp. 124–134.

†AT&T Research, Room 2D-149, 600 Mountain Ave., Murray Hill, NJ 07974.

Algorytm Shora

Prof.. Ryszard Tanas http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Kwantowa faktoryzacja

Chcemy sfaktoryzowac liczbe N, N = 15. Wybieramy liczbe losowa 1 < X < N − 1 względnie pierwszą z N, tzn. taka, ze NWD(N,X) = 1, powiedzmy

X = 2.

• Przygotowujemy rejestr kwantowy w stanie superpozycji wszystkich liczb od 0 do 15

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Algorytm Shora

Prof.. Ryszard Tanas http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Kwantowa faktoryzacja

Chcemy sfaktoryzowac liczbe N, N = 15. Wybieramy liczbe losowa 1 < X < N − 1 względnie pierwszą z N, tzn. taka, ze NWD(N,X) = 1, powiedzmy

X = 2.

• Przygotowujemy rejestr kwantowy w stanie superpozycji wszystkich liczb od 0 do 15

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

• Wykonujemy operacje $B = X^A \bmod N$, wykorzystując kwantowy paralelizm i wyniki umieszczamy w rejestrze B. Komputer kwantowy wykonuje taka operacje w jednym kroku!

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}
A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4

Algorytm Shora

Prof.. Ryszard Tanas http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Kwantowa faktoryzacja

Chcemy sfaktoryzowac liczbe N, N = 15. Wybieramy liczbe losowa $1 < X < N - 1$ względnie pierwszą z N, tzn. taka, ze NWD(N,X) = 1, powiedzmy

X = 2.

• Przygotowujemy rejestr kwantowy w stanie superpozycji wszystkich liczb od 0 do 15

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

• Wykonujemy operacje $B = X^A \bmod N$, wykorzystując kwantowy paralelizm i wyniki umieszczamy w rejestrze B. Komputer kwantowy wykonuje taka operacje w jednym kroku!

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}
A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4

• Zauważamy, że wyniki w rejestrze B sa okresowe z okresem r = 4
Komputer kwantowy potrafi szybko znajdować okres funkcji!

Algorytm Shora

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4	8	1	2	4

Jesli r jest nieparzyste, to wybieramy inne X i zaczynamy procedurę od nowa. Jesli r jest parzyste, obliczamy $P = X^{r/2} - 1$ lub $P = X^{r/2} + 1$ i sprawdzamy NWD P i N. W naszym przykładzie r = 4 i $P = 2^{4/2} - 1 = 3$ lub $P = 2^{4/2} + 1 = 5$.

15/3 = 5

15/5 = 3

Algorytm Shora

Prof.. Ryszard Tanas http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Kwantowa faktoryzacja

Chcemy sfaktoryzowac liczbe N, N = 15. Wybieramy liczbe losowa $1 < X < N - 1$ względnie pierwsza z N, tzn. taka, ze NWD(N,X) = 1, powiedzmy

X = 7.

• Przygotowujemy rejestr kwantowy w stanie superpozycji wszystkich liczb od 0 do 15

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

• Wykonujemy operacje $B = X^A \bmod N$, wykorzystując kwantowy paralelizm i wyniki umieszczamy w rejestrze B. Komputer kwantowy wykonuje taka operacje w jednym kroku!

	7^0	7^1	7^2	7^3	7^4	7^5	7^6	7^7	7^8	7^9	7^{10}	7^{11}	7^{12}	7^{13}	7^{14}
A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	1	7	4	13	1	7	4	13	1	7	4	13	1	7	4

• Zauważamy, ze wyniki w rejestrze B sa okresowe z okresem r = 4
Komputer kwantowy potrafi szybko znajdować okres funkcji!

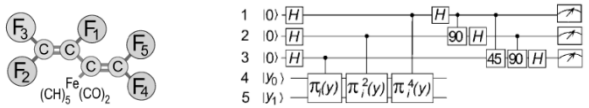
Algorytm Shora

VOLUME 85, NUMBER 25 PHYSICAL REVIEW LETTERS 18 DECEMBER 2000

Experimental Realization of an Order-Finding Algorithm with an NMR Quantum Computer

Lieven M.K. Vandersypen,[1,2,*] Matthias Steffen,[1,2] Gregory Breyta,[2]
Costantino S. Yannoni,[2] Richard Cleve,[3] and Isaac L. Chuang[2]
[1]Solid State and Photonics Laboratory, Stanford University, Stanford, California 94305-4075
[2]IBM Almaden Research Center, San Jose, California 95120
[3]Department of Computer Science, University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada T2N 1N4
(Received 1 August 2000)

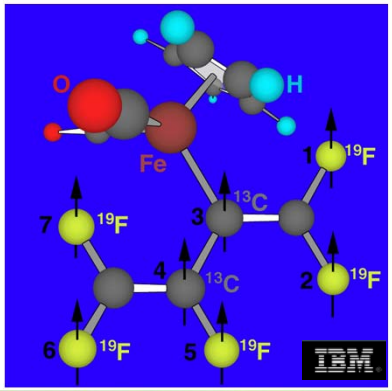
We report the realization of a nuclear magnetic resonance quantum computer which combines the quantum Fourier transform with exponentiated permutations, demonstrating a quantum algorithm for order finding. This algorithm has the same structure as Shor's algorithm and its speedup over classical algorithms scales exponentially. The implementation uses a particularly well-suited five quantum bit molecule and was made possible by a new state initialization procedure and several quantum control techniques.



pentafluorobutadienyl cyclopentadienyldicarbonyliron complex

Komputeru kwantowe

7 Qubits



Drs. Isaac Chuang (left) and Costantino Yannoni operate IBM's quantum computer, w

19.12.2001

Algorytmy kwantowe

W tej chwili znanych jest mniej więcej 6 znaczących algorytmów kwantowych

- Deutsch-Josza (1992) – funkcja stała lub zrównoważona
- Shor (1994) - Faktoryzacja
- Kitaev (1995) - Faktoryzacja
- Grover (1992) - Przeszukiwanie bazy danych
- Grover (1997) - Szacowanie mediany
- Durr-Hoyer (1996) - Szacowanie minimum

http://www.if.ufrgs.br/~jgallas/QUBITS/CURSO/brief_history.html

Poważny problem

Skoro to takie proste, to dlaczego to jeszcze nie działa?

Poważny problem

Skoro to takie proste, to dlaczego to jeszcze nie działa?

Słownik Kopalińskiego: * **koherencja** spoistość, spójność; zgodność (myśli, sądów; częstotliwości i długości fal). Koherencję można opisać jako stopień korelacji czasowej i przestrzennej między wartościami amplitud.

Poważny problem

W czasie trwania procedury kwantowej wszystkie procesy MUSZĄ być odwracalne w czasie. W mechanice kwantowej POMIAR jest najczęściej nieodwracalny - w momencie pomiaru „dowiadujemy" się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B \xrightarrow{\text{pomiar } A \text{ lub } B} \begin{cases} \Psi = \Psi_A & P_A = 1,\ P_B = 0 \Rightarrow \Psi = \Psi_A \\ \Psi = \Psi_B & P_A = 0,\ P_B = 1 \Rightarrow \Psi = \Psi_B \end{cases}$$

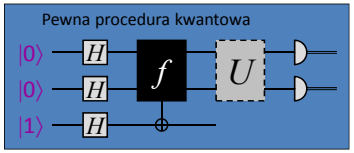
$P_A = |A|^2$, $P_B = |B|^2$

Zakaz klonowania sprawia, że nie można się dowiedzieć wartości każdej ze składowych A lub B z osobna.

„Pomiarem" może być przypadkowe oddziaływanie z sąsiednim układem, szum (przypadkowa zmiana fazy funkcji falowej), oddziaływanie z aparaturą pomiarową, absorpcja fotonu termicznego itd.

Poważny problem

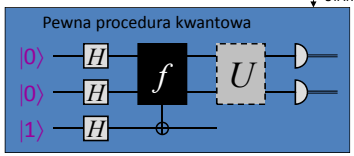
Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ



Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ

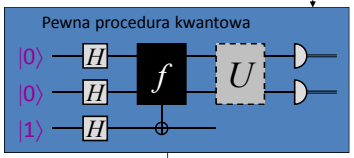
START!



Łubudubu! Łup! Łup! Łup! Łup! Ramydada! Łup! ...

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ

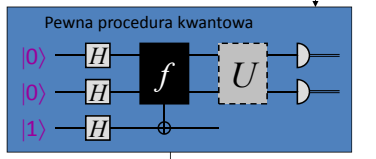


$$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$$

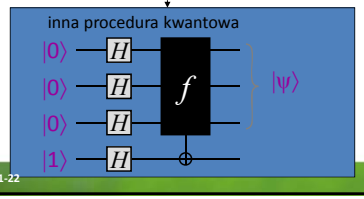
wynik pośredni

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ



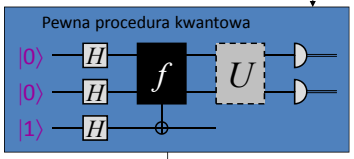
$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$ wynik pośredni



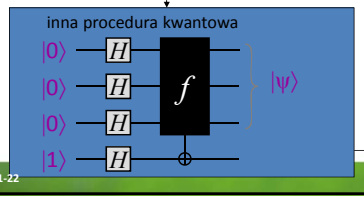
Łubudubu! Łup! Łup! Łup! Łup! Ramydada! Łup! ...

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ



$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$ wynik pośredni



KONIEC!

output

Poważny problem

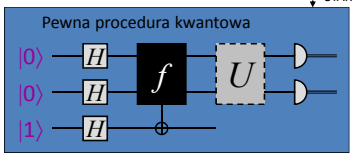
Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ

Tym razem z dekoherencją

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$ input Ψ

START!



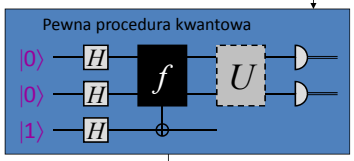
Łubudubu! Łup! Łup! Łup! Łup! Ramydada! Łup! ...

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

input Ψ

Pewna procedura kwantowa



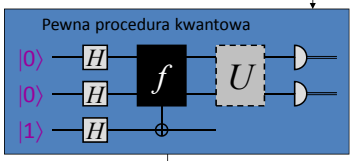
$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$ wynik pośredni

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

input Ψ

Pewna procedura kwantowa



złośliwy foton

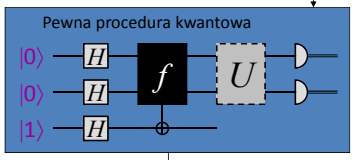
$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|0\rangle|0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle|1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle|0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle|1\rangle$ wynik pośredni

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

input Ψ

Pewna procedura kwantowa



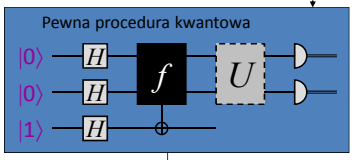
$|\Psi\rangle = \beta|0\rangle|0\rangle + \gamma|1\rangle|0\rangle$ fałszywy wynik pośredni

Poważny problem

Komputer kwantowy: $Q_n(\Psi)=p$

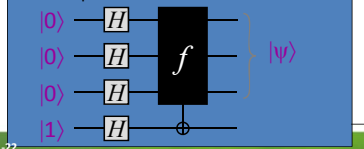
input Ψ

Pewna procedura kwantowa



$|\Psi\rangle = \beta|0\rangle|0\rangle + \gamma|1\rangle|0\rangle$ fałszywy wynik pośredni

inna procedura kwantowa



WYNIK FAŁSZYWY!

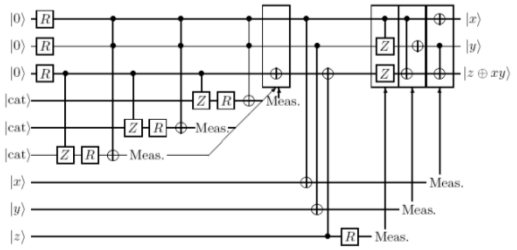
output

Poważny problem

Rozwiązania:

0 → 000
1 → 111

1. Procedury kwantowej korekcji błędów



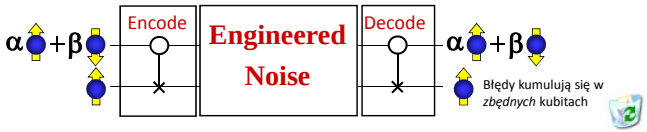
J. Preskill quant-ph/9705031

Figure 12: The fault-tolerant Toffoli gate. Each line represents a block of 7 qubits, and the gates are implemented transversally. For each measurement, the arrow points to the set of gates that is to be applied if the measurement outcome is 1; no action is taken if the outcome is 0.

Poważny problem

Rozwiązania:

1. Procedury kwantowej korekcji błędów



2. Na czas działania procedur kwantowych układ należy odizolować od wpływu otoczenia (liczy się tzw. czas koherencji, w którym układ pozostaje spójny).

Dekoherencja ogranicza rozmiary rejestru kwantowego

Poważny problem

Rozwiązania:

Is Fault-Tolerant Quantum Computation Really Possible?

M. I. Dyakonov
Laboratoire de Physique Théorique et Astroparticules, Université Montpellier II, France

The so-called "threshold" theorem says that, once the error rate per qubit per gate is below a certain value, indefinitely long quantum computation becomes feasible, even if all of the qubits involved are subject to relaxation processes, and all the manipulations with qubits are not exact. The purpose of this article, intended for physicists, is to outline the ideas of quantum error correction and to take a look at the proposed technical instruction for fault-tolerant quantum computation. It seems that the mathematics behind the threshold theorem is somewhat detached from the physical reality, and that some ideal elements are always present in the construction. This raises serious doubts about the possibility of large scale quantum computations, even as a matter of principle.

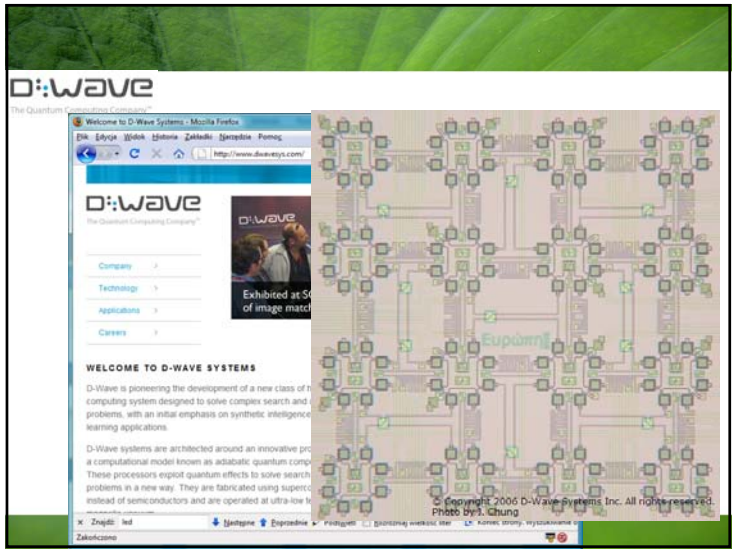
Dekoherencja ogranicza rozmiary rejestru kwantowego

Nowe podejścia

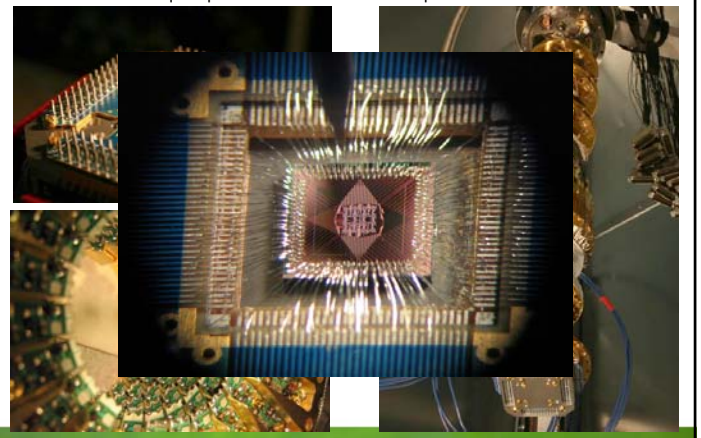
ELSEVIER
Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
Theoretical Computer Science 320 (2004) 15–33
Theoretical Computer Science
www.elsevier.com/locate/tcs

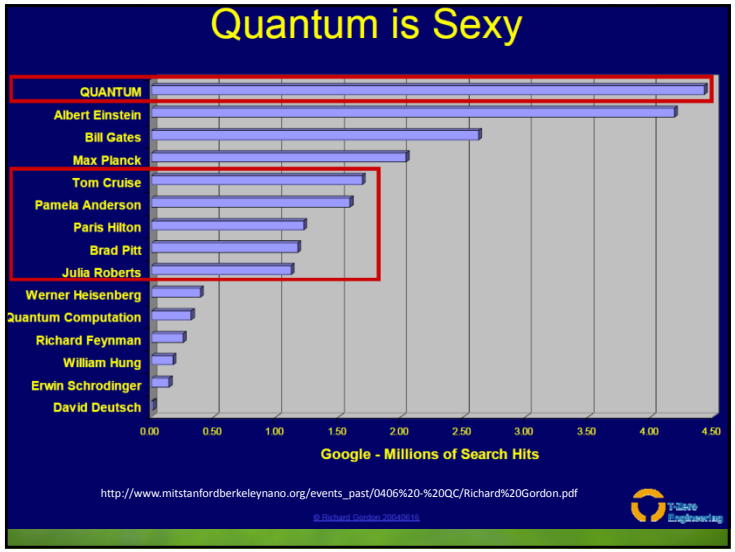
Quantum computing without entanglement☆

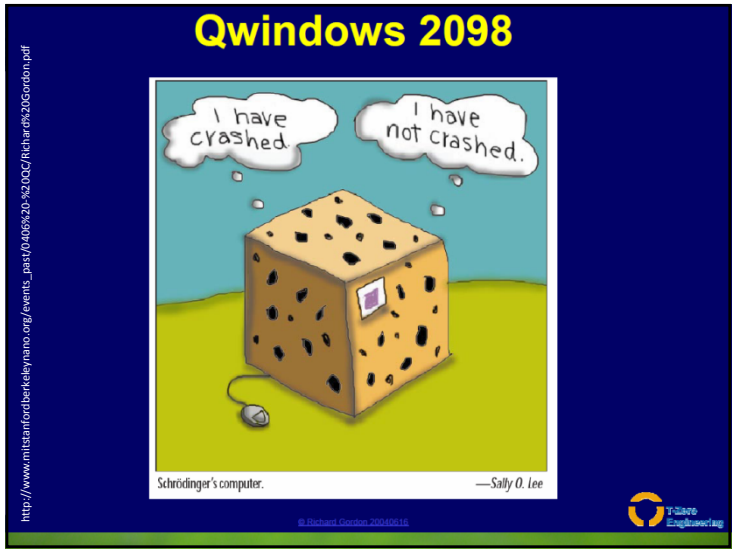
Eli Biham[a], Gilles Brassard[b], Dan Kenigsberg[a], Tal Mor[a]
[a]*Computer Science Department, Technion, Haifa 32000, Israel*
[b]*Département d'informatique et de recherche opérationnelle, Université de Montréal, Montréal, Qué., Canada, H3C 3J7*



Here's a view of a 16-qubit processor mounted in its sample holder.






Qwindows 2098
I have crashed.
I have not crashed.
Schrödinger's computer.
—Sally O. Lee
http://www.mitstanfordberkeleynano.org/events_past/0406%20-%20QC/Richard%20Gordon.pdf