

Mechanika kwantowa dla początkujących.



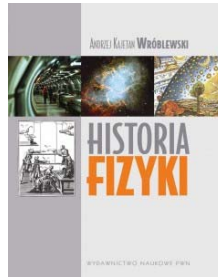
"ACTUALLY I STARTED OUT IN QUANTUM MECHANICS, BUT SOMEWHERE ALONG THE WAY I TOOK A WRONG TURN."

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl Wydział Fizyki UW

Historia Fizyki

Elementy historii nauki i rozwoju fizyki

Prof. dr hab Andrzej Kajetan Wróblewski



Historia fizyki. Od czasów najdawniejszych do współczesności
Wydawnictwo Naukowe PWN


2013-10-22 2

Matematyka i przyroda?

Metoda naukowa:

Dialog z przyrodą musi być prowadzony w języku matematyki, w przeciwnym razie przyroda nie odpowiada na nasze pytania.

prof. Michał Heller



2013-10-22

Matematyka i przyroda?

Metoda naukowa:

Dialog z przyrodą musi być prowadzony w języku matematyki, w przeciwnym razie przyroda nie odpowiada na nasze pytania.

prof. Michał Heller



2013-10-22 4

Trochę historii

<http://www.personal.umich.edu/~jboarf/money1.htm>

Sir Isaac Newton (4 January 1643 – 31 March 1727)

Michael Faraday, FRS (September 22, 1791 – August 25, 1867)

James Clerk Maxwell (13 June 1831 – 5 November 1879)

2013-10-22 5

Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy

Sir Ernest Rutherford (1871 -1937)

<http://rutherford.pl/informacje/doswiadczenie-rutherforda/>

2013-10-22 6

Trochę historii

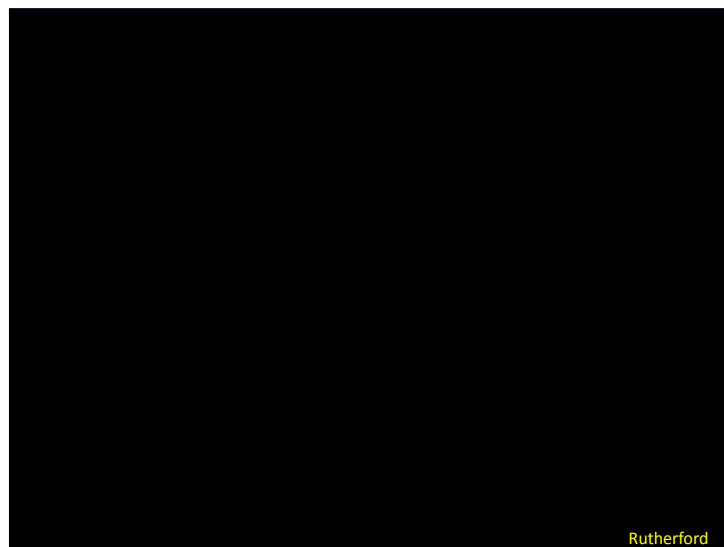
- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy

Sir Ernest Rutherford (1871 -1937)

Atomy	→ 10 ⁻¹⁰ m
Jądra atomowe	→ 10 ⁻¹⁴ m
Protony, neutrony	→ 10 ⁻¹⁵ m

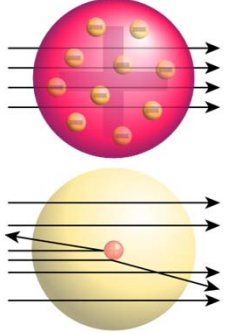

<http://rutherford.pl/informacje/doswiadczenie-rutherforda/>

2013-10-22 7



Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy

Sir Ernest Rutherford (1871 - 1937)

Atomy	→ 10 ⁻¹⁰ m
Jądra atomowe	→ 10 ⁻¹⁴ m
Protony, neutrony	→ 10 ⁻¹⁵ m

<http://rutherford.pl/informacje/doswiadczenie-rutherforda/>

2013-10-22 9

Trochę historii

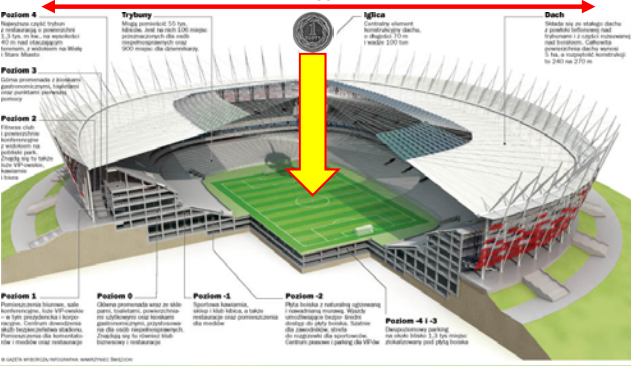
- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy



2013-10-22 10

Trochę historii

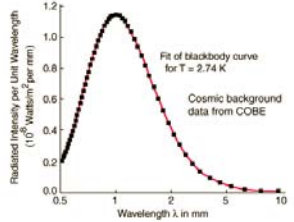
- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy



2013-10-22 11

Trochę historii

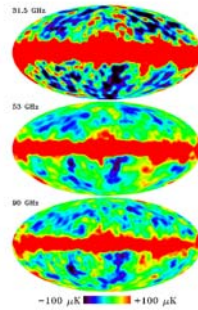
- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy
- Nierozwiązane problemy:
 - Promieniowanie ciała doskonale czarnego
 - Efekt fotoelektryczny
 - Linie widmowe atomów



2013-10-22 12

Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy
- **Nierozwiązane problemy:**
 - Promieniowanie ciała doskonale czarnego
 - Efekt fotoelektryczny
 - Linie widmowe atomów



2013-10-22

13

Materia i fale

Trochę historii



Albert Einstein, 5 Israeli Lira (1968)



Erwin Schrödinger, 1000 Austrian Schilling (1983)



Niels Bohr, 500 Danish Kroner



Lord Ernest Rutherford, 100 New Zealand Dollars

<http://www.personal.umich.edu/~jbour/money1.htm>

2013-10-22

15

Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy
- XX w: materia ma (również) charakter falowy, energia ma (również) charakter ziarnisty (korpuskularny)

2013-10-22

16

Trochę historii

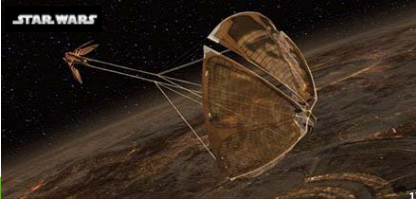
XX w: energia ma (również) charakter ziarnisty (korpuskularny)

- Rozwiązane problemy:
 - Promieniowanie ciała doskonale czarnego (Planck 1900, Nobel 1918)
 - Efekt fotoelektryczny (Einstein 1905, Nobel 1922)
 - Linie widmowe atomów (Bohr 1913, Nobel 1922)

$$p = h / \lambda$$

- Fotony – energia: $E = h \nu$ ($h = 6.626 \times 10^{-32} \text{ J s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV s}$)
- pęd: $p = E / c = h / \lambda$

Count Dooku's Geonosian solar sailer



2013-10-22 17

Trochę historii


XX w: materia ma (również) charakter falowy

Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)

$$\lambda = h / p$$

$$p = h / \lambda$$

klasycznie



http://www.colorado.edu/physics/2000/schroedinger/two-slits.html

Trochę historii


XX w: materia ma (również) charakter falowy

Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)


$$\lambda = h / p$$

$$p = h / \lambda$$

klasycznie



kwantowo



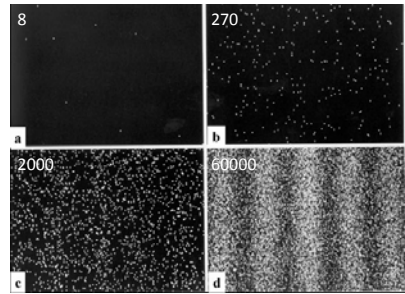
2013-10-22 19

Trochę historii

XX w: materia ma (również) charakter falowy

Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)

$$\lambda = h / p$$



Single-electron events build up over a 20 minute exposure to form an interference pattern in this double-slit experiment by Akira Tonomura and co-workers. (a) 8 electrons; (b) 270 electrons; (c) 2000 electrons; (d) 60,000. A video of this experiment will soon be available on the web (www.hrd.hitachi.co.jp/e/m/doubleslit.html).

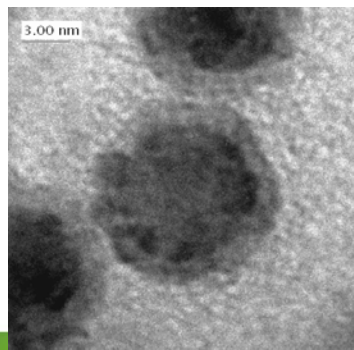
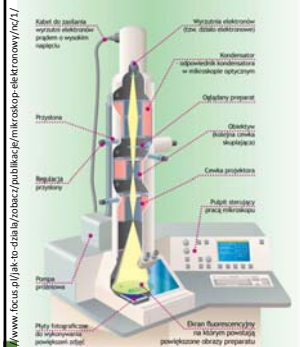
2013-10-22 20

Trochę historii

XX w: materia ma (również) charakter falowy

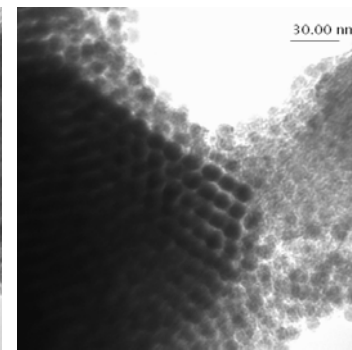
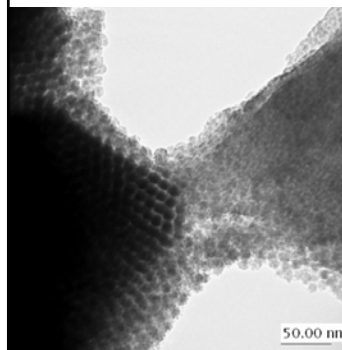
Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)

$$\lambda = h / p$$



21

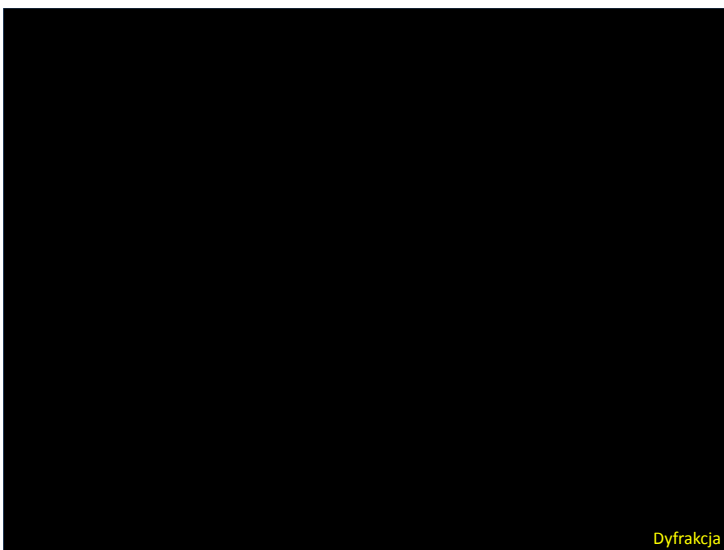
Magnetyczne QD's



Synteza: Paweł Majewski, TEM: Jolanta Borysiuk

2013-10-22

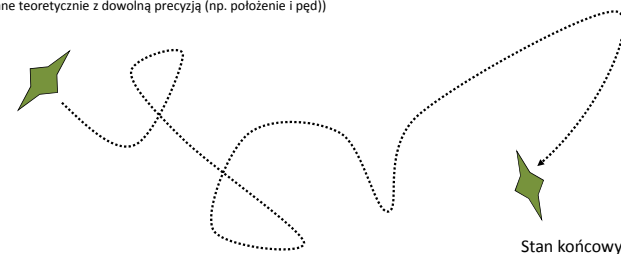
22



Świat klasyczny i kwantowy

Mechanika klasyczna:

Warunki początkowe
(znane teoretycznie z dowolną precyzją (np. położenie i pęd))



Ewolucja (w tzw. przestrzeni stanów)
(Lagranżjan, Hamiltonian)

2013-10-22

24

Świat klasyczny i kwantowy

Mechanika klasyczna:

Warunki początkowe
(znane teoretycznie z dowolną precyzją (np. położenie i pęd))

$$\vec{r}(t=0) = [x_0, y_0, z_0]$$

$$\vec{v} = [v_x, 0, v_z]$$

$$\vec{r}(t) = \left[x_0 + v_x t, y_0, z_0 + v_z t - \frac{gt^2}{2} \right]$$

Stan końcowy

Ewolucja (w tzw. przestrzeni stanów)
(Lagranżjan, Hamiltonian)

2013-10-22 25

Świat klasyczny i kwantowy

Mechanika kwantowa:

Warunki początkowe
(nie mogą być znane z dowolną precyzją)

Stan końcowy
(znamy jedynie prawdopodobieństwa)

Ewolucja
(Hamiltonian, równanie Schrodingera)

2013-10-22 26

Świat klasyczny i kwantowy

Stan cząstki musi być określony w CAŁEJ przestrzeni
→ FUNKCJA FALOWA

$$\Psi_n(\vec{r}, t)$$

n – liczby kwantowe

Uwaga 1: funkcję falową określają m.in LICZBY KWANTOWE:
Uwaga 2: funkcja falowa jest określona w całej przestrzeni, w tym sensie jej ewolucja opisuje wszystkie możliwe historie cząstki:
Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)
Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. redukcja f. falowej)
Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

2013-10-22 27

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 1: funkcję falową określają m.in LICZBY KWANTOWE:

$$\Psi_n(\vec{r}, t)$$

n – liczby kwantowe np.:

Przykłady „kwantów”
masa, ładunek, energia („poziomy energetyczne” w atomie, w kryształach), moment pędu (orbitalny, spinowy), rzut momentu pędu, minimalne natężenie światła o danej energii
 $E = h \nu$, polaryzacja światła, itp...

Widmo H

$$\frac{hc}{\lambda} = h\nu = \mathcal{R} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

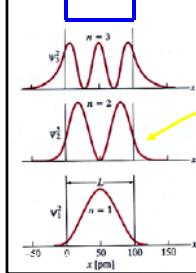
2013-10-22 28

Świat klasyczny i kwantowy

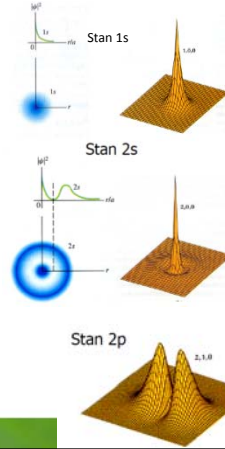
Uwaga 2: funkcja falowa jest określona w całej przestrzeni, w tym sensie jej ewolucja opisuje wszystkie możliwe historie cząstki:

$|\Psi_n(\vec{r}, t)|^2$ określa tzw. gęstość prawdopodobieństwa

$$\hat{H}\Psi(\vec{r}) = \left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \right) \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$

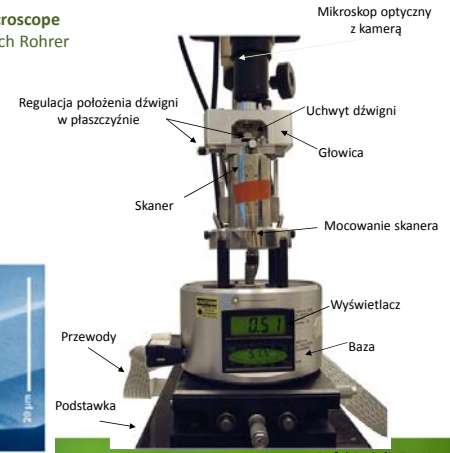
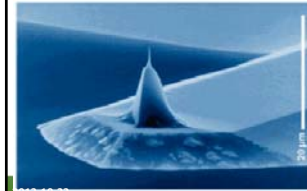
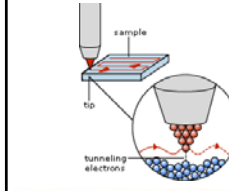


Uwięziona cząstka wnika w barierę potencjału



Świat klasyczny i kwantowy

STM – Scanning Tunneling Microscope
Nobel 1986 Gerd Binnig, Heinrich Rohrer

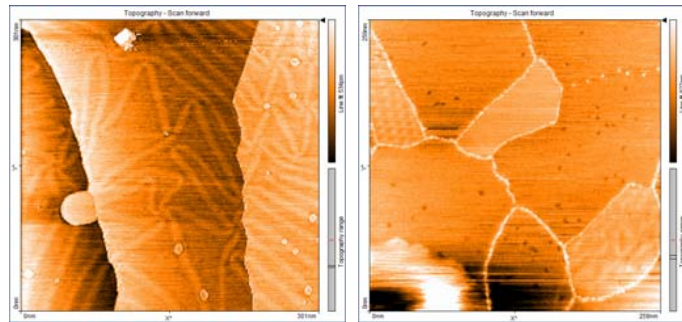


www.nanosensors.com

Rafał Bożek, FUW 30

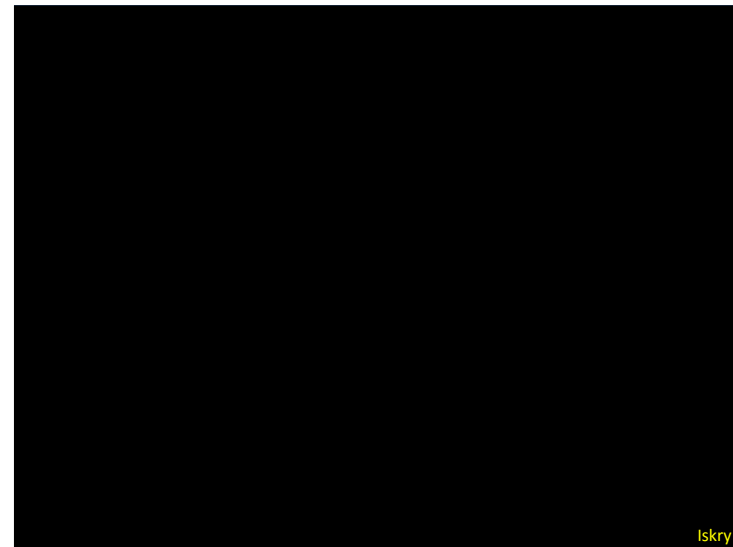
Świat klasyczny i kwantowy

Polski grafen



2013-10-22

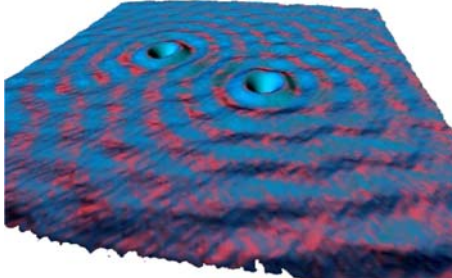
31



Iskry

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)



$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

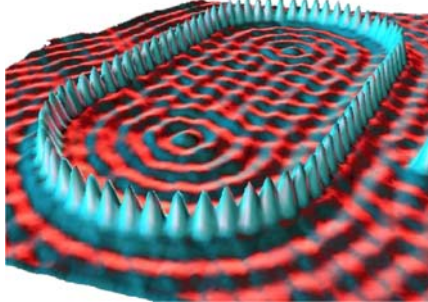
Człon interferencyjny

A quantum waves
 In this scanning tunneling microscope (STM) image, electron density waves are seen to be breaking around two atom-sized defects on the surface of a copper crystal. The resultant standing waves result from the interference of the electron waves scattering from the defects. Courtesy, Don Eigler, IBM.

2013-10-22 33

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)



$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

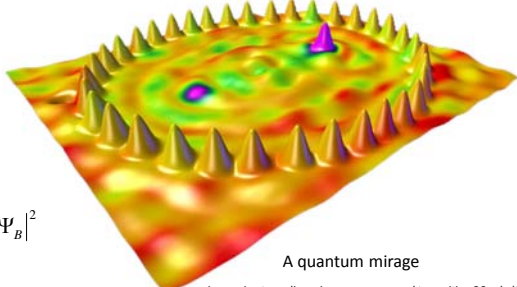
Człon interferencyjny

A quantum corral
 Scanning tunnelling microscope (STM) picture of a stadium-shaped "quantum corral" made by positioning iron atoms on a copper surface. This structure was designed for studying what happens when surface electron waves in a confined region. Courtesy, Don Eigler, IBM.

2013-10-22 34

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)



$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

Człon interferencyjny

A quantum mirage
 A scanning tunneling microscope was used to position 36 cobalt atoms in an elliptical structure known as a "quantum corral." Electron waves moving in the copper substrate interact both with a magnetic cobalt atom carefully positioned at one of the foci of the ellipse and apparently with a "mirage" of another cobalt atom (that isn't really there) at the other focus. (Courtesy of IBM.) reported by: Manoharan et al., in *Nature*, 3 February 2000

2013-10-22 35

Interferencja

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B \xrightarrow{\text{pomiar } A \text{ lub } B} \begin{cases} \Psi = \Psi_A & \text{z prawdopodobieństwem } A^2 \\ \Psi = \Psi_B & \text{z prawdopodobieństwem } B^2 \end{cases}$$

2013-10-22 37

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B \xrightarrow{\text{pomiar } A \text{ lub } B} \begin{cases} \Psi = \Psi_A & \text{z prawdopodobieństwem } A^2 \\ \Psi = \Psi_B & \text{z prawdopodobieństwem } B^2 \end{cases}$$

Czasami ważna jest KOLEJNOŚĆ pomiaru:

Pomiar = observable = operatory = reguły komutacji
 Zasady nieoznaczoności Heisenberga (położenie i pęd, energia i czas, rzuty momentów pędu itd).

$$[\hat{p}, \hat{x}] = -i\hbar$$

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

$$\hat{U}\hat{W}\Psi \neq \hat{W}\hat{U}\Psi \text{ gdy } \hat{U}\hat{W} - \hat{W}\hat{U} = [\hat{U}, \hat{W}] \neq 0$$

Zasada superpozycji stanów. Stany splątane

2013-10-22 38

Synteza kropek kwantowych

Zasada nieoznaczoności Heisenberga

CdSe/ZnS 1-10 nm <http://www.nanopicoftoday.org/2003/Pics/ODRainbow.htm>

2013-10-22 39

3 polaryzatory

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

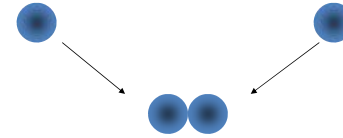


2013-10-22

41

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

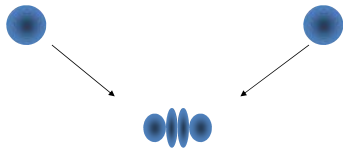


2013-10-22

42

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

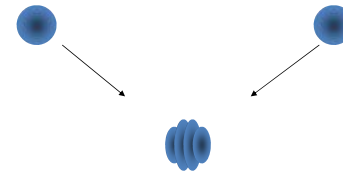


2013-10-22

43

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

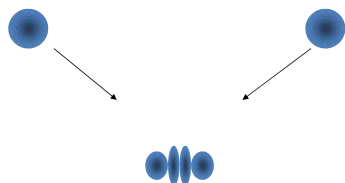


2013-10-22

44

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

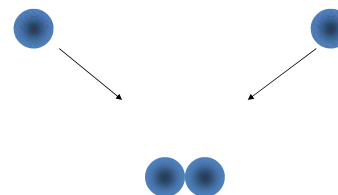


2013-10-22
2013-10-22

45

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

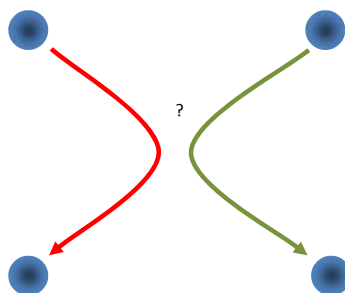


2013-10-22

46

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

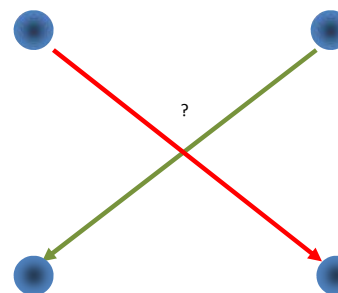


2013-10-22

47

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE



2013-10-22

48

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

Funkcja falowa CAŁEGO układu
 STATYSTYKA:
 Świat fermionów (e,p,n)
 Świat bozonów (foton, bozon W)

Zakaz Pauliego, statystyka Fermiego-Diraca, Bosego-Einsteina, oddziaływanie wymienne, ferromagnetyzm

2013-10-22 49



Wnioski (niektóre)

Opis matematyczny to tzw. *stany własne* (ortogonalne, ang. *eigen states*) $\{|A\rangle, |B\rangle\}$

dwa poziomy atomy $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ np. $g = 1s, e = 2s$

spin elektronu $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$

foton o dwóch wzajemnie ortogonalnych stanach polaryzacji $\{|\rightarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$

Jeśli stan cząstki opisują jednocześnie dwa stany A i B (mówimy o *superpozycji stanów*), to cząstka nie może być zaobserwowana w obu z nich na raz (tzw. *ortogonalność stanów*)!

$$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$$

$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$ ewolucja $\Psi = \Psi_A$ $\Psi = \Psi_B$

↑
 pomiar A lub B
 prawdopodobieństwo A^2 lub B^2

2013-10-22 51

Zakaz klonowania

Zródło: Lucasfilm

$|\Psi\rangle \rightarrow |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, |\Psi\rangle, \dots$

„czysta kartka”

2013-10-22 52

