



Oscylacje Weissa

EUROPHYSICS LETTERS 15 January 1989
Europhys. Lett., 8 (2), pp. 179-184 (1989)

Magnetoresistance Oscillations in a Two-Dimensional Electron Gas Induced by a Submicrometer Periodic Potential.

D. WEISS (*), K. V. KLITZING (*), K. PLOOG (*) and G. WEIMANN (**)
 (*) *Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Heisenbergstraße 1
 D-7000 Stuttgart 80, F.R.G.*
 (**) *Walter-Schottky-Institut, TUM, D-8046 Garching, F.R.G.*

(received 29 October 1988; accepted 7 November 1988)

Abstract. – A new type of magnetoresistance oscillation periodic in $1/B$ is observed when the carrier density N_s of a two-dimensional electron gas is weakly modulated with a period smaller than the mean free path of the electrons. Experiments with high mobility AlGaAs-GaAs heterojunctions where N_s is modulated by holographic illumination at $T \leq 4.2$ K show that the period of the additional quantum oscillation is determined by the separation a of the interference fringes. This period corresponds to Shubnikov-de Haas oscillations where only the electrons within the first reduced Brillouin zone with $|k| < \pi/a$ contribute.

2013-02-27 2

Oscylacje Weissa

1. Jakie warstwy zostały wyhodowane w celu uzyskania 2DEG? (szkic?)
2. Gdzie było domieszkanie? Dlaczego jako domieszek użyto w próbce atomy krzemu?
3. Jaki kształt miała próbka?

The samples used in this work were conventional AlGaAs-GaAs heterostructures grown by molecular beam epitaxy [5] with carrier densities between $1.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ and $4.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ and low-temperature mobilities ranging from $0.23 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ to $1 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Illumination of the samples increases both the carrier density and the mobility at low temperatures. The heterojunctions discussed in this letter consist of a semi-insulating GaAs substrate, followed by a $(1+4) \mu\text{m}$ thick undoped GaAs layer, an undoped AlGaAs spacer $((6+33) \text{ nm})$, Si-doped AlGaAs $((33+84) \text{ nm})$, and an undoped GaAs top layer ($\approx 22 \text{ nm}$). For an analysis of the magnetotransport properties parallel and perpendicular to the interference fringes an L-shaped sample geometry was chosen (sketched on the right-hand side of fig. 1). Such a mesa structure was produced using standard photolithographic-and

2013-02-27 3

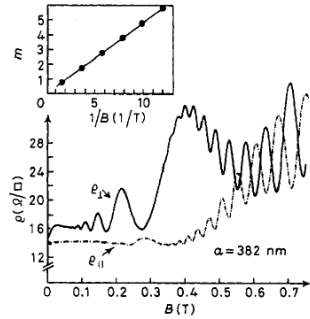
Oscylacje Weissa

4. W jaki sposób światło zmieniało koncentrację nośników?
5. Jakiego światła użyto w eksperymencie? Czy było ono absorbowane, w której warstwie?
6. Jak przebiegał eksperyment? Co było mierzone? Co się zmieniło? W jakim zakresie?
7. Na jakiej zasadzie mogła działać przesłona (shutter), której autorzy pracy używali do modulowania wiązki laserowej? Czy poza zapobieganiem fluktuacjom wzoru interferencyjnego na powierzchni próbki, modulowanie oświetlenia laserowego mogło mieć jeszcze jakiś inny korzystny wpływ na przebieg eksperymentu?

2013- Fig. 1. – Schematic experimental set-up (left-hand side) and top view of the L-shaped sample geometry where the interference pattern is shown schematically. 4

Oscylacje Weissa

- Przeanalizuj rysunek 2. Jak powstał inset (czyli mniejszy rysunek)? Jak z SdH wyznaczyć koncentrację i ruchliwość?
- Jakiej ruchliwości należy użyć w celu obliczenia średniej drogi swobodnej nośników ładunku w próbce (elektronów)? W jaki sposób można taką ruchliwość wyznaczyć?



$$n = \frac{e}{\pi \hbar} \left(\Delta \frac{1}{B} \right)^{-1}$$

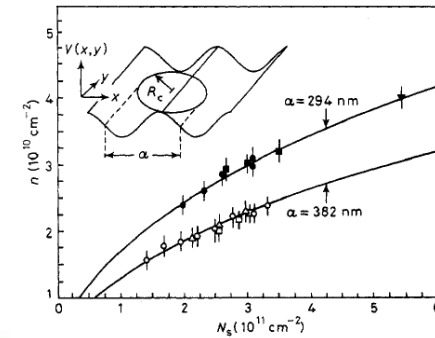
2013-02-27

5

Oscylacje Weissa

- Jak wygląda związek pomiędzy koncentracją gazu elektronowego a energią stanów, które zajmują tworzące go nośniki ładunku?
- Z czego wynika wzór (1)? (odniesienie do wykładu)
- Przedyskutuj wyniki zaprezentowane na rysunku 3.

$$n = \frac{e}{\pi \hbar} \left(\Delta \frac{1}{B} \right)^{-1}$$



2013-02-27

6

Oscylacje Weissa

- Jakie są charakterystyczne wielkości wyznaczone w eksperymencie? Co mówi wzór (2), skąd się wziął?
- Jaką zależność energii Fermiego od koncentracji przyjęto w analizie (3D? 2D? 1D?)
- Dlaczego w opisie zaobserwowanych zjawisk brana jest pod uwagę wyłącznie prędkość elektronów na poziomie Fermiego?

$$R_c = \frac{m^*}{e} \frac{v_F}{B} = \frac{a}{2} (m + \varphi), \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta \frac{1}{B} = e \frac{a}{2 \hbar k_F}$$

2013-02-27

7

Oscylacje Weissa

- (TRUDNE) Dlaczego w kwantowo-mechanicznym spojrzeniu, po holograficznym oświetleniu próbki, elektrony w pierwszej strefie Brillouina nie mogą uzyskać pseudopędu większego niż π/a gdzie a jest okresem wzoru interferencyjnego na powierzchni próbki? Jak inaczej można spojrzeć na oświetlenie modulujące przestrzennie koncentrację gazu elektronowego?

The period of the additional oscillations can be described in a more quantum-mechanical picture. The additional periodic potential introduces new Brillouin zones where in one direction $-\pi/a$ and π/a form the boundary of the first Brillouin zone, while in the other direction the electron states are occupied up to k_F . We observe that the carrier density which fills the first reduced Brillouin zone is equal to that connected with the additional oscillations.

In summary we have reported a new type of magnetoresistance oscillation, the periodicity of which can be equally well described either by the condition that the classical cyclotron orbit equals an integer multiple of the periodic potential period or in terms of the carrier density required to fill the first reduced Brillouin zone of the modulated system.

2013-02-27

8

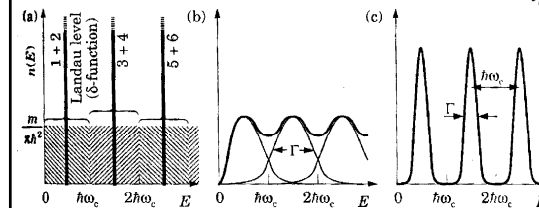
Oscylacje Weissa

2013-02-27

9

Poziomy Landaua

$$N^{2D}(E) = \frac{m}{\pi\hbar^2} \quad \text{Poszerzenie poziomów na skutek rozproszeń } \Gamma = \hbar/\tau_i$$



τ_i to jednocząstkowy (albo kwantowy) czas życia – to NIE jest ten sam czas, który omawialiśmy w modelu Drudego (transportowy)

FIGURE 6.7. Density of states in a magnetic field, neglecting spin splitting. (a) The states in each range $\hbar\omega_c$ are squeezed into a δ -function Landau level. (b) Landau levels have a non-zero width Γ in a more realistic picture and overlap if $\hbar\omega_c < \Gamma$. (c) The levels become distinct when $\hbar\omega_c > \Gamma$.

Licząc 2 spiny: $2n_B = \frac{2eB}{h} = \frac{2m\omega_c}{2\pi\hbar} = \frac{m}{\pi\hbar^2} \hbar\omega_c$

Każdy ze stanów na poziomie Landaua zajmuje powierzchnię $\frac{h}{eB} = 2\pi l_B^2$

$$l_B = \sqrt{\frac{h}{m\omega_c}} = \sqrt{\frac{h}{eB}}$$

2013-02-27

10

Poziomy Landaua

$n_B = \frac{eB}{h}$ degeneracja poziomów Landaua – ilość DOZWOLONYCH stanów na każdym z poziomów Landaua na jednostkę powierzchni – **rośnie z polem B**

Koncentracja nośników 2D: n_{2D} – na ilu poziomach Landaua zamieszczą się te nośniki?

Współczynnik wypełnienia *filling factor* ν (zwykle nie jest to liczba całkowita)

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = \frac{\Phi_0 n_{2D}}{B} = 2\pi l_B^2 n_{2D} \quad (\text{z uwzględnieniem degeneracji spinów})$$

Zwiększając pole magnetyczne kolejno zapełniamy poziomy Landaua. Można całkowicie zapełnić n -ty poziom ($\nu = n$) i wtedy $B_n = \hbar n_{2D}/en$, aż osiągniemy $n = 1$, czyli wszystkie elektrony będą na tym samym poziomie Landaua (tzw. *limit kwantowy*).

Dla $\nu < 1$ zaczynają się dziać ciekawe rzeczy (do których zaraz wrócimy!)

2013-02-27

11

Poziomy Landaua

$n_B = \frac{eB}{h}$ degeneracja poziomów Landaua – ilość DOZWOLONYCH stanów na każdym z poziomów Landaua na jednostkę powierzchni – **rośnie z polem B**

Koncentracja nośników 2D: n_{2D} – na ilu poziomach Landaua zamieszczą się te nośniki?

Współczynnik wypełnienia *filling factor* ν (zwykle nie jest to liczba całkowita)

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = \frac{\Phi_0 n_{2D}}{B} = 2\pi l_B^2 n_{2D} \quad (\text{z uwzględnieniem degeneracji spinów})$$

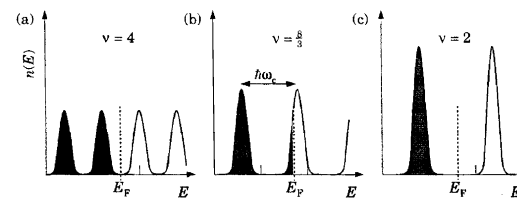


FIGURE 6.8. Occupation of Landau levels in a magnetic field neglecting the spin splitting, showing how the Fermi level moves to maintain a constant density of electrons. The fields are in the ratio 2 : 3 : 4 and give $\nu = 4, \frac{3}{2}$, and 2.

2013-02-27

12

Poziomy Landaua

Poziom Fermiego leży **pomiędzy** poziomami Landaua – nie ma tam DOS, zmiana E_F nie zmienia DOS – stany *nieściśliwe* (incompressible)

Poziom Fermiego leży **wewnątrz** poziomu Landaua – duża DOS, zmiana E_F mocno wpływan na DOS – stany *ściśliwe* (compressible)

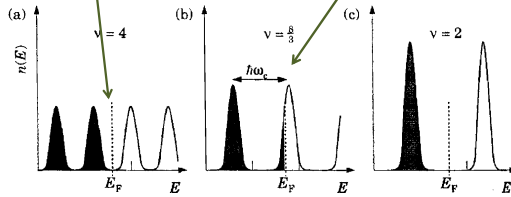


FIGURE 6.8. Occupation of Landau levels in a magnetic field neglecting the spin splitting, showing how the Fermi level moves to maintain a constant density of electrons. The fields are in the ratio 2 : 3 : 4 and give $\nu = 4, \frac{3}{2},$ and 2.

2013-02-27

13

Poziomy Landaua

Poziom Fermiego w polu magnetycznym:

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = \frac{\Phi_0 n_{2D}}{B} = 2\pi l_B^2 n_{2D}$$

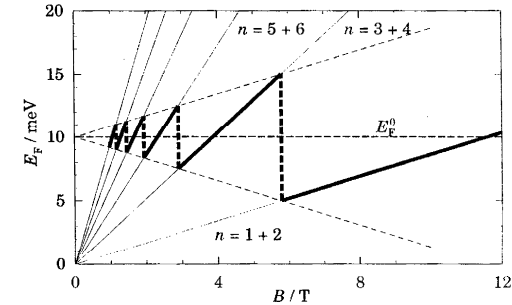


FIGURE 6.9. Variation of the Fermi level as a function of magnetic field for a two-dimensional electron gas in GaAs with $E_F^0 = 10$ meV before the field was applied. Spin splitting is neglected. The fan of thin lines shows the Landau levels, while the discontinuous thick line is E_F .

2013-02-27

14

Efekt Shubnikova-de Haasa

Shubnikov-de Haas effect

9.4.1 Types of quantum oscillation

As the electronic density of states at E_F determines most of a metal's properties, virtually all properties will exhibit quantum oscillations in a magnetic field. Examples include⁷

- oscillations of the magnetisation (the de Haas-van Alphen effect);
- oscillations of the magnetoresistance (the Shubnikov-de Haas effect);
- oscillations of the sample length;
- oscillations of the sample temperature;
- oscillations in the ultrasonic attenuation;
- oscillations in the Peltier effect and thermoelectric voltage;
- oscillations in the thermal conductivity.

⁶However, open orbits do lead to a very interesting quantum phenomenon which has recently been observed in high-frequency experiments; see A. Ardavan *et al.*, *Phys. Rev. B* **60**, 15500 (1999); *Phys. Rev. Lett.* **81**, 713 (1998).
⁷Some pictures of typical data are shown in *Solid State Physics*, by N.W Ashcroft and N.D. Mermin (Holt, Rinehart and Winston, New York 1976) pages 266-268.

http://www2.physics.ox.ac.uk/sites/default/files/BandMT_09.pdf

2013-02-27

15

Efekt Shubnikova-de Haasa

Shubnikov-de Haas effect

Gęstość stanów oscyluje - spada do 0 dla $\nu = n$ i jest największa dla $\nu \approx n + \frac{1}{2}$ - najprościej to zmierzyć w magnetooporze R_{xx} .

Oscylacje zależą od stódnku energii Fermiego E_F do częstóci cyklotronowej $\hbar\omega_c = eB/m^*$. Oscylacje sá periodyczne w funkcji $1/B$.

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = \frac{\Phi_0 n_{2D}}{B} = 2\pi l_B^2 n_{2D}$$

Z SdH można także wyznaczyć masę efektywną m^* oraz czas kwantowy τ_q . Amplituda oscylacji jest dana przez

$$\Delta\rho_{SDH} = 4\rho_0\delta \cos(4\pi\nu) \frac{\xi(T)}{\sinh(\xi(T))} \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau_q}\right)$$

$$\xi(T) = 2\pi^2 kT / \hbar\omega_c$$

Zależność temperaturowa daje m^* , tłumienie τ_q .

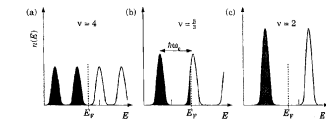
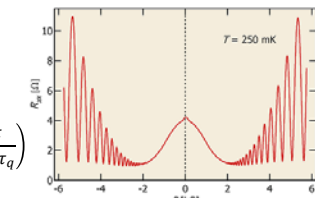


FIGURE 6.8. Occupation of Landau levels in a magnetic field neglecting the spin splitting, showing how the Fermi level moves to maintain a constant density of electrons. The fields are in the ratio 2 : 3 : 4 and give $\nu = 4, \frac{3}{2},$ and 2.



<http://groups.physics.umn.edu/zudovlab/content/sdho.htm>

2013-02-27

16

Efekt Shubnikova-de Haas

Shubnikov-de Haas effect

Gęstość stanów oscyluje - spada do 0 dla $\nu = n$ i jest największa dla $\nu \approx n + \frac{1}{2}$ - najprościej to zmierzyć w magnetooporze R_{xx} .

Oscylacje zależą od stodunku energii Fermiego E_F do częstości cyklotronowej $\hbar\omega_c = eB/m^*$. Oscylacje są periodyczne w funkcji $1/B$.

$$\nu = \frac{n_{2D}}{n_B} = \frac{\hbar n_{2D}}{eB} = \frac{\Phi_0 n_{2D}}{B} = 2\pi l_B^2 n_{2D}$$

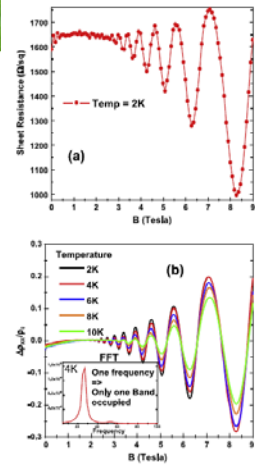
Z SdH można także wyznaczyć masę efektywną m^* oraz czas kwantowy τ_q . Amplituda oscylacji jest dana przez

$$\Delta\rho_{SdH} = 4\rho_0\delta \cos(4\pi\nu) \frac{\xi(T)}{\sinh(\xi(T))} \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau_q}\right)$$

$$\xi(T) = 2\pi^2 kT / \hbar\omega_c$$

Zależność temperaturowa daje m^* , tłumienie τ_q .

A. Nainani et al. Solid-State Electronics 62 (2011) 138–141



2013-02-27

17

Efekt Shubnikova-de Haasa

Shubnikov-de Haas effect

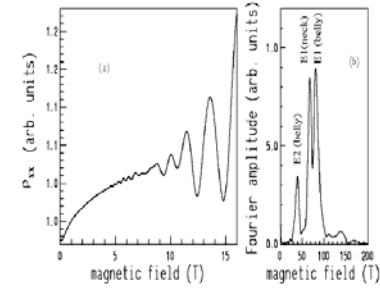


Figure 1. Shubnikov-de Haas oscillations (a) and its Fourier transform (b) measured at 4.2K for sample No.326.

Henriques et al. Brazil. J. of Phys. 29, 707 (1999)

2013-02-27

18

Efekt Shubnikova-de Haasa

Shubnikov-de Haas effect

Gęstość stanów oscyluje - spada do 0 dla $\nu = n$ i jest największa dla $\nu \approx n + \frac{1}{2}$ - najprościej to zmierzyć w magnetooporze R_{xx} .

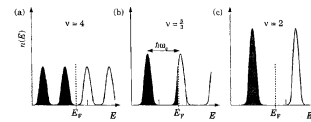
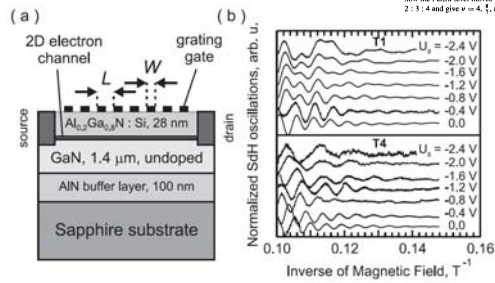


FIGURE 6.6. Occupation of Landau levels in a magnetic field neglecting the spin splitting, showing how the Fermi level moves to maintain a constant density of electrons. The fields are in the ratio 2 : 3 : 4 and give $\nu = 4, 3$, and 2.



K. Nogajewski et al., Appl. Phys. Lett. 99, 213501 (2011)

2013-02-27

19

Kropki kwantowe

$$E_{nl} = (2n + |l| - 1) \sqrt{(\hbar\omega_0)^2 + \left(\frac{1}{2}\hbar\omega_c\right)^2} + \left(\frac{1}{2}\hbar\omega_c\right)l$$

$$n = 1, 2, 3 \dots \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

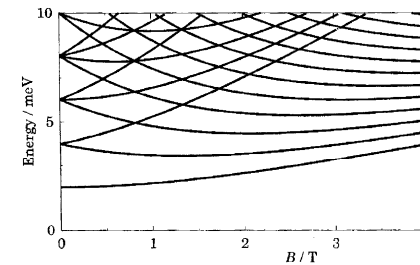


FIGURE 6.16. Energy levels in a magnetic field of a GaAs dot with a parabolic confining potential giving $\hbar\omega_0 = 2$ meV.

2013-02-27

20

Potencjał harmoniczny 2D

$$E_n^x = \hbar\omega_0 \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \text{ w kierunku } x \text{ i taka sama w } y$$

$$E_n^y = \hbar\omega_0 \left(n_y + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_n = E_n^x + E_n^y = \hbar\omega_0(N + 1)$$

Degeneracja? $N = n_x + n_y$

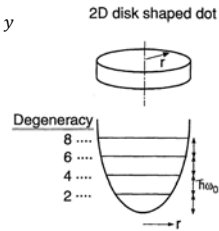


Fig. 5. Schematic model for the vertical dot with a harmonic lateral potential. The single-particle states are laterally confined into discrete equidistant 0D levels whose degeneracies are 2, 4, 6, 8, ... including spin degeneracy from the lowest level.

Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 36 (1997) pp. 3917-3923 Part 1, No. 6B, June 1997

Przypomnienie

Potencjał harmoniczny 2D

$$E_n^x = \hbar\omega_0 \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \text{ w kierunku } x \text{ i taka sama w } y$$

$$E_n^y = \hbar\omega_0 \left(n_y + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_n = E_n^x + E_n^y = \hbar\omega_0(N + 1)$$

Degeneracja? $N = n_x + n_y$

$$g_N = N + 1$$

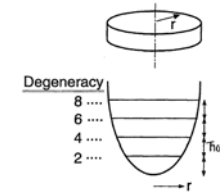


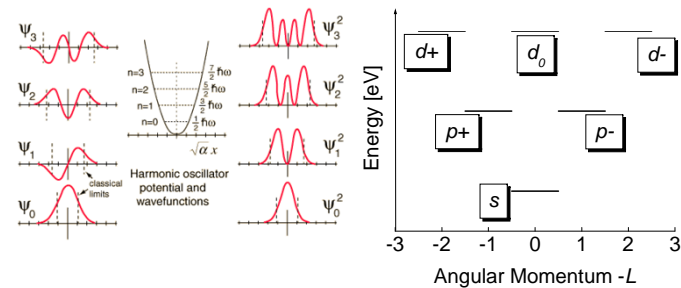
Fig. 5. Schematic model for the vertical dot with a harmonic lateral potential. The single-particle states are laterally confined into discrete equidistant 0D levels whose degeneracies are 2, 4, 6, 8, ... including spin degeneracy from the lowest level.

Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 36 (1997) pp. 3917-3923 Part 1, No. 6B, June 1997

N	(n_x, n_y)
0	(0,0)
1	(1,0) (0,1)
2	(2,0) (1,1) (0,2)
3	(3,0) (2,1) (1,2) (0,3)

Przypomnienie

Potencjał harmoniczny 2D



$$n, m = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = n - m \text{ (elektron)}$$

Przypomnienie

Adam Babiński

Kropki kwantowe

Fock-Darwin spectrum

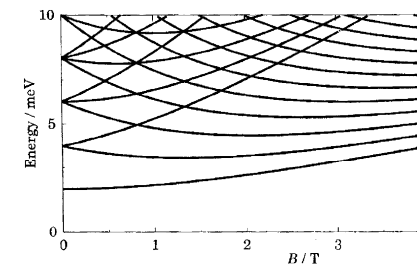
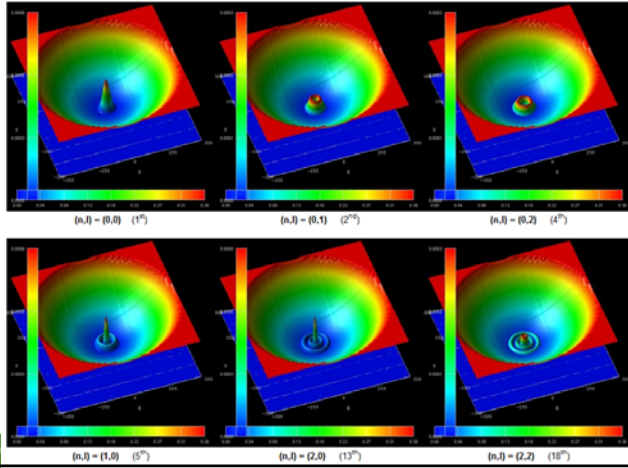


FIGURE 6.16. Energy levels in a magnetic field of a GaAs dot with a parabolic confining potential giving $\hbar\omega_0 = 2 \text{ meV}$.

Kropki kwantowe



http://www.nextnano.de/nextnano3/tutorial/2Dtutorial_FockDarwin.htm

2013-0

25

Kropki kwantowe

