Elektrodynamika z elementami teorii pola

Wykład 11

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\mathrm{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \varepsilon_0\dot{\vec{E}}) \qquad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}T - \iiint \vec{j}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}^3 r = 0$$

$$-\vec{j}\cdot\vec{E} = \left(-\frac{1}{\mu_0}\mathrm{rot}\,\vec{B} + \varepsilon_0\dot{\vec{E}}\right)\cdot\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E}\cdot\dot{\vec{E}} - \vec{E}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{B}\quad\frac{1}{\mu_0}$$

$$= \left(\varepsilon_0\vec{E}\cdot\dot{\vec{E}} + \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\cdot\dot{\vec{B}}\right) + \mathrm{div}(\vec{E}\times\vec{B})$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(T_{\text{czastek V}} + \iiint_{\mathrm{V}}\left(\frac{\varepsilon_0}{2}\vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2\right)\mathrm{d}^3 r\right) = -\oint\!\!\!\oint_{\mathrm{S(V)}}\frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S$$

Wektor Poyntinga: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}_i = q_i(\vec{E}(\vec{r}_i,t) + \vec{v}_i \times \vec{B}(\vec{r}_i,t))$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}_{\mathrm{mech,V}} = \sum q_i(\vec{E}(\vec{r}_i,t) + \vec{v}_i \times \vec{B}(\vec{r}_i,t)) = \iiint\limits_{\mathrm{V}} \rho\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{j} \times \vec{B}(\vec{r},t))\mathrm{d}^3 r$$

Korzystając z równań Maxwella eliminujemy ρ i $\vec{j}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}_{\mathrm{mech}} = \iiint\left((\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E})\vec{E} + (\frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla} \times \vec{B} - \varepsilon_0\dot{\vec{E}}) \times \vec{B}(\vec{r},t)\right)\mathrm{d}^3 r$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{p}_{\mathrm{mech}} + \iiint \varepsilon_0\mu_0\vec{\mathrm{S}}\mathrm{d}^3 r\right) = \iiint\left((\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E})\vec{E} - \varepsilon_0\vec{E} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + (\frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\vec{B})\vec{B} - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B})\right)\mathrm{d}^3 r$$

$$\left((\vec{\nabla}\vec{E})\vec{E}-\vec{E}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})\right)_\alpha =$$

$$=\frac{\partial}{\partial x_1}(E_\alpha E_1)+\frac{\partial}{\partial x_2}(E_\alpha E_2)+\frac{\partial}{\partial x_3}(E_\alpha E_3)-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left((E_1)^2+(E_2)^2+(E_3)^2\right)=$$

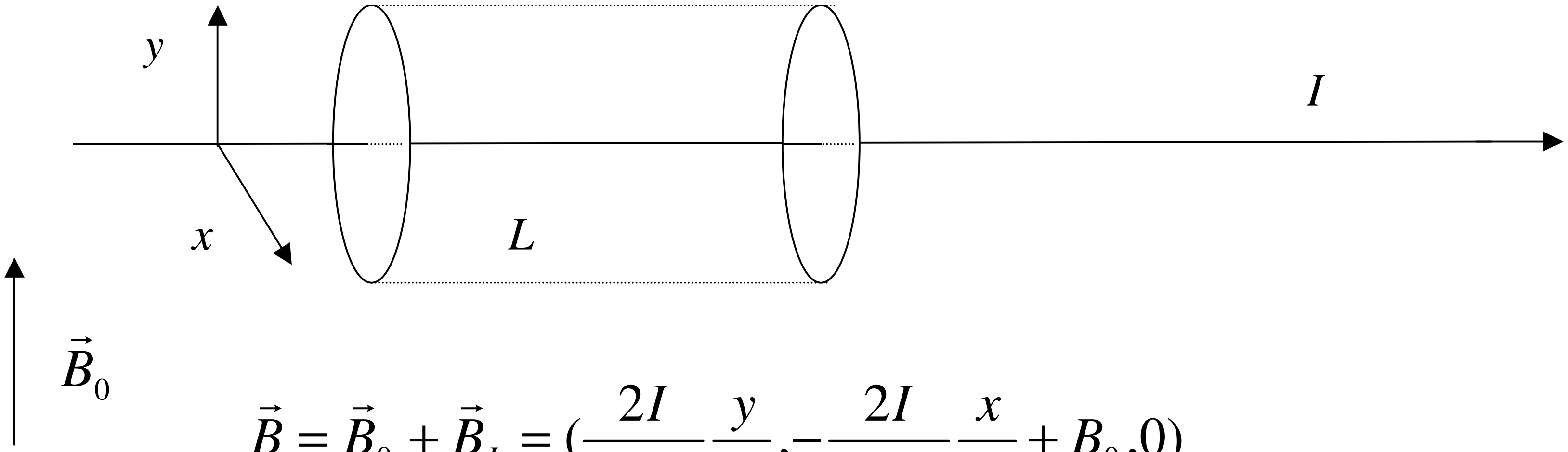
$$=\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(E_\alpha E_\beta-\delta_{\alpha\beta}\frac{E^2}{2}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{p}_{\text{mech}}+\iiint \varepsilon_0\mu_0\vec{S}\,\mathrm{d}^3r\right)_\alpha=\iiint\left(\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(E_\alpha E_\beta-\delta_{\alpha\beta}\frac{E^2}{2}\right)+\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(B_\alpha B_\beta-\delta_{\alpha\beta}\frac{B^2}{2}\right)\right)\mathrm{d}^3r=$$

$$=\iiint\left(\frac{\partial}{\partial x_\beta}T_{\alpha\beta}\right)\mathrm{d}^3r$$

$$T_{\alpha\beta}=\varepsilon_0E_\alpha E_\beta+\frac{1}{\mu_0}B_\alpha B_\beta-\delta_{\alpha\beta}\left(\frac{\varepsilon_0E^2}{2}+\frac{B^2}{2\mu_0}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(p_{\alpha\,\text{mech}\;V}+\iiint_V \varepsilon_0\mu_0S_\alpha\,\mathrm{d}^3r\right)=\oiint_{\Sigma(V)}T_{\alpha\beta}n_\beta\,\mathrm{d}^2\sigma$$



$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_I = \left(\frac{2I}{4\pi\mu_0}\frac{y}{r^2}, -\frac{2I}{4\pi\mu_0}\frac{x}{r^2} + B_0, 0\right)$$

$$\vec{B}^2 = B_0{}^2 + \left(\frac{\mu_0 2I}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{r^2} - \frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{xB_0}{r^2}$$

$$\mu_0 T_{xx} = B_x B_x - \frac{1}{2}B^2 = \left(\frac{\mu_0 2I}{4\pi r}\right)^2 \frac{y^2 - x^2}{2r^2} - \frac{1}{2}B_0{}^2 + \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{xB_0}{r^2}$$

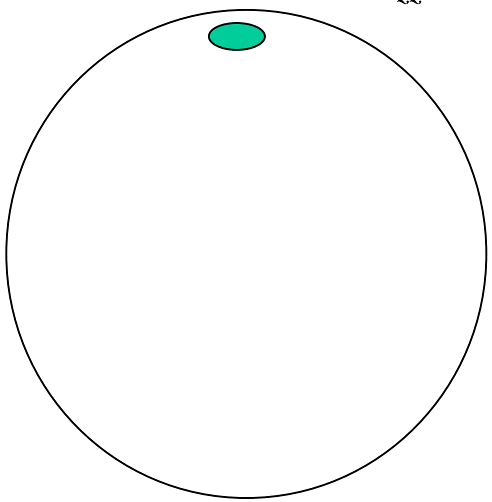
$$\mu_0 T_{xy} = B_x B_y = \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{y}{r^2}\left(B_0 - \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{x}{r^2}\right)$$

$$\oint (T_{xx}n_x + T_{xy}n_y)\, Lr\,\mathrm{d}\varphi = \oint \frac{x}{\mu_0 r}\left(\cancel{\left(\frac{\mu_0 2I}{4\pi r}\right)^2} \frac{y^2 - x^2}{2r^2} \cancel{- \frac{1}{2}B_0^{\,2}} + \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{xB_0}{r^2}\right) Lr\,\mathrm{d}\varphi +$$

$$+ \oint \frac{y}{\mu_0 r}\left(\frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{y}{r^2}\left(B_0 - \cancel{\frac{\mu_0 2I}{4\pi}\frac{x}{r^2}}\right)\right) Lr\,\mathrm{d}\varphi = \frac{2I}{4\pi}B_0 \oint \frac{y^2 + x^2}{r^2} L\,\mathrm{d}\varphi = IB_0 L$$

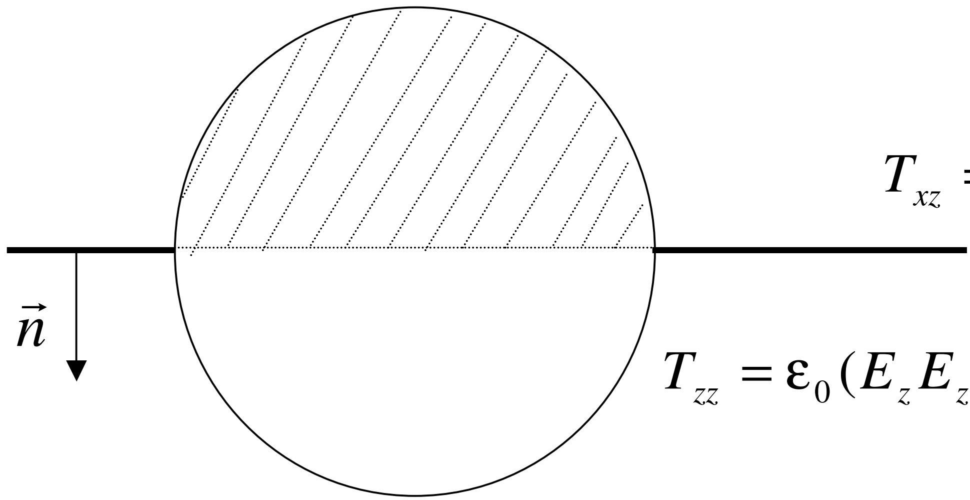
Pod talarkiem $E = 0$, nad tylko E_z

$$T_{zz} = \varepsilon_0 (E_z E_z - \frac{1}{2}E^2) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\right)^2$$



Jest to ciśnienie jakie rozsadza np. naładowany pęcherzyk w przegrzanej cieczy.

$$F = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \cdot \Delta S = \frac{1}{2}E\left(\varepsilon_0 E \Delta S\right) = \frac{1}{2}E\Delta Q.$$

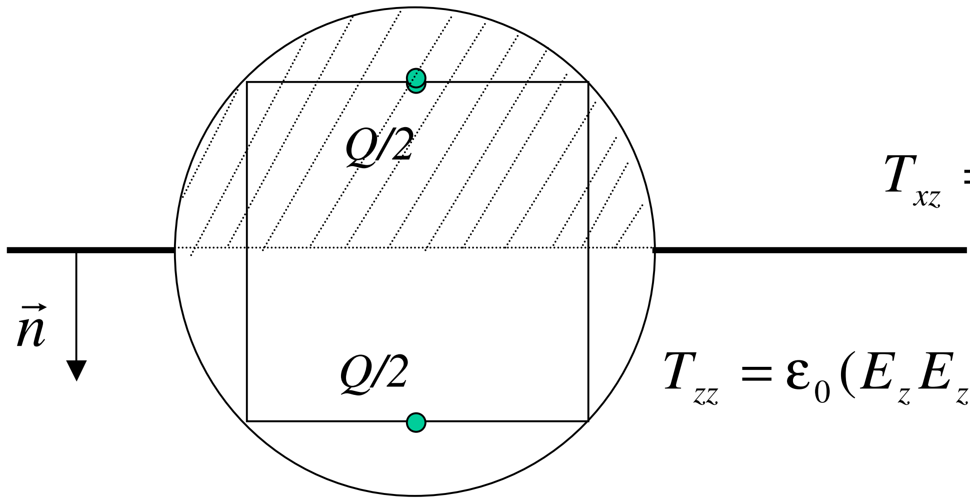


$$\vec{n} = (0,0,-1)$$

$$T_{xz} = \varepsilon_0 (E_x E_z - \frac{1}{2} E^2 \delta_{13}) = 0 = T_{yz}$$

$$T_{zz} = \varepsilon_0 (E_z E_z - \frac{1}{2} E^2 \delta_{33}) = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right)^2$$

$$F_z = \iint\limits_{r>R} T_{zz} n_z 2\pi r \, \mathrm{d}r = \frac{1}{2} \int_R^\infty \varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right)^2 2\pi r \, \mathrm{d}r = \frac{(Q/2)^2}{4\pi\varepsilon_0 (R\sqrt{2})^2}$$



$$\vec{n} = (0,0,-1)$$

$$T_{xz} = \varepsilon_0 (E_x E_z - \frac{1}{2} E^2 \delta_{13}) = 0 = T_{yz}$$

$$T_{zz} = \varepsilon_0 (E_z E_z - \frac{1}{2} E^2 \delta_{33}) = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right)^2$$

$$F_z = \iint_{r>R} T_{zz} n_z 2\pi r \,\mathrm{d}r = \frac{1}{2} \int_R^\infty \varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right)^2 2\pi r \,\mathrm{d}r = \frac{(Q/2)^2}{4\pi\varepsilon_0 (R\sqrt{2})^2}$$

$$T_{\alpha\beta} = \varepsilon_0 E_\alpha E_\beta + \frac{1}{\mu_0} B_\alpha B_\beta - \delta_{\alpha\beta}\left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)$$

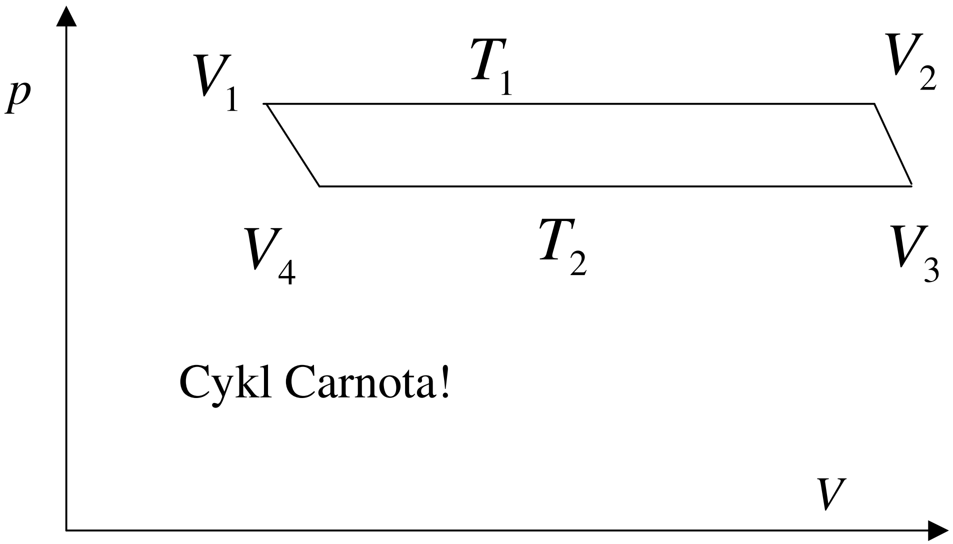
$$\left\langle E_\alpha E_\beta \right\rangle = \frac{1}{3}\left\langle E^2 \right\rangle \delta_{\alpha\beta}$$

$$\left\langle T_{\alpha\beta} \right\rangle = \frac{1}{3}\left\langle \varepsilon_0 E_\alpha E_\beta \right\rangle - \frac{1}{2}\left\langle \varepsilon_0 E^2 \right\rangle \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}\left\langle \frac{1}{\mu_0} B_\alpha B_\beta \right\rangle - \frac{1}{2}\left\langle \frac{1}{\mu_0} B^2 \right\rangle \delta_{\alpha\beta} =$$

$$= -\frac{1}{6} 2w\delta_{\alpha\beta} = -\frac{1}{3} w\delta_{\alpha\beta}$$

Ciśnienie promieniowania czarnego: ***p = w/3***

Ciekawe wnioski!



Adiabata:

$$W(V,T) = Vw(T)$$

$$\mathrm{d}W = V\mathrm{d}w + w\mathrm{d}V = -p\mathrm{d}V$$

$$V\mathrm{d}w + \frac{4}{3}w\mathrm{d}V = 0$$

$$3\frac{\mathrm{d}w}{w} + 4\frac{\mathrm{d}V}{V} = 0 \quad \Rightarrow w^3V^4 = \mathrm{const} \quad \Rightarrow Vw^{3/4} = \mathrm{const}$$

$$\Rightarrow VT^3 = \mathrm{const} \quad \Rightarrow T \propto 1/\sqrt[3]{V} \propto 1/R$$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} \approx \frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{(V_2 - V_1)(p(T+\mathrm{d}T) - p(T))}{p(T)\cdot(V_2 - V_1) + 3p(T)\cdot(V_2 - V_1)}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\mathrm{d}p}{4p}$$

$$4\ln(T) = \ln(p) + \mathrm{const}$$

$$p \propto T^4$$

$$w \propto T^4$$

$$\dot{W}/S = \sigma T^4$$

Gaz jednoatomowy

$$pV^{5/3} = pV\cdot V^{2/3} \propto TV^{2/3} = \mathrm{const}$$

$$T \propto \left(1/\sqrt[3]{V}\right)^2$$

Fale **monochromatyczne.**

Równania liniowe jednorodne ze stałymi współczynnikami to naturalna domena funkcji wykładniczych. Różniczkowanie sprowadza się do mnożenia. Czynnik wykładniczy wspólny skraca się i zostają równania **algebraiczne.**

Rozwiązań o różnych wykładnikach jest **wystarczająco dużo** (całka Fouriera), by przez superpozycję znaleźć każde możliwe rozwiązanie.

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

Dla $t = 0$ ze zmiennych fourierowskich zostaje nielimitowane k. Zawsze można dobrać profile takie, by odtworzyć E i B w chwili zero. A warunki początkowe na E i B są wystarczające, by jednoznacznie określić rozwiązanie.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cdot\vec{\nabla}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}=i\vec{k}\cdot\vec{E}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\frac{\partial}{\partial t}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}=-i\omega\vec{E}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}(\vec{r},t)=i\vec{k}\times\vec{B}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

Pola rzeczywiste a liczby zespolone? Pewien skrót myślowy. Naprawdę, przez taki zapis zespolony rozumie się:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}\left(\vec{E}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}\left(\vec{B}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{\nabla}\times\mathrm{Re}\left(\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) = \mathrm{Re}\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) = \mathrm{Re}\left(i\vec{k}\times\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left(\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) = -\mathrm{Re}\left(i\omega\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$0 = \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left(i\left(\vec{k}\times\vec{E}_0 - \omega\vec{B}_0\right)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) =$$

$$= \mathrm{Re}\left(i\left(\vec{k}\times\vec{E}_0 - \omega\vec{B}_0\right)\right)\cos\left(e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) - \mathrm{Im}\left(i\left(\vec{k}\times\vec{E}_0 - \omega\vec{B}_0\right)\right)\sin\left(e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$i\left(\vec{k}\times\vec{E}_0 - \omega\vec{B}_0\right) = 0$$

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left(\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left(\vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = 0 \qquad \vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0 \qquad \vec{E}_0 \perp \vec{k}\,,\ \text{ poza tym dowolne}$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \vec{k}\times\vec{E}_0 = \omega\vec{B}_0 \qquad \vec{B}_0\ \text{– całkowicie określone!}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \qquad 0 = \vec{k}\cdot\vec{B}_0 = \vec{k}\cdot\left(\frac{1}{\omega}\vec{k}\times\vec{E}_0\right) \equiv 0 \qquad \text{– spełnione automatycznie.}$$

$$\mathrm{rot}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\dot{\vec{E}} \qquad \mathrm{rot}\vec{B} = -\omega\mu_0\varepsilon_0\vec{E}_0 = \vec{k}\times\vec{B}_0 = \vec{k}\times\left(\frac{1}{\omega}\vec{k}\times\vec{E}_0\right)$$

$$\omega = |\vec{k}|/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = ck$$

$$\omega^2\mu_0\varepsilon_0 = k^2$$

Dla każdego $\vec{k}$, dla każdego $\vec{E}_0$ takiego, że $\vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0$ istnieje dokładnie jedno rozwiązanie harmoniczne.

Jest to fala poprzeczna o częstości $\omega = ck$, prędkości c, długości fali $\lambda = 2\pi/k$

$\vec{k} = (0{,}0, k > 0)$ (Dla każdej fali można dobrać układ współrzędnych, by tak było.)

$\vec{E}_0 = (E_{0,x}, E_{0,y}, 0)$

Pamiętamy, że: $\vec{E} = \mathrm{Re}\left((E_{0,x}, E_{0,y}, 0) e^{i(kz - \omega t)}\right)$

Zaczynając liczyć czas od nieco innego momentu, mogę zmienić efektywnie fazę obu amplitud o wspólną, dowolną wartość. Skorzystajmy z tej swobody, by uczynić $\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0 = E_{0,x}{}^2 + E_{0,y}{}^2$ liczbą rzeczywistą.

$\vec{E}_0 = \vec{a} + i\vec{b}$ $\vec{a}, \vec{b}$ – dwa rzeczywiste wektory $\perp$ do $\vec{k}$

Wybrany początek liczenia czasu oznacza iż:

$\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0 = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 + 2i\vec{a} \cdot \vec{b}$ jest rzeczywiste, zatem $\vec{a}$ i $\vec{b}$ są prostopadłe.

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\Big((E_{0,x}, E_{0,y}, 0)e^{i(kz-\omega t)}\Big) =$$

$$= \vec{a}\cos(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t) - \vec{b}\sin(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{E} = \frac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{a}\cos(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t) - \frac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{b}\sin(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t)$$

Koniec wektora *E* porusza się po elipsie o półosiach *a,b*. Jest to fala spolaryzowana **eliptycznie.**

Gdy $b = 0$, fala spolaryzowana **liniowo.**

Gdy $a = b$, mamy polaryzację **kołową.** Wektor elektryczny z pozycji *a* skręca w kierunku *b*. Zatem, gdy trójka $\vec{a}, \vec{b}, \vec{k}$ tworzy układ prawoskrętny, mamy polaryzację prawą. W przeciwnym wypadku mamy polaryzację lewą.

W obu wypadkach trójka $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ jest prawoskrętna.

Gęstość energii.

Dla polaryzacji kołowej ($a = b$)

$$\vec{E} = \vec{a}\cos(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t) - \vec{b}\sin(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t) \qquad E^2 = a^2$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \times \vec{E} = \frac{\vec{k}}{ck} \times \vec{E} \qquad B^2 = E^2 / c^2 = a^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 a^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 a^2 = \varepsilon_0 a^2$$

Gęstość pędu:

$$\varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \varepsilon_0 a \frac{a}{c}\frac{\vec{k}}{k} = \frac{1}{c}\varepsilon_0 a^2 \frac{\vec{k}}{k} = \frac{w}{c}\frac{\vec{k}}{k}$$

$$c^2 \vec{p}^{\,2} - \mathrm{E}^2 = 0$$

Fale w ośrodkach przezroczystych

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{D} = 0$$

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \dot{\vec{D}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

Najprostsza sytuacja:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B}, \qquad \vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

prowadzi do:

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{E} = 0$$

$$\mathrm{rot}\vec{B} = \varepsilon\mu\dot{\vec{E}} \qquad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

Zamiast $\varepsilon_0\mu_0$, pojawiło się $\varepsilon\mu = \varepsilon_r\mu_r\varepsilon_0\mu_0$

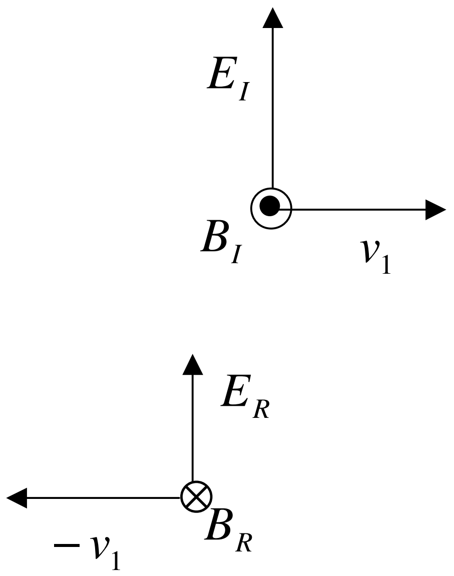
W rozwiązaniu próżniowym wystarczy zastąpić:

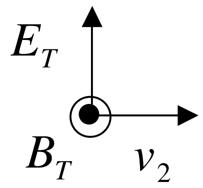
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{n}$$

Współczynnik załamania $\quad n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$

Ciała przezroczyste są bardzo słabymi magnetykami,
dla prostoty położymy: $\mu_r = 1$

Fala spolaryzowana liniowo pada na granicę dielektryka (na początek prostopadle)





$$\frac{1}{\cancel{\mu_1}}\left(\frac{1}{v_1}E_I - \frac{1}{v_1}E_R\right) = \frac{1}{\cancel{\mu_2}}\frac{1}{v_2}E_T$$

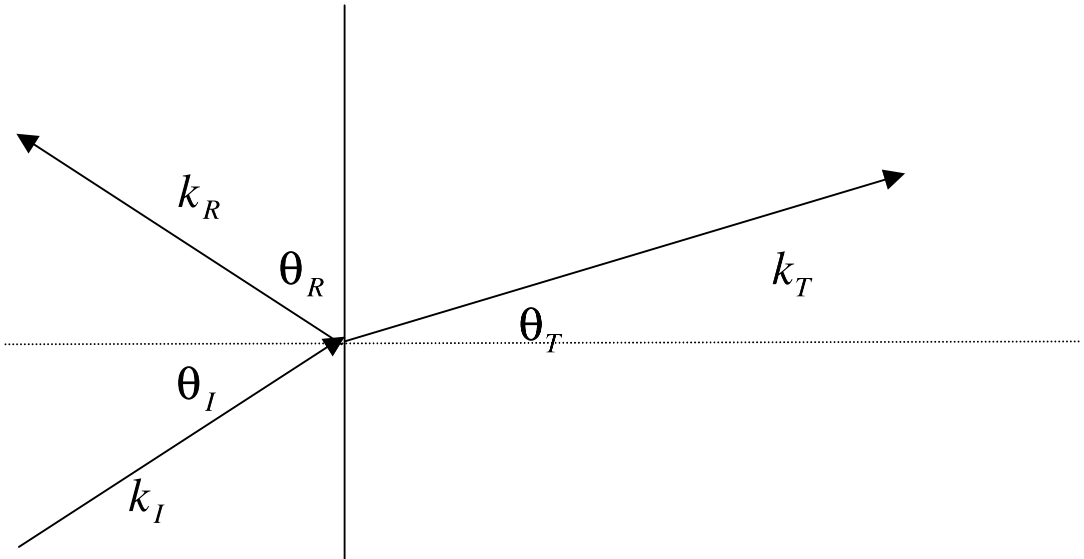
$$E_I - E_R = \frac{v_1}{v_2}E_T \qquad 2E_I = (1+n)E_T$$

$$E_I + E_R = E_T \qquad (n-1)E_I + (n+1)E_R = 0$$

$$E_R = -\frac{n-1}{n+1}E_I = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}E_I$$

Dla powietrza i szkła: n=1,5

Moc odbita: $\left(\frac{1{,}5-1}{1{,}5+1}\right)^2 = 1/25 = 4\%$



Na płaszczyźnie $z = 0$ fazy muszą się zgadzać.

$$\vec{r}\vec{k}_{\parallel I} - \omega_1 t \equiv \vec{r}\vec{k}_{\parallel R} - \omega_1 t \equiv \vec{r}\vec{k}_{\parallel T} - \omega_2 t$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$\vec{k}_{\parallel I} = \vec{k}_{\parallel R} = \vec{k}_{\parallel T}.$$

Zachodzi tez :

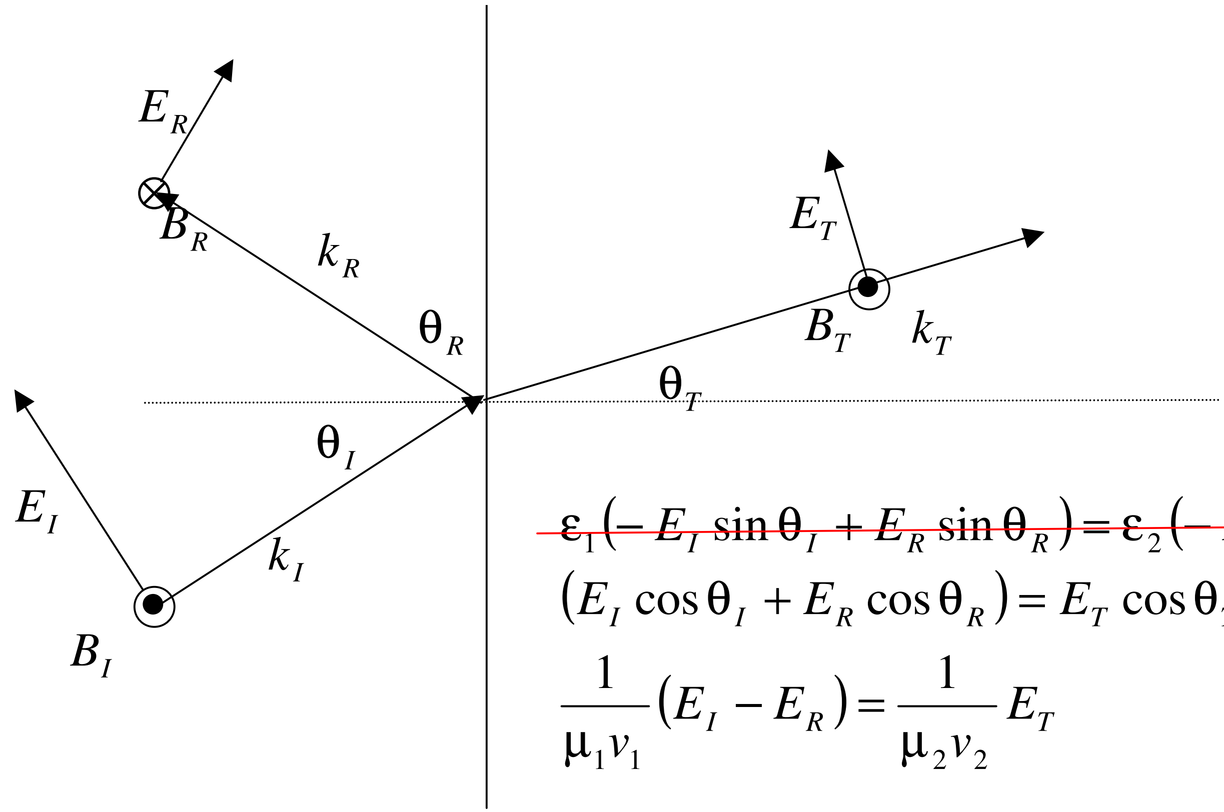
$$v_1 k_I = v_1 k_R = v_2 k_T = \omega$$

$$\frac{\omega}{v_1}\sin\theta_I = k_{\parallel I} \equiv k_{\parallel R} = \frac{\omega}{v_1}\sin\theta_R \equiv k_{\parallel T} = \frac{\omega}{v_2}\sin\theta_T$$

1) Trzy promienie w 1 płaszczyźnie

2) Kąt padania = kąt odbicia: $\theta_I = \theta_R$

3) $\dfrac{\sin\theta_I}{\sin\theta_T} = \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{n_2}{n_1} \equiv n_{2/1}$



$$\cancel{\varepsilon_1\left(-E_I \sin\theta_I + E_R \sin\theta_R\right) = \varepsilon_2\left(-E_T \sin\theta_T\right)}$$

$$\left(E_I \cos\theta_I + E_R \cos\theta_R\right) = E_T \cos\theta_T$$

$$\frac{1}{\mu_1 v_1}\left(E_I - E_R\right) = \frac{1}{\mu_2 v_2} E_T$$

$$(\cos\theta_I / \cos\theta_T)\left(E_I + E_R\right) = E_T$$

$$\frac{n_1}{n_2}(E_I - E_R) \approx \frac{\mu_2 v_2}{\mu_1 v_1}(E_I - E_R) = E_T$$

$$\frac{\cos\theta_I}{\cos\theta_T}\left(E_I + E_R\right) = \frac{n_1}{n_2}(E_I - E_R)$$

$$E_R = \frac{n_1/n_2 - \cos\theta_I/\cos\theta_T}{n_1/n_2 + \cos\theta_I/\cos\theta_T} E_I$$

$$E_R = 0 \Rightarrow n_1/n_2 - \cos\theta_I/\cos\theta_T = 0$$

$$n_1 / n_2 - \cos\theta_I / \cos\theta_T = 0$$

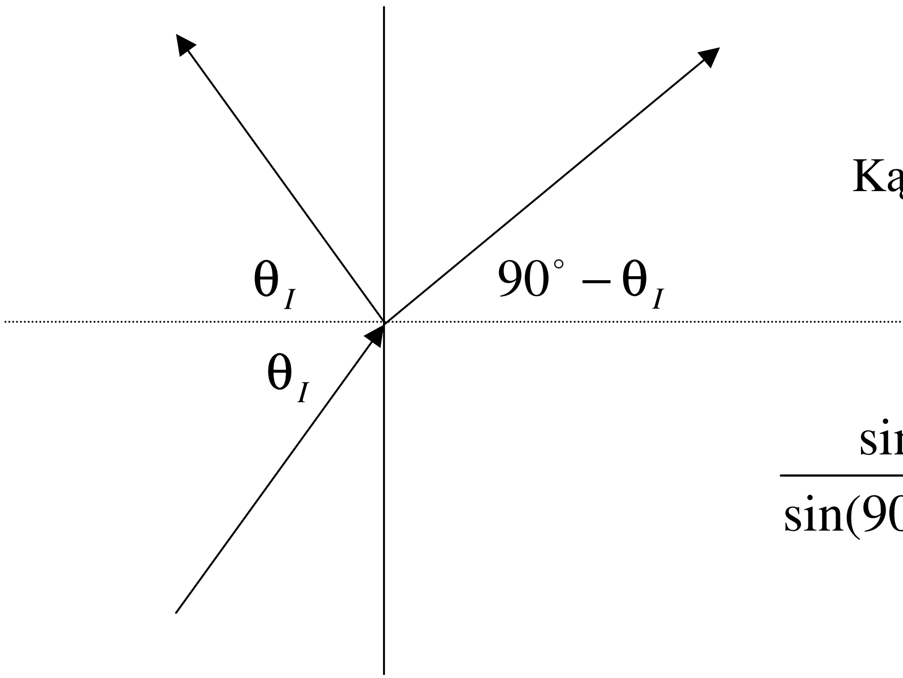
$$\sin\theta_T / \sin\theta_I = \cos\theta_I / \cos\theta_T$$

$$\sin\theta_I \cos\theta_I = \sin\theta_T \cos\theta_T$$

$$\sin 2\theta_I = \sin 2\theta_T$$

$$2\theta_I = 180^\circ - 2\theta_T$$

$$\theta_I + \theta_T = 90^\circ$$



Kąt Brewstera

$$\frac{\sin\theta_I}{\sin(90^\circ - \theta_I)} = \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{tg}\theta_I$$