Elektrodynamika z elementami teorii pola

Wykład 5

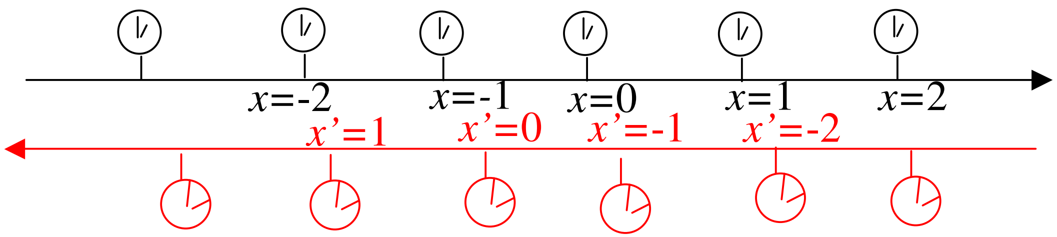
Magnetyzm, to oddziaływanie ruchomych ładunków.

Ruch, czas – wyobrażenia wyniesione o nich z klasycznej mechaniki niedostateczne.

Odkrycie STW 85 lat po odkryciu magnetyzmu. **Jednak:**

podstawy logiczne STW **nie muszą** opierać się na zjawiskach elektromagnetycznych..

Znając prawdziwą naturę czasoprzestrzeni, łatwiej zrozumieć magnetyzm.

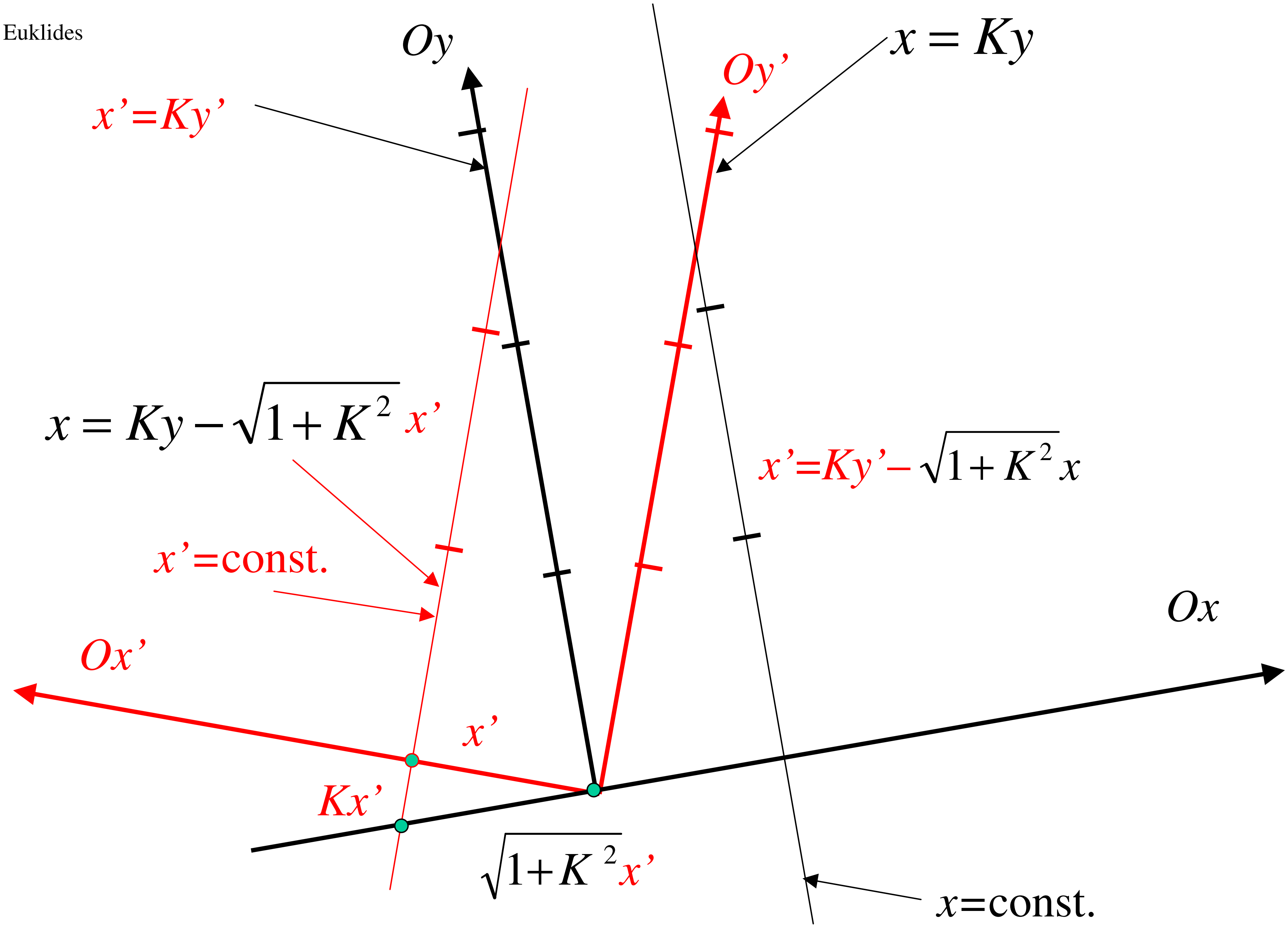


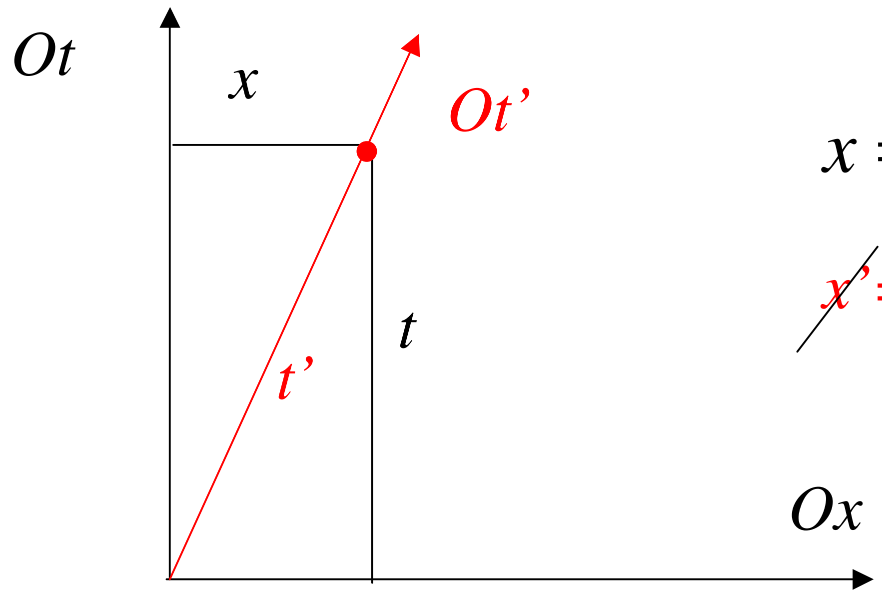
$$x = Vt - a \cdot x'$$ Zasada bezwładności (~ t)

$$x' = Vt' - a \cdot x$$ Zasada względności (to samo *V* i *a*)

$$a(V = 0) = 1$$

Euklides


Oy
$x = Ky$
$x' = Ky'$
Oy'
$x = Ky - \sqrt{1+K^2}\,x'$
$x' = Ky' - \sqrt{1+K^2}\,x$
x'=const.
Ox
Ox'
x'
Kx'
$\sqrt{1+K^2}\,x'$
x=const.

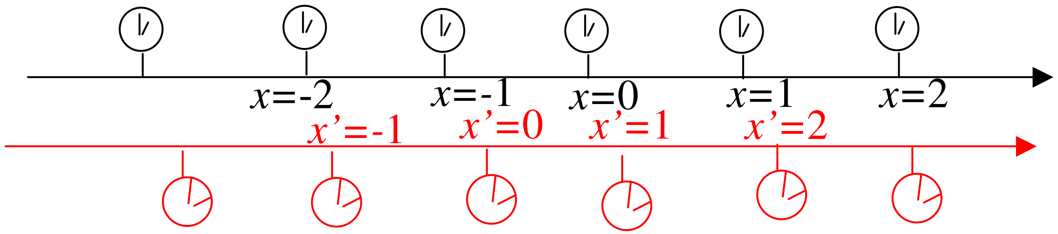


$$x = Vt - a\cancel{(V)}\, x'$$

$$\cancel{x'} = Vt' - a(V)x = 0$$

$$t' = a\frac{x}{V} = at$$

$$t_1 = t_2 \;\; \& \;\; x = Vt - a\, x' \quad \longrightarrow \quad |\Delta x| = a\,|\Delta x'|$$



$$x = Vt + a \cdot x'$$

$$x' = -Vt' + a \cdot x$$

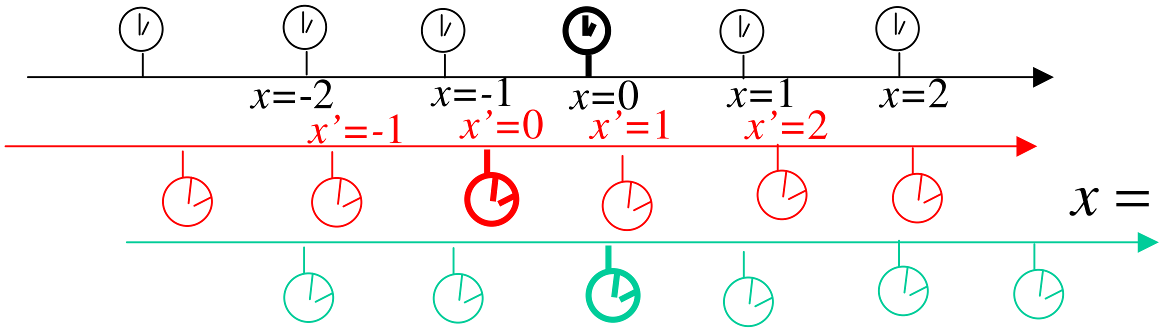
$$x = \frac{Vt' + x'}{a} \qquad t = \frac{t' + \frac{1-a^2}{V^2} Vx'}{a}$$

a nie zalezy od znaku V, jest funkcja V^2, podobnie jak i a^2 :

$$a(V)^2 = 1 - CV^2 + O(V^4)$$

Transformacja infinitezymalna nie pokrywa się z Galileuszem!

(chyba że limes (1- a^2) / V^2 = C = 0)



$$x = \frac{Vt' + x'}{a} \qquad t = \frac{t' + \frac{1-a^2}{V^2} V x'}{a}$$

$$x' = v' t'$$

$$x = \frac{Vt' + v't'}{a} \qquad t = \frac{t' + \frac{1-a^2}{V^2} V v' t'}{a}$$

$$V = V_{O'/O} \qquad v' = V_{O''/O'}$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{V + v'}{1 + \frac{1 - a(V)^2}{V^2} V v'} = "V + v'" = V_{O''/O}$$

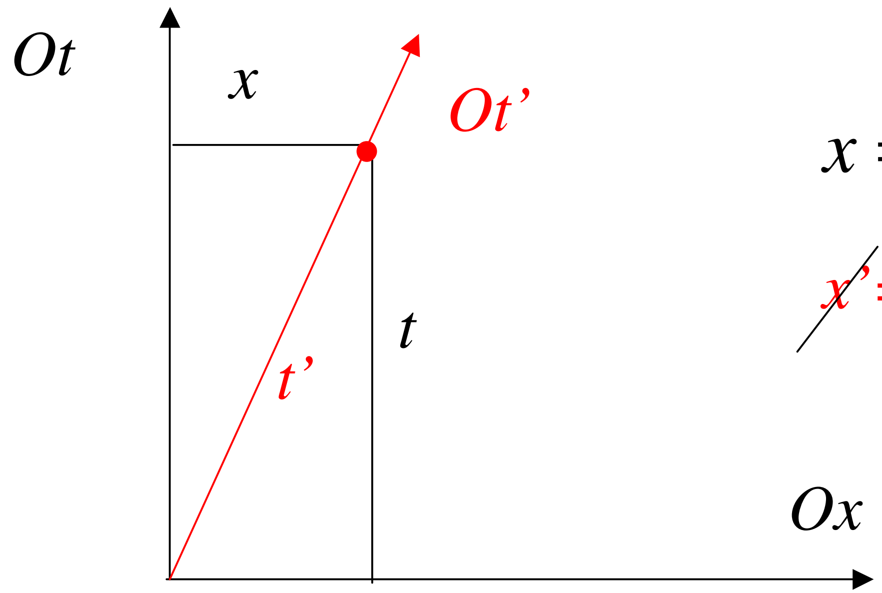
$$"V+c"=c$$ Słynny drugi postulat Einsteina $$\Rightarrow a(V)=\sqrt{1-V^2/c^2}$$

$$"V+v'"="v'+V"$$ Tylko pierwszy postulat!! Równanie za darmo!!

$$\frac{V+v'}{1+\frac{1-a(V)^2}{V^2}Vv'}=V_{O''/O}=V_{O/O}"=\frac{v'+V}{1+\frac{1-a(v')^2}{v'^2}v'V}$$

$$\frac{1-a(V)^2}{V^2}=C$$

$$a(V)=\sqrt{1-CV^2}$$

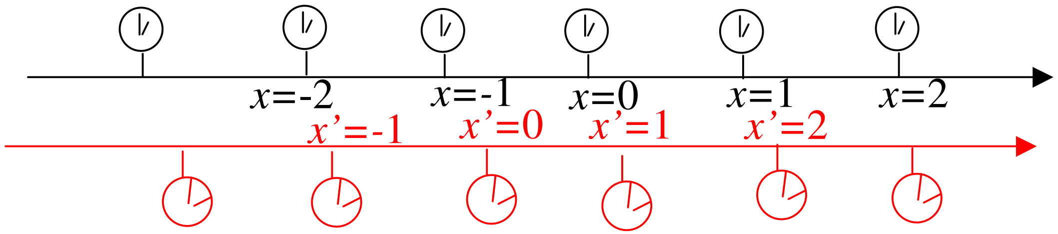


$$x = Vt - a\cancel{(V)}\ x'$$

$$\cancel{x'} = Vt' - a(V)x = 0$$

$$t' = a\frac{x}{V} = at = \sqrt{1 - CV^2}\,t = \sqrt{t^2 - Cx^2} =$$

$$= \sqrt{t''^2 - Cx''^2} = \text{invariant} = \sqrt{t'^2 - C \cdot 0^2}$$



$$x = \frac{Vt' + x'}{\sqrt{1 - CV^2}} \qquad t = \frac{t' + CVx'}{\sqrt{1 - CV^2}}$$

$$v = \frac{V + v'}{1 + CVv'}$$

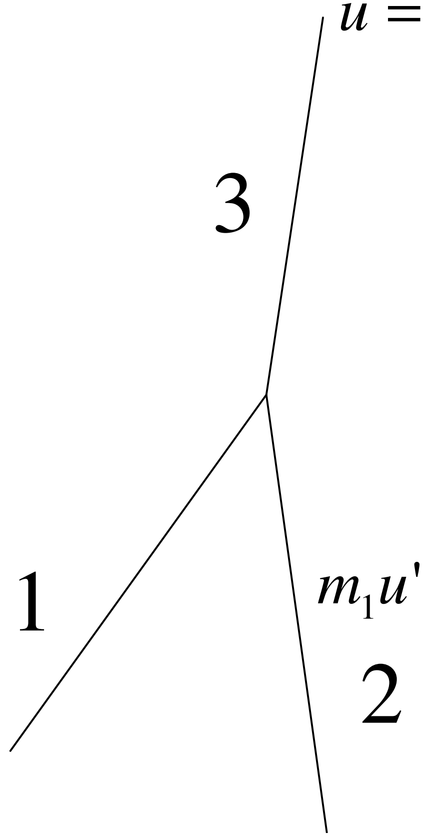
$$t^2 - Cx^2 = t'^2 - Cx'^2$$

$$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - CV^2}} \begin{pmatrix} 1 & CV \\ V & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\Delta t\\ \Delta x\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1-CV^2}}\begin{pmatrix}1 & CV\\ V & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Delta t'\\ \Delta x'\end{pmatrix}=L\begin{pmatrix}\Delta t'\\ \Delta x'\end{pmatrix}$$

$$\sqrt{\Delta t^2-C\Delta x^2}=\sqrt{\Delta t'^2-C\Delta x'^2}$$

$$u=\begin{pmatrix}u_0\\ u_1\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{\Delta t^2-C\Delta x^2}}\begin{pmatrix}\Delta t\\ \Delta x\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1-Cv^2}}\begin{pmatrix}1\\ v\end{pmatrix}$$



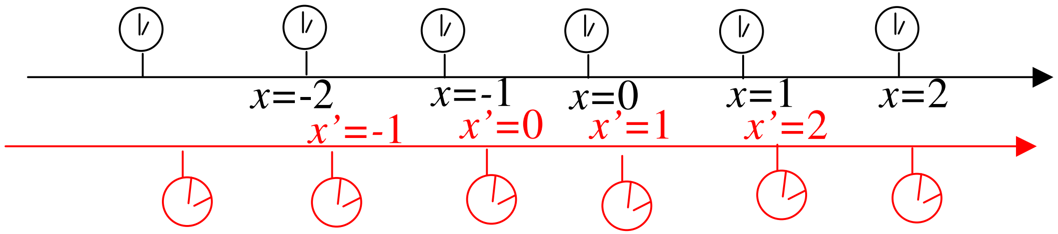
$$u=Lu'$$

$$m_1u(1)+m_2u(2)-m_3u(3)\equiv L\left(m_1u'(1)+m_2u'(2)-m_3u'(3)\right)$$

$$m_1u'(1)+m_2u'(2)-m_3u'(3)=0\Rightarrow m_1u(1)+m_2u(2)-m_3u(3)\overset{V}{\equiv}0$$

$$p = m\frac{v}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

$$E = m\frac{1/C}{\sqrt{1 - Cv^2}} \approx \frac{m}{C} + \frac{mv^2}{2} + O(Cv^4)$$



$$x = \frac{Vt' + x'}{\sqrt{1 - CV^2}} \qquad t = \frac{t' + CVx'}{\sqrt{1 - CV^2}}$$

$$y = y' \qquad z = z'$$

$$t^2 - C(x^2 + y^2 + z^2) = t'^2 - C(x'^2 + y'^2 + z'^2)$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

$$E = \frac{m/C}{\sqrt{1 - C\vec{v}^2}}$$

Płynąca chmura ładunku ma w układzie spoczynkowym (dla wybranego elementu) gęstość cząstek N_0 i gęstość ładunku $eN_0 = \rho_0$

Z punktu widzenia obserwatora, dla którego chmura ma prędkość *v*, zmienia się objętość zajmowana **w danej chwili** przez cząstki wybranego elementu.. Zmniejsza się o czynnik Lorentza, nasze *a.:*

$$\mathrm{d}V = \sqrt{1 - Cv^2}\,\mathrm{d}V_0$$

Rośnie obserwowana gęstość:

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

A gęstość prądu wynosi:

$$\vec{j} = \rho_0 \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - Cv^2}} \qquad \vec{j} = \rho_0 \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

Czterowektor prądu:

$$j = \begin{pmatrix} \rho \\ \vec{j} \end{pmatrix} = \rho_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1 - Cv^2} \\ \vec{v}/\sqrt{1 - Cv^2} \end{pmatrix} = \rho_0 u$$

wyraża się przez czterowektor prędkości, co pozwala podać od razu jego własności transformacyjne:

„Czysty” prąd elektryczny: dwa (minimum) płyny o

równych co do wartości gęstościach przeciwnego znaku.

$$j = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{j} \end{pmatrix}$$

W innym układzie sytuacja nie jest już „czystym prądem”. Pojawi się **zerowa składowa.**

Dzięki wektorowemu charakterowi czteroprądu, **nie jest zupełnie istotne** ile i jakich płynów wnosi wkład do wartości i kierunku $\vec{j}$!!

W układzie z „czystymi” prądami, przy niewystępującym ładunku elektrycznym leci cząstka (możemy o niej myśleć jako o elektronie) **W jej układzie spoczynkowym**, układ „czystego prądu” ma prędkość $-\vec{v}$ więc w „płaszczyźnie” $t, \vec{v}$ mamy szczególną transformację Lorentza:

$$\rho' = \frac{1 \cdot 0 - C\vec{v}\vec{j}}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

A także:

$$j_{\parallel}' = \frac{j_{\parallel} - v \cdot 0}{\sqrt{1 - Cv^2}}$$

$$j_{\perp}' = j_{\perp}$$

W swym układzie spoczynkowym cząstka „widzi” ładunek elektryczny. Jest ładunek – musi być pole elektryczne. Spoczywająca cząstka doznaje działania siły !!

Działanie siły oznacza zmianę pędu, którą „widać” też w pierwotnym układzie, mimo

braku tam pola elektrycznego.

Gęstość ładunku jest proporcjonalna do C i zależna od prędkości.

To właśnie jest siła magnetyczna..

Nie ma miejsca na magnetyzm w czasoprzestrzeni Galileusza.

Znak stałej C determinuje to czy prądy równoległe mają się przyciągać, czy odpychać.

Rozkład ładunku: $$\rho' = \frac{-C\vec{v}\vec{j}}{\sqrt{1-Cv^2}}$$

jest na ogół zmienny w czasie (dla naszej cząstki) a takiej sytuacji nie opisuje elektrostatyka. **Ale są konfiguracje szczególne**, gdy nowy, zaskakujący stan naelektryzowania jest stacjonarny i możemy podać pełną odpowiedź.

Przewodnik prostoliniowy dla ruchu wzdłużnego oraz płaszczyzna z prądem oferują taką możliwość.

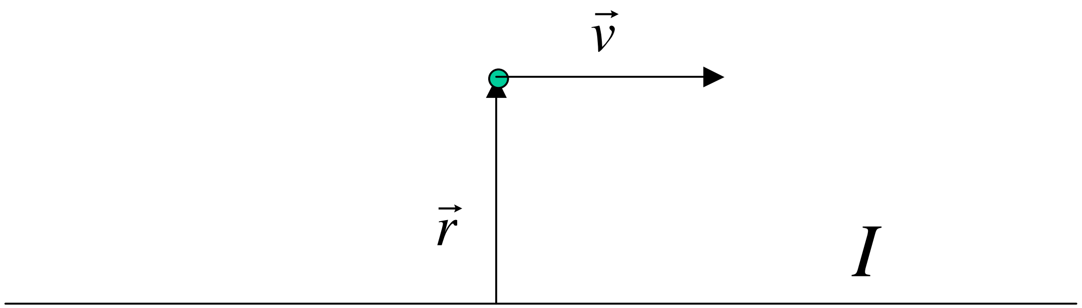
Gdy drut jest cienki, wprowadzamy **natężenie prądu** oraz, odpowiednio, liniową gęstość ładunku:

$$I = jS, \ \ \eta = \rho S$$

$$\eta' = \frac{-CvI}{\sqrt{1-Cv^2}}$$

Taka liniowa gęstość wytwarza pole elektryczne:

$$\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-2CvI}{\sqrt{1-Cv^2}} \frac{\vec{r}}{r^2}$$



A więc i siłę:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}'_{\perp}}{\mathrm{d}t'} = e\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-2CevI}{\sqrt{1-Cv^2}}\frac{\vec{r}}{r^2}$$

Jeśli ładunek *e* jest jednym z ładunków innego przewodnika, równoległego i z prądem równoległym, to zwrot *ev* i prądu *I* jest **taki sam.** Siła jest **przyciągająca (doświadczenie).**

Prostopadła składowa pędu się nie transformuje, a odstęp czasu

$$\mathrm{d}t'/\sqrt{1-Cv^2} = \mathrm{d}t$$

Ostatecznie:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{\perp}}{\mathrm{d}t} = \frac{-C}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2I}{r^2}\frac{\vec{r}}{}ev$$

Powyższy wzór mało elegancki. Można mu nadać postać:

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\vec{I} \times \vec{r}}{r^2}$$

Dla pojedynczej cząstki (siła Lorentza)

$$\mathrm{d}\vec{F}_1 = I_1 \mathrm{d}\vec{l}_1 \times \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\vec{I}_2 \times \vec{r}_{2\to 1}}{r^2}$$

Dla równoległych przewodów (wzór *prawie* Ampera)

$$\frac{C}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \Rightarrow C = \varepsilon_0 \mu_0 = 1{,}1 \cdot 10^{-17} \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2}$$

Wzory na siły wyprowadziliśmy z argumentu skrócenia Lorentza dla konfiguracji prądów równoległych, (ale zapisane są w postaci, która okaże się ogólna.). To wystarcza do wyciągnięcia konkluzji dotyczącej wartości *C*.