

Metody fizyki w ekonomii

Seria 4.

Zadanie 1. Rozważyć model jednookresowy $(0, T)$, w którym dostępna jest wolna od ryzyka, prosta stopa depozytowa $L(0, T)$ oraz akcje S_t pewnej spółki. W chwili $t = 0$ cena akcji wynosi S_0 , natomiast w chwili $t = T$ cena akcji może wynieść S_T^+ , lub S_T^- . Dostępny jest również instrument finansowy X , który wypłaca kwotę f , jeżeli cena akcji pójdzie w górę, w przeciwnym wypadku nic nie wypłaca.

- (i) Jaka powinna być cena C_0 instrumentu X w chwili $t = 0$, aby na rynku nie było arbitrażu?
- (ii) Wyznacz tę cenę dla $f = \max(S_t - K, 0)$, $K = 110$, $S_0 = 100$, $S_T^+ = 120$, $S_T^- = 80$, $L(0, T) = 10\%$ oraz $T = 1Y$.
- (iii) Znajdź miarę Q wolną od ryzyka, dla której proces cen akcji jest martyngałem.
- (iv) Wyznacz wzór na portfel replikujący $h(X) = (x, y)$ dla ogólnego przypadku wypłaty instrumentu X równej $\phi(S_T)$.
- (v) Pokaż, że cena instrumentu X w chwili $t = 0$ jest równa jego zdyskontowanej wartości oczekiwanej w chwili $t = T$ w mierze Q .

Zadanie 2. Wycenić europejską opcję kupna (call) na akcję S , z ceną wykonania $K = 100$ i terminem wygaśnięcia $T = 3M$. Proces cen akcji przedstawiony jest na drzewie dwumianowym. Przyjąć zerowe stopy procentowe.

			160
		120	140
	100	80	100
			80
			60
			40

Zadanie 3. Wycenić europejską opcję sprzedaży (put) na akcję S , z ceną wykonania $K = 110$ i terminem wygaśnięcia $T = 4M$. Proces cen akcji przedstawiony jest na drzewie dwumianowym. Przyjąć zerowe stopy procentowe.

				200
			150	180
		130	110	170
	100	90	70	140
				120
				100
				80
				50
				30