

Analiza I - 2013/14

Zadania domowe - seria 1

- Zadanie 1.** Dla jakich wartości logicznych zdań p i q prawdziwe jest zdanie:
a) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$; b) $(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p$.
- Zadanie 2.** Zbadać, czy podane wyrażenia:
a) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(p \wedge (q \Rightarrow r))]$; b) $q \Rightarrow [(p \Rightarrow p \wedge q)]$
są tautologiami?
- Zadanie 3.** Określić wartość logiczną zdania:
a) $\forall_{x \in [0,1]} x^2 - x \leq 0$; b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} [(x \cdot y \geq 0) \vee (x < y)]$;
c) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{n \in \mathbb{N}} x^2 \geq 2nx + 1$.
- Zadanie 4.** Wyznaczyć zbiory:
a) $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}_+} \left[-1 + \frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$; b) $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} \left(-1 + \frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$;
c) $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}_+} \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : n(x^2 + y^2) > 1\}$.
- Zadanie 5.** Dla jakich wartości parametru $p \in \mathbb{R}$ zbiory:
 $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 + px - p^2\}$, $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq -1\}$
są rozłączne?
- Zadanie 6.** Zbadać, czy dla $A, B, C \subseteq X$:
a) $(A \setminus B) \cap C \subseteq (A \cap C) \setminus (B \cap C)$; b) $(A \setminus B) \cup C \supseteq (A \cup C) \setminus (B \cup C)$.
Czy mogą zachodzić zawierania w drugą stronę?