

Analiza I - 2013/14

Zadania domowe - seria 12

Zadanie 1. Znaleźć funkcje pierwotne (całki nieoznaczone) stosując wzór na całkowanie przez części:

a) $\int x \log(x^2 + 1) dx$

b) $\int \sin(\log x) dx$

c) $\int x 2^x dx$

d) $\int x^3 e^{-x} dx$

e) $\int \sin^5 x dx$.

Zadanie 2. Obliczyć funkcje pierwotne (stosując odpowiednie podstawienia):

a) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

b) $\int \frac{5x + 2}{x^2 + 3} dx$

c) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 1}}{\cos^2 x} dx$

d) $\int x e^{-x^2} dx$

e) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$.

Zadanie 3. Znaleźć całki nieoznaczone dla funkcji wymiernych:

a) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$

b) $\int \frac{1}{6x^3 - 7x^2 - 3x} dx$

c) $\int \frac{x}{x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4} dx$

d) $\int \frac{9x - 5}{9x^2 - 6x + 1} dx$

d) $\int \frac{x^2}{(1 + x^2)^2} dx$

d) $\int \frac{1}{(x^2 + 1)^3} dx$.

Zadanie 4. Wykazać zbieżność i znaleźć granicę ciągu:

a) $a_n := \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$

b) $x_n := \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$.

Wskazówka: rozważyć ciąg $y_n := \log x_n$.