ANALIZA II 'R', LISTA No 4 – różniczkowańśtw cz. 3

20.03.2013

Ekstrema, wartości największe i najmniejsze – zadania uzupełniające

1. Znaleźć ekstrema lokalne oraz najmniejszą i największą wartość dla podanych funkcji na podanych zbiorach:

   (a) $f(x,y) = \dfrac{x^2+2y^2}{(x+y)^2}$ w trójkącie, określonym nierównościami: $x \geqslant 0,\ y \geqslant 0\ x + y \leqslant 6$.

   (b) $f(x,y) = x^2y(4-x-y)$ w trójkącie, określonym nierównościami: $x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ x+y \leqslant 6$.

   (c) $f(x,y) = x^2y^3(6-x-y)$ w kwadracie $[0,6] \times [0,6]$.

Badanie różniczkowalności różnych funkcji i odwzorowań

2. PS 26/95

3. PS 27/95

4. PS 23/94

5. Zbadać różniczkowalność funkcji $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$:

   (a) $f(x,y) = \sqrt{(2-\cos x - \cos y)}$;

   (b) $f(x,y) = \sqrt{(1-x^2)^2 + y^2}$;

   (c) $f(x,y) = \sqrt{(1-x^2)^6 + y^2}$.

6. Na $\mathbb{R}^n$ mamy często spotykane, naturalne trzy normy $\square, \diamond, \circ$ (ich przypomnienie poniżej). W każdym z tych przypadków wyznaczyć zbiór punktów, w których funkcja $\mathbb{R} \ni x \to ||x||$ jest różniczkowalna:

   (a) $||x||_\circ = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i)^2}$;

   (b) $||x||_\diamond = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$;

   (c) $||x||_\square = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} |x_i|$.

7. Dowieść, że odwzorowanie

$$C([a,b]) \ni f \to ||f|| \in \mathbb{R}^1$$

   gdzie norma w $C([a,b])$ jest normą sup: $||f|| = \sup_{t \in [a,b]} |f(t)|$, nie jest różniczkowalna w żadnym punkcie.

Umpapa.