

Lista 8: Formy kwadratowe

1. Wyznaczyć postać kanoniczną formy, stosując np. metodę Lagrange'a:

(a) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 + x^2x^2 + 3x^3x^3 + 4x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^3;$

(b) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 + 2x^2x^2 + x^3x^3 + 2x^1x^2 + 4x^1x^3 + 2x^2x^3;$

(c) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 - 3x^2x^2 - 2x^1x^2 + 2x^1x^3 - 6x^2x^3;$

(d) $Q(x^1, x^2, x^3, x^4) = x^1x^2 + x^1x^3 + x^1x^4 + x^2x^4 + x^3x^4.$

(e) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^2 + x^1x^3 + x^2x^3 + x^3x^3;$

(f) $Q(x^1, x^2, x^3, x^4) = x^1x^2 + x^2x^3 + x^3x^4 + x^1x^4$

(g) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 + x^2x^2 + x^3x^3 + x^1x^2 + x^1x^3 + x^2x^3$

(h) $Q(x^1, x^2, x^3, x^4) = 2 \sum_{j=1}^4 x^j x^j + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=j+1}^4 x^j x^k$

(i) $Q(x^1, x^2, x^3, x^4) = \sum_{j=1}^4 \sum_{k=j+1}^4 x^j x^k$

2. Dla jakich wartości λ następujące formy kwadratowe są dodatnio określone:

(a) $Q(x^1, x^2, x^3) = 5x^1x^1 + x^2x^2 + \lambda x^3x^3 + 4x^1x^2 - 2x^1x^3 - 2x^2x^3;$

(b) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 + x^2x^2 + 3x^3x^3 + 2\lambda x^1x^2 + 2x^1x^3;$

(c) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1 + 2x^2x^2 + 5x^3x^3 + 2x^1x^2 - 2x^1x^3 + 4x^2x^3;$

(d) $Q(x^1, x^2, x^3) = x^1x^1 + 4x^2x^2 + x^3x^3 + 2\lambda x^1x^2 + 10x^1x^3 + 6x^2x^3.$