

Pytania egzaminacyjne przedmiotu: Matematyka I

Powtórzenie i uzupełnienie ze szkoły średniej.

1. Rachunek logiczny: koniunkcja, alternatywa, zaprzeczenie zdań, prawa de Morgana, kwantyfikatory, zaprzeczanie kwantyfikatorów.
2. Rachunek zbiorów: Suma, iloczyn, różnica mnogościowe, związek z rachunkiem zdań, iloczyn kartezjański.
3. Funkcja i odwzorowanie. Dziedzina funkcji, wartości, argumenty, obraz, przeciwobraz, iniekcja, surjekcja, bijekcja. Funkcja odwrotna. Wykres funkcji.
4. Funkcje liniowe, kwadratowe, homografie. Asymptoty.
5. Niektóre dalsze własności funkcji: Funkcje parzyste, nieparzyste, wykresy: $f(-x)$, $f(x+a)$, $f(x)+b$, $a f(x)$, $f(ax)$. (a, b – stałe).
6. Funkcje trygonometryczne, jedynka trygonometryczna, $\sin(x+y)$, $\cos(x+y)$. Zachowanie funkcji w dziedzinie, okresowość, amplituda, okres, układ współrzędnych biegunowych. Funkcje odwrotne do trygonometrycznych.
7. Zasada indukcji matematycznej.
8. Funkcja potęgowa, dwumian Newtona, wielomiany i ich pierwiastki, twierdzenie Bezout.
9. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.

Początek analizy właściwej

1. Liczby naturalne, całkowite, wymierne. Niezupełność zbioru liczb wymiernych: dowód że pierwiastek z 2 jest liczbą niewymierną.
2. Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka zbioru liczb rzeczywistych.
3. Podzbiory $\mathbb{R}$: zbiór ograniczony i nieograniczony, kresy zbioru, istnienie kresów.
4. Ciąg, pojęcie granicy ciągu.
5. Przykłady obliczania granic. Granice: sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu, złożenia (superpozycji) ciągów.
6. Twierdzenie o trzech ciągach.
7. Ciąg Cauchy'ego i własność Cauchy'ego. Równoważność definicji zbieżności: zwykłej i Cauchy'ego.
8. Podciągi ciągów. Twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
9. Liczba e , wyrażenie e przez granicę sumy i iloczynu, równoważność tych sposobów.
10. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.
11. Ciągłość funkcji w punkcie – definicje Heinego i Cauchy'ego i ich równoważność.
12. Funkcje ciągłe, działania na funkcjach ciągłych. Ciągłość jednostajna.
13. Własność Darboux, twierdzenie Weierstrassa dla funkcji ciągłych.
14. Definicja pochodnej. Interpretacja geometryczna. Równanie stycznej i normalnej.
15. Twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu funkcji różniczkowalnych.
16. Twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego.
17. Ciągłość i różniczkowalność a funkcja odwrotna. Pochodna funkcji odwrotnej i funkcji złożonej.
18. Reguły de l'Hospitala, przykłady.
19. Wzór Taylora. Reszta w postaci Lagrange'a i Cauchy'ego.
20. Punkty krytyczne i ekstrema lokalne. Kryteria na ekstrema.
21. Wypukłość funkcji, nierówność Jensena, związek wypukłości z drugą pochodną.
22. Szeregi: Zbieżność szeregu, szereg harmoniczny, szeregi o wyrazach dodatnich. Kryterium porównawcze, kryteria: d'Alemberta i Cauchy'ego.
23. Zbieżność a przedstawianie kolejności wyrazów szeregu, tw. Riemanna, szeregi naprzemienne, zbieżność bezwzględna.
24. Mnożenie szeregów.
25. Szeregi potęgowe, promień zbieżności.

- 26. Całka nieoznaczona. Zamiana zmiennych w całce. Całkowanie przez części.
- 27. Podstawowe typy całek. Całkowanie funkcji wymiernych.
- 28. * Całkowanie funkcji trygonometrycznych.
- 29. * Całkowanie funkcji niewymiernych.

*: Pytania pojawią się na egzaminie w zależności od tego, czy wykładowca zdąży zrobić ten materiał na wykładzie.