

MATEMATYKA II: PYTANIA EGZAMINACYJNE

1. Liczby zespolone: postaci zwykła i trygonometryczna, wzór de Moivre'a.
2. Pierwiastki z liczb zespolonych.
3. Wielomiany, zasadnicze twierdzenie algebry.
4. Przestrzenie wektorowe.
5. Liniowa niezależność, baza, wymiar. Macierze.
6. Układy równań liniowych.
7. Wyznacznik jako funkcja od macierzy.
8. Wzory Cramera.
9. Wartości własne i wektory własne dla endomorfizmów.
10. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona. Funkcje od operatora.
11. Formy dwuliniowe i kwadratowe.
12. Iloczyn skalarny (w przestrzeniach zespolonych i rzeczywistych).
13. Objętość. Iloczyn wektorowy w $\mathbb{R}^3$.
14. Operatory symetryczne i hermitowskie.
15. Wektory własne i wartości własne operatorów hermitowskich.
16. Całka Riemanna. Sumy: górne, dolne i wypunktowane.
17. Podstawowe twierdzenie rachunku różniczkowego i całkowego.
18. Twierdzenia o wartości średniej.
19. Szeregi w dziedzinie zespolonej. Funkcje: $\exp$, $\sin$, $\cos$ jako szeregi.
20. Całki niewłaściwe.
21. Kryterium porównawcze dla całek niewłaściwych. Całki bezwzględnie zbieżne.
22. $\mathbb{R}^n$, metryka, norma, nierówność Schwarz'a.
23. Zbiory otwarte i domknięte.
24. Odwzorowania. Odwzorowania ciągłe. Superpozycja odwzorowań.
25. Różne definicje ciągłości i związki między nimi.
26. Pochodne odwzorowania i funkcji. Pochodne cząstkowe i kierunkowe. Macierz Jacobiego.
27. Norma na przestrzeni macierzy.
28. Zasada Banacha.
29. Twierdzenie o lokalnej odwracalności.
30. Twierdzenie o funkcji uwikłanej.
31. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych.
32. Ekstrema i punkty stacjonarne (krytyczne).
33. Ekstrema warunkowe (związane).
34. Równania różniczkowe. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania dla równań I. rzędu.
35. Równania I. rzędu: o rozdzielonych zmiennych, równania jednorodne, równania liniowe.
36. Układy równań liniowych o stałych współczynnikach.
37. Równania o stałych współczynnikach.
38. Zbiory przeliczalne i nie. Przeliczalność $\mathbb{Q}$ i nieprzeliczalność $\mathbb{R}$.
39. Prostopadłościany w $\mathbb{R}^n$. Podziały.
40. Zbiory miary zero.
41. Sumy: górna, dolna i wypunktowana. Funkcje całkowalne w sensie Riemanna.
42. (jeśli będzie na wykł.) Twierdzenie Fubini'ego. Rozstawianie granic całkowania.

PYTANIA DODATKOWE

Pytania dodatkowe są dla tych, którzy na egzaminie dostali ocenę co najmniej dobrą. Prawidłowa odpowiedź pozwoli na podniesienie oceny o pół.

1. Dowód metody mnożników Lagrange'a dla więcej niż jednego warunku.
2. Zupełność przestrzeni odwzorowań w dowodzie twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności dla układów równań

różniczkowych.

3. *Zgadywanie rozwiązań równań liniowych niejednorodnych n -tego rzędu – dowody poprawności wzorów nie dowodzonych na wykładzie.*