

Matematyka III: Pytania na egzamin ustny

1. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Przeliczalność $\mathbb{Q}$ i nieprzeliczalność $\mathbb{R}$.
2. Zbiory miary zero. Przykłady.
3. Definicja całki podwójnej po prostokącie.
4. Miara Jordana. Interpretacja geometryczna całki.
5. Całki iterowane. Zamiana całki podwójnej na iterowaną (tw. Fubiniego)
6. Całka podwójna po zbiorze dowolnym.
7. Całka podwójna po zbiorze regularnym
8. Obszar normalny i całki iterowane po obszarze normalnym
9. Przekształcenia osiowe
10. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całkach podwójnych
11. Krzywe płaskie i przestrzenne. Długość krzywej.
12. Całki krzywoliniowe nieskierowane. Przykłady.
13. Całki krzywoliniowe skierowane. Przykłady.
14. Twierdzenie Greena.
15. Niezależność całki od drogi całkowania: Warunek konieczny i dostateczny. Potencjał (skalary).
16. Opis powierzchni: wykresowy, parametryczny, uwikłany. Przykłady.
17. Pole powierzchni. Całki powierzchniowe nieskierowane.
18. Powierzchnie orientowalne i nieorientowalne. Orientacja powierzchni.
19. Całka powierzchniowa nieskierowana.
20. Twierdzenie Gaussa – Ostrogradskiego.
21. Twierdzenie Stokesa.
22. Gradient, dywergencja, rotacja.
23. * FORMY – materiał uzupełniający
 - (a) Co to jest forma różniczkowa
 - (b) Własności form
 - (c) Całka z k -formy

- (d) Orientacja k -powierzchni w $\mathbb{R}^{k+1}$
 - (e) Twierdzenie Stokesa
 - (f) Odpowiedniość pomiędzy 1- i 2-formami a wektorami w $\mathbb{R}^3$
 - (g) Twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego i małe tw. Stokesa jako szczególne przypadki tw. Stokesa w $\mathbb{R}^3$
24. Funkcje o argumentach i wartościach zespolonych. Definicja funkcji holomorficznej.
 25. Warunki Cauchy'ego – Riemanna.
 26. Inne warunki równoważne holomorficzności.
 27. Całka po krzywej z funkcji o wartościach zespolonych. Twierdzenie Cauchy'ego.
 28. Wzór całkowy Cauchy'ego.
 29. Twierdzenie Liouville'a. Funkcje całkowite.
 30. Funkcje wieloznaczne.
 31. Szereg Taylora.
 32. Szereg Laurenta.
 33. Twierdzenie o residuach i jego zastosowania.
 34. Twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności majoryzowanej.
 35. Transformata Fouriera. Definicja i podstawowe własności.
 36. Wzór Plancherela.
 37. Zasada nieoznaczoności.
 38. Szeregi Fouriera. Definicja i podstawowe własności.
 39. Dyskretna wersja wzoru Plancherela. Wzór sumacyjny Poissona.

Uwaga. Plan, zwłaszcza końcówki, jest dość napięty i może się zdarzyć, że nie wszystkie punkty obecne w powyższym wykazie będą przedstawione na wykładzie. W takim przypadku oczywiście będzie obowiązywał jedynie materiał z wykładu.