

Podstawy Fizyki I – Mechanika
Zadania domowe – Seria 1.
4 października 2011

Zad. 1. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkty $(1, 2)$ i $(3, 4)$ na płaszczyźnie XY . Pod jakim kątem prosta nachylona jest do osi OX ?

Zad. 2. Wykazać, że dla funkcji $y = ax + b$ i dowolnych dwóch punktów (x_1, y_1) i (x_2, y_2) leżących na wykresie $y(x)$ zachodzi: $f' \equiv \frac{df}{dx} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Zad. 3. Policzyc pochodną funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $x = 1$:

- a) korzystając z definicji pochodnej
- b) korzystając z kalkulatora dla $\Delta x = 0.1, 0.01, 0.001$.

Zad. 4. Policzyc z definicji pochodne funkcji: $\sqrt{x}, \sin x$.

Zad. 5. Korzystając z definicji pochodnej pokazać, że $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$.

Zad. 6. Korzystając z własności pochodnych policzyć:

- a) $\left(\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^4 \sqrt{x^3}}} \right)'$
- b) $(x^2 \sin x)'$
- c) $\left(\frac{2 - x^2}{2x^3 + x + 3} \right)'$
- d) $\left(\frac{1 + \sqrt{t}}{1 + \sqrt{2t}} \right)'$.

Zad. 7. Policzyc następujące pochodne funkcji złożonej:

- a) $\left[e^x \ln \left(\tan \frac{x}{2} \right) \right]'$
- b) $\left(\sqrt{3x^2 - 7x + 12} \right)'$.

Zad. 8. Policzyc pochodną funkcji $y(x)$ korzystając z własności pochodnej funkcji odwrotnej:

- a) $y(x) = \ln x$
- b) $y(x) = \arcsin x$.

Zad. 9. Obliczyc pochodne do szóstego rzędu włącznie funkcji $y = x^5 + 2x^4 - 4x^2 + 16x - 15$.

Zad. 10. Puszka do konserw w postaci walca o pojemności $V_0 = 54\pi \text{ cm}^3$ ma być tak wykonana aby została zużyta minimalna ilość blachy. Wyznaczyć promień r podstawy i wysokość h takiej puszki.

Zad. 11. Rozwinać funkcję $f(x) = \sin x$ w szereg potęgowy $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{df^{(n)}}{dx} \Big|_{x_0} \frac{(x - x_0)^n}{n!}$ wokół punktu $x_0 = 0$, a następnie policzyc pochodną f' .

Zad. 12. Policzyc całki nieoznaczone:

a) $\int \cos^2 x \, dx$

b) $\int e^x x \cos x \, dx$

c) $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$

d) $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x^4}}$

e) $\int \arctan x \, dx$

f) $\int e^{ax} \cos bx \, dx.$

Zad. 13. Obliczyc pole powierzchni ograniczonej łukiem paraboli $y = x^2$ oraz prostymi $y = 0$ i $x = 2$:

a) licząc całkę oznaczoną

b) metodą przybliżoną dzieląc pole na 4 prostokąty.