Podstawy Fizyki I – Mechanika
Zadania domowe – Seria 2.
11 października 2011

Zad. 1.

Dane są 3 wektory:
$$\vec{F}_1 = 3\hat{e}_x + 2\hat{e}_y - \hat{e}_z$$
$$\vec{F}_2 = 2\hat{e}_x + \hat{e}_y + \hat{e}_z$$
$$\vec{F}_3 = -\hat{e}_x + 3\hat{e}_y$$

Wyrazić wektor $\vec{F} = 3\vec{F}_2 - 5\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ przez wersory bazy: $\hat{e_x},\ \hat{e_y},\ \hat{e_z}$.

Zad. 2. Wyrazić iloczyn skalarny dwóch wektorów $\vec{A}$ i $\vec{B}$ przez składowe tych wektrów w układzie kartezjańskim.

Zad. 3. Pokazać, że:

a) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
b) $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$
c) iloczyn skalarny jest niezmiennikem transformacji obrotu.

Zad. 4. Wyrazić pole trójkąta przez iloczyn wektorowy dwóch wektorów. Policzyć pole trójkąta równobocznego.

Zad. 5. Ciało porusza się po okręgu z prędkością kątową $\omega(t) = At^2$, gdzie A jest pewną stałą. Znajdź:

a) wektor wodzący $\vec{r}(t)$, prędkośc $\vec{v}(t)$, przyspieszenie $\vec{a}(t)$, wersor styczny i normalny do toru we współrzędnych kartezjańskich
b) składową transwersalną i normalną przyspieszenia.

Zad. 6. Ciało porusza się po linii śrubowej nawiniętej na stożek:

$$\vec{r}(t) = \hat{e}_x \cdot \alpha t \cdot \cos\omega t + \hat{e}_y \cdot \alpha t \cdot \sin\omega t + \hat{e}_z \cdot \beta t,$$

gdzie α, β i ω to pewne stałe. W chwili $t = 0$ ciało znajduje się w wierzchołku stożka. Oblicz:

a) długość łuku $s(t)$
b) prędkośc $\vec{v}$ i wersor styczny $\vec{t}$
c) krzywiznę i torsję[1] toru
d) składową transwersalną i normalną przyspieszenia.

Zad. 7. Znaleźć tor, po którym biegnie pies goniąc zająca uciekającego po prostej. Pies i zając mają stałe prędkości odpwiednio v i c, przy czym prędkość psa jest stale skierowana do zająca. W chwili $t = 0$ pies znajduje się w punkcie $(0, 0)$ a zając w $(a, 0)$, zaś prosta ucieczki zająca jest równoległa do osi OY. Przedyskutuj przypadki: $v < c$, $v = c$ i $v > c$.

---

[1] Krzywizna K i torsja T w danym punkcie toru są zdefiniowane przez $K = \dfrac{1}{\varrho} = \left|\dfrac{d\vec{t}}{ds}\right|$ i $T = \left|\dfrac{d\vec{b}}{ds}\right|$, gdzie ϱ - promień krzywizny, $\vec{b} = \vec{t} \times \vec{n}$ - wektor binormalny, $\vec{t}$ - wektor styczny, $\vec{n}$ - wektor normalny, ds - element długości łuku.