

# Podstawy Fizyki I – Mechanika

## Zestaw 1. (2 października 2017)

### Pochodne funkcji

**Zad. 1.** Policzyc pochodne funkcji jednej zmiennej:

- a)  $x^n$  (z definicji pochodnej)
- b)  $\frac{4x^7 + 3x^5 - 2x^4 + 7x - 2}{3x^4}$  (jako pochodną sumy funkcji)
- c)  $x^2 \sin x$  (jako pochodną iloczynu funkcji)
- d)  $\tan x$  (jako pochodną ilorazu funkcji)
- e)  $\sin x^2$  (jako pochodną funkcji złożonej)
- f)  $\arctan x$  (jako pochodną funkcji odwrotnej)

**Zad. 2.** Policzyc pochodne cząstkowe funkcji  $f(x, y) = x^2y^3 + x \sin y$ .

**Zad. 3.** Rozwinąć funkcję  $f(x)$  w szereg potęgowy  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x=x_0} \frac{(x-x_0)^n}{n!}$  wokół punktu  $x_0 = 0$ , a następnie policzyć pochodną  $f'$ :

- a)  $f(x) = e^x$
- b)  $f(x) = \cos x$

### Całki funkcji

**Zad. 4.** Policzyc całki nieoznaczone:

- a)  $\int x \cos x dx$  (metodą całkowania przez części)
- b)  $\int \frac{1}{x^2 - x - 6} dx$  (metodą rozłożenia na pierwiastki)

**Zad. 5.** Policzyc całki nieoznaczone:

- a)  $\int \sin x \cos x dx$
- b)  $\int \ln x dx$
- c)  $\int e^{ax} \cos bx dx$

**Zad. 6.** Policzyc pole powierzchni ograniczonej prostymi  $y = ax$ ,  $y = 0$  i  $x = b$  korzystając z całek oznaczonych.

## Wektory

**Zad. 7.** Dany jest wektor  $\vec{A} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 = (3, 4, 5)$ :

- znaleźć długość wektora  $\vec{A}$
- znaleźć składowe wektora w kierunku wektora  $\vec{A}$
- ile wynosi długość rzutu wektora  $\vec{A}$  na płaszczyznę  $XY$ ?
- znaleźć i narysować wektor leżący na płaszczyźnie  $XY$  oraz prostopadły do  $\vec{A}$ .

**Zad. 8.** Wektor  $\vec{A} = (5, 3, -4)$  rozłożyć na 2 wektory składowe, z których jeden jest równoległy, a drugi prostopadły do danego wektora  $\vec{B} = (1, 1, 0)$ .

**Zad. 9.** Dana jest macierz:  $\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

a) Rozwiąż układ równań:  $\Omega \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  metodą wyznaczników

b) Znajdź iloczyn macierzy  $\Theta \cdot \Omega$ , gdzie  $\Theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

c) Oblicz  $\Theta \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**Zad. 10.** Znaleźć iloczyn wektorowy dwóch wektorów  $\vec{A} = (1, 2, 3)$  i  $\vec{B} = (4, 0, 0)$ .